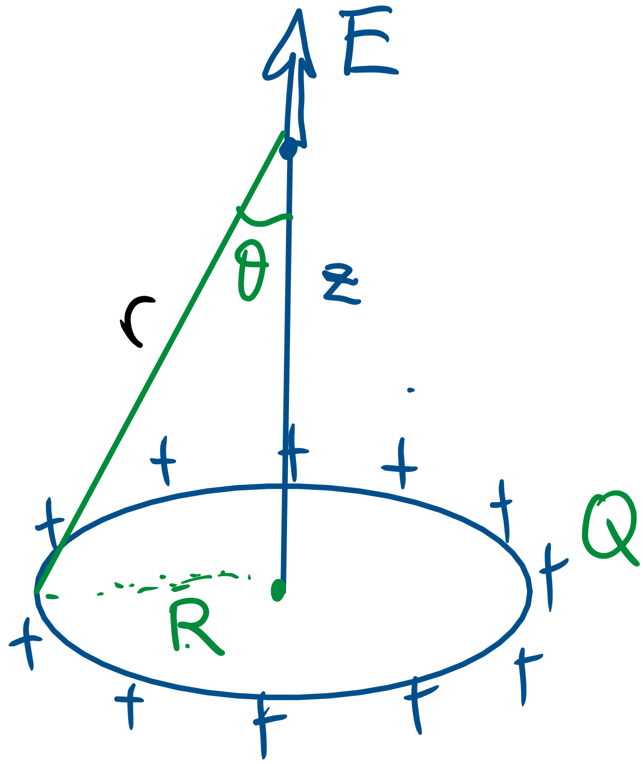
$$E = \frac{kQ}{r^2}\cos\theta$$

Δεδομένα Q, R, z

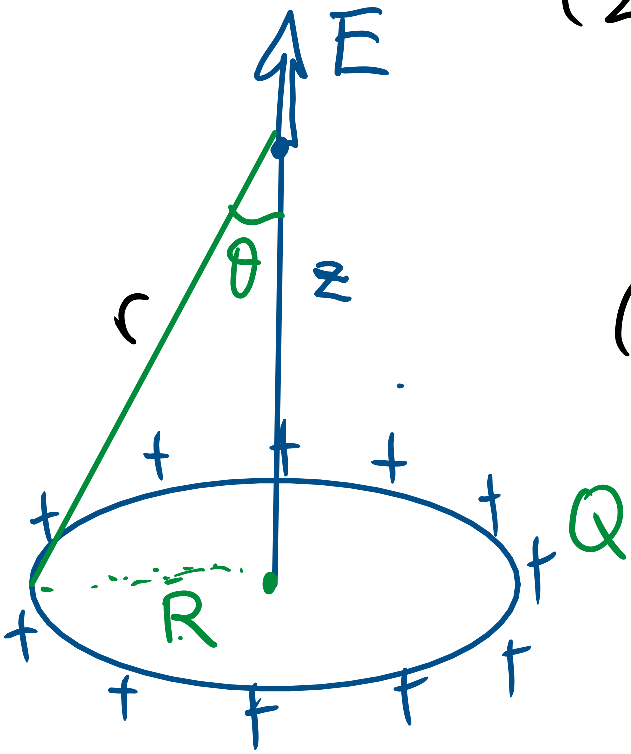


$$\cos\theta = \frac{z}{r}$$

$$E = k\frac{Qz}{r^3} = k\frac{Qz}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

$$r = \sqrt{z^2+R^2}$$

$$E = k\frac{Qz}{r^3} = k\frac{Qz}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$



