

ή

$$U = -4.5 \text{ Joules}$$

Όπως προαναφέρθηκε παραπάνω, το αρνητικό πρόσημο σημαίνει γενικά έλξη οπότε το σύστημα εάν αφεθεί ελεύθερο, θα μειώσει την δυναμική του ενέργεια συμπυκνώνοντας τα τρία φορτία μαζί. Αυτό γίνεται επειδή έχουμε ένα μεγάλο θετικό φορτίο (το  $q_1$ ) το οποίο έλκει τα δυο μικρότερα αρνητικά και παρόλο που τα δυο τελευταία απωθούνται μεταξύ τους, η έλξη προς το θετικό φορτίο τελικά υπερνικά. Αντιθέτως εάν και τα τρία φορτία ήταν θετικά (ή αρνητικά) τότε θα παίρναμε  $U > 0$  και τα τρία φορτία θα απομακρύνονταν αυθόρμητα μεταξύ τους έως το άπειρο.

## Ηλεκτρικό Δυναμικό– Ορισμός

Είδαμε ότι για τον προσδιορισμό του  $E$  σε κάποιο σημείο του χώρου που δημιουργείται από κάποια μακρινά φορτία, χρησιμοποιήσαμε ένα δοκιμαστικό φορτίο  $q$  στο σημείο αυτό. Το δοκιμαστικό φορτίο είναι άνευ σημασίας γιατί συνήθως μας ενδιαφέρει η τιμή  $E$  η οποία δεν εξαρτάται από το  $q$ . Για παράδειγμα, το  $E$  σε ένα σημείο του χώρου που παράγεται από κάποια σταθερά φορτία, θα είναι και αυτό σταθερό, έστω  $100 \text{ N/C}$ . Για να μετρήσουμε αυτή τη τιμή, θα μπορούσαμε να έχουμε χρησιμοποιήσει ένα αριθμό διαφορετικών δοκιμαστικών φορτίων, π.χ.  $2 \text{ nC}$ ,  $4 \text{ nC}$ ,  $6 \text{ nC}$  κ.ό.κ. Όλες οι μετρήσεις θα κατέληγαν στην ίδια τιμή του  $E$  αλλά βέβαια θα έδιναν διαφορετική τιμή για την δύναμη αφού αυτή είναι ανάλογη του  $q$ . Αυτός είναι και ο λόγος που διαιρούμε τη δύναμη  $F$  με το  $q$  για να πάρουμε το  $E$  επειδή αυτό είναι μια ποσότητα που χαρακτηρίζει μόνο την πηγή. Εντελώς παρομοίως, η δυναμική ενέργεια  $U$  σε ένα σημείο του χώρου όπου έχουμε φέρει ένα δοκιμαστικό φορτίο  $q$ , εξαρτάται τόσο από την πηγή όσο και από το  $q$  (π.χ. δείτε τα Παραδείγματα 4.1 έως 4.3 ή και την Εξίσωση 4.3 παραπάνω) και μάλιστα είναι ευθέως ανάλογη του  $q$  σύμφωνα με την Εξ. 4.6. Επομένως η ποσότητα  $V = U/q$  δεν εξαρτάται από το  $q$  αλλά μόνο από την πηγή. Αυτή η ποσότητα ονομάζεται "**Ηλεκτρικό Δυναμικό**" και είναι μια πολύ σημαντική ποσότητα στον ηλεκτρισμό.

$V(x) = \frac{U(x)}{q}$	Ηλεκτρικό Δυναμικό	4.8
-------------------------	--------------------	-----

Οι μονάδες του