Ειδικά στα

(a) $z=0$, $E=0$

(b) $z \gg R$

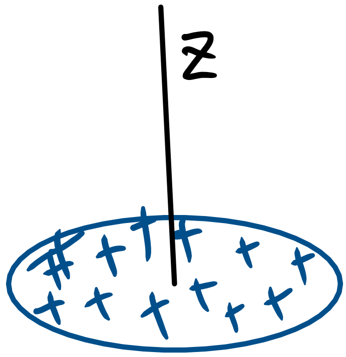
$$E \to k\frac{Qz}{(z^2)^{3/2}} = k\frac{Qz}{z^3}$$

$$E \to k\frac{Q}{z^2}$$

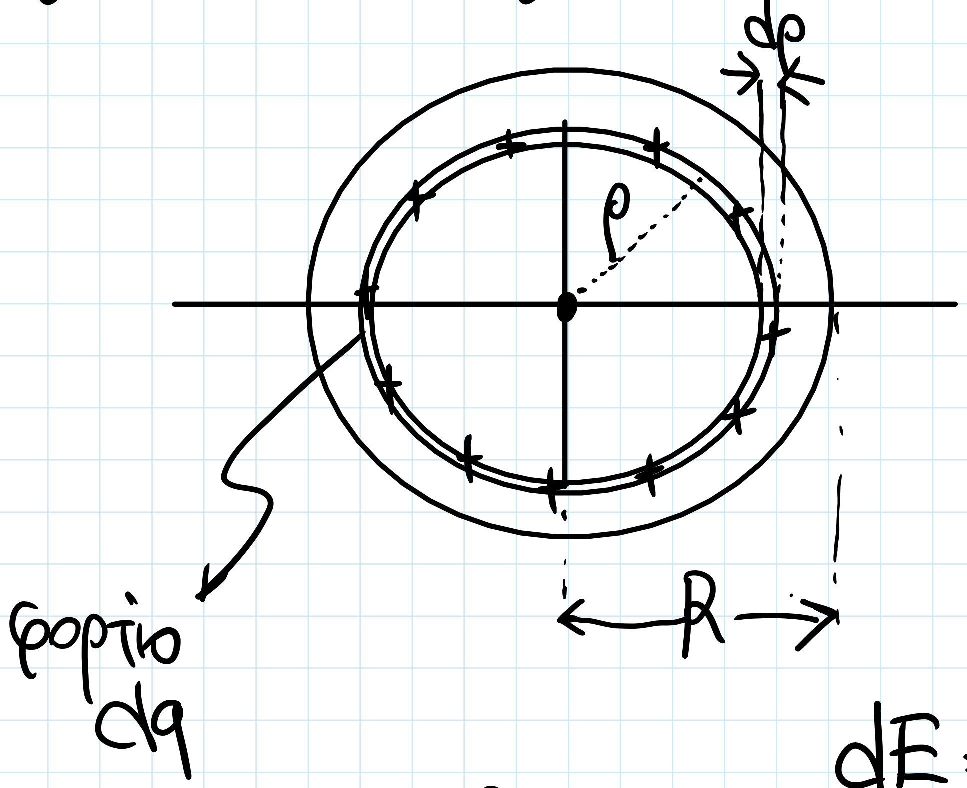
3. Ομοιόμορφα φορτισμένος δίσκος

(λεπτός δίσκος ακτίνας R φορτίο Q)

Θέλουμε E στη μεσοκάθετο σε απόσταση z από το κέντρο του



Για να κάνω χρήση του προηγούμενου αποτελέσματος, "τεμαχίζω" τον Δίσκο σε λεπτούς δακτυλίους



Ο λεπτός δακτύλιος δημιουργεί πεδίο στο σημείο ενδιαφέροντος

$$dE = k \frac{dq \, z}{(z^2+\rho^2)^{3/2}}$$

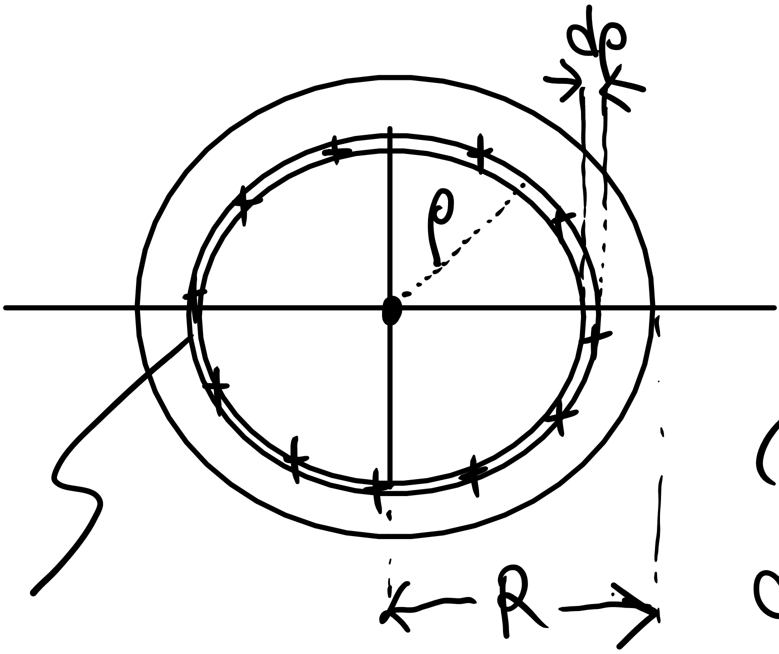
$$\underline{E} = k \int_{\rho=0}^{R} \frac{z \, dq}{(z^2+\rho^2)^{3/2}}$$

Πυκνότητα φορτίου (φορτίο / επιφάνεια) $\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$

$$dq = \sigma \, dA$$

dA → στοιχ. επιφάνεια του δακτυλίου.

→ δαχτυλίου.



Εμβαδό Δακτυλίου

$dA = ?$

Τρεις τρόποι

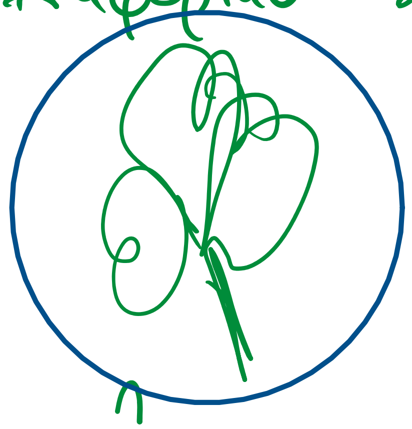
(α)

$$dA = \pi(\rho + d\rho)^2 - \pi\rho^2$$

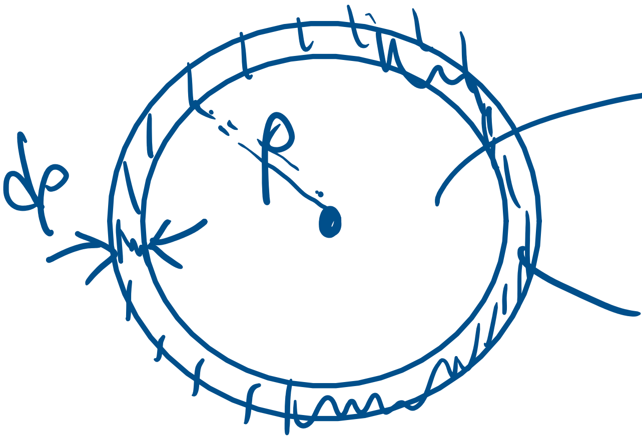
$$dA = \cancel{\pi\rho^2} + \cancel{\pi(d\rho)^2} + 2\pi\rho d\rho - \cancel{\pi\rho^2}$$

$$\boxed{dA = 2\pi\rho d\rho}$$

Διαφορικό 2ης τάξης



(β) τρόπος



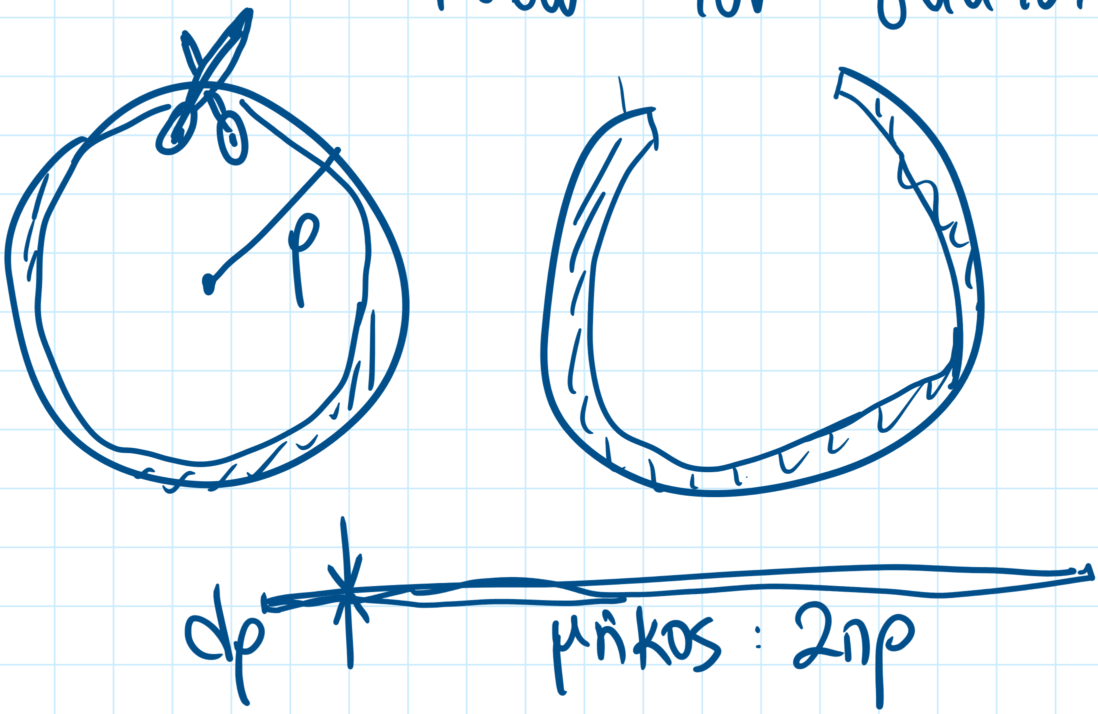
εμβαδό $A = \pi\rho^2$

εμβαδό $dA = 2\pi\rho\, d\rho$

Διαφορίζω

"Κόβω" τον δακτύλιο

γ) 3ος τρόπος



παραλληλόγραμο $\quad dA = 2\pi\rho\, d\rho$

$$\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$$ επιφαν. πυκνότητα

$$dq = \sigma dA = \frac{Q}{\pi R^2} \cdot 2\pi\rho d\rho$$

$$E = kz \int_{\rho=0}^{R} \sigma \frac{2\pi\rho d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}}$$

Θέτω $\omega = \rho^2 + z^2 \Rightarrow d\omega = 2\rho d\rho$

$$E = \sigma k z \pi \int_{\omega=z^2}^{z^2+R^2} \frac{d\omega}{\omega^{3/2}} = k\pi z \left[\frac{\omega^{-1/2}}{-1/2}\right]_{z^2}^{z^2+R^2}$$

ολοκλήρωμα $\frac{1}{\omega^n} = \omega^{-n} \rightarrow \frac{\omega^{-n+1}}{-n+1}$

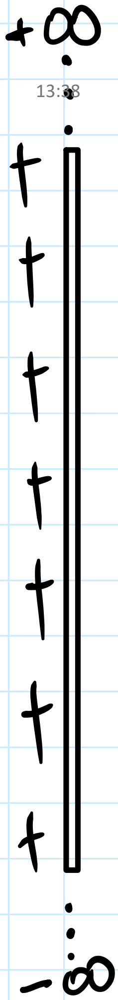
$n = 3/2$

9

Πέμπτη, 14 Μαρτίου 2024 13:31

$$E = 2k\pi z\sigma\left(\frac{1}{\sqrt{z^{2}}} - \frac{1}{\sqrt{z^{2}+R^{2}}}\right)$$

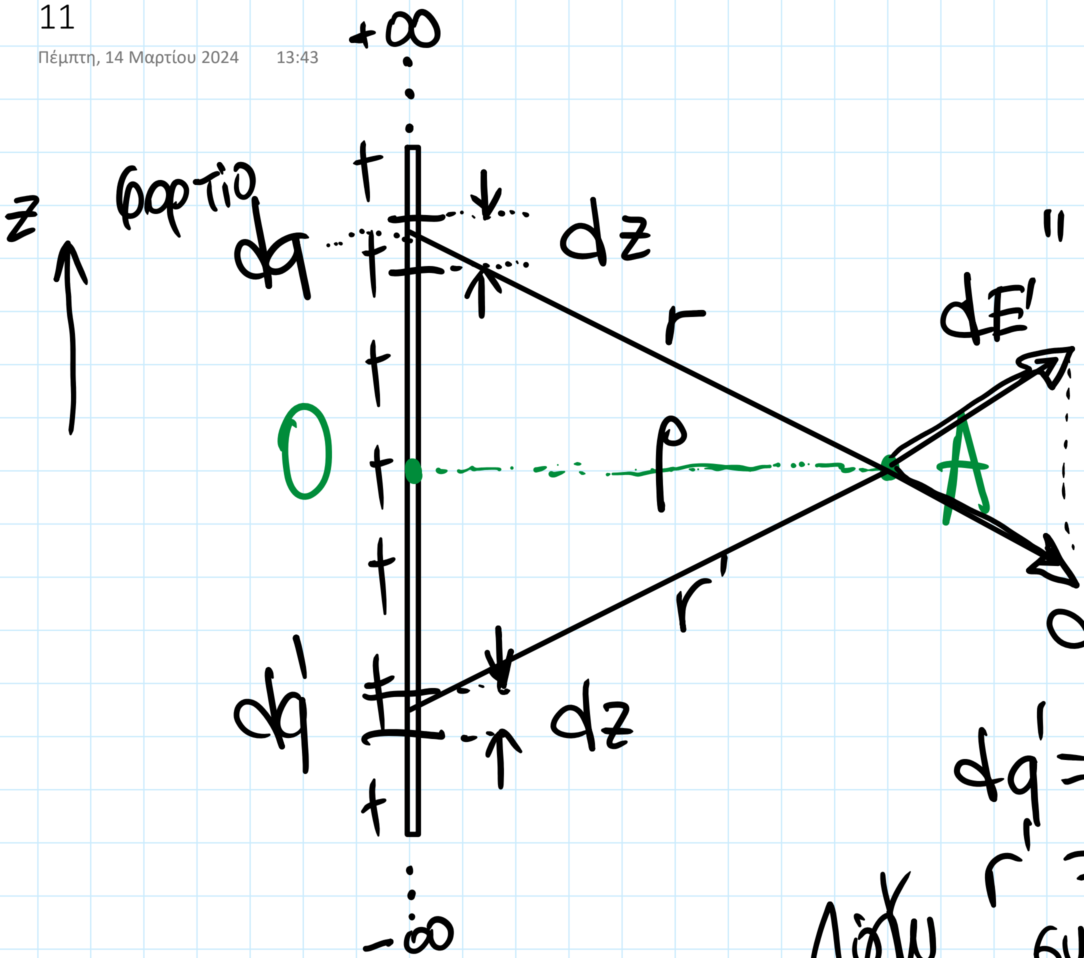
$$E = \frac{2kQ}{R^{2}}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^{2}+R^{2}}}\right)$$



Άπειρη γραμμή φορτίου

λ: γραμμική πυκνότητα φορτίου : $\frac{\text{φορτίο}}{\text{μήκος}}$

Να βρεθεί το $\vec{E}$ που δημιουργεί σε τυχαίο σημείο που απέχει απόσταση ρ



"Τεμαχίζω" σε στοιχ. φορτία

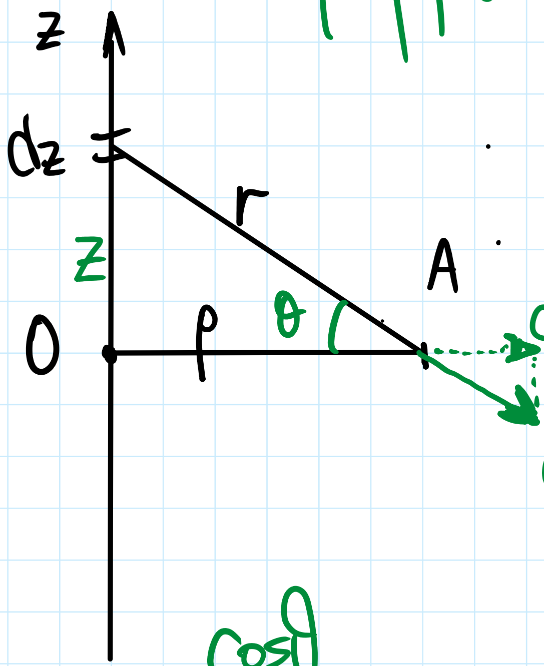
$$dE = k\frac{dq}{r^2}$$

$$dq' = dq$$

λόγω $r' = r$ συμμετρίας

Γραμμική πυκνότητα $dq = \lambda dz$

φορτίο dq



$$dE_\rho = dE \cos\theta = k \frac{\lambda dz}{r^2} \cos\theta$$

$$dE = k \frac{dq}{r^2}$$

Εκφράζω όλα συναρτήσει της θ

$\cos\theta$

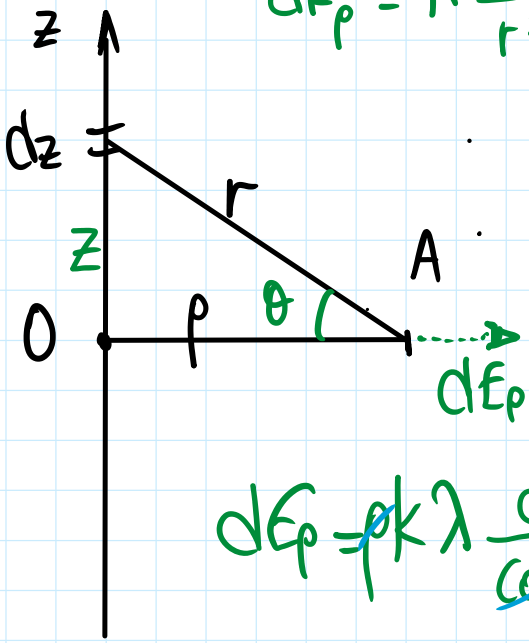
$$z = \rho \tan\theta$$

$$r = \frac{\rho}{\cos\theta}$$

$$dz = \rho \frac{d\theta}{\cos^2\theta}$$

V

φορτίο dq



$$dE_\rho = k\frac{\lambda dz}{r^2}\cos\theta$$

$$z = \rho\tan\theta \qquad r = \frac{\rho}{\cos\theta}$$

$$dz = \rho\frac{d\theta}{\cos^2\theta}$$

$$dE_\rho = \cancel{\rho}k\lambda\frac{d\theta}{\cancel{\cos^2\theta}}\frac{\cancel{\cos^2\theta}}{\rho^{\cancel{2}}}\cos\theta$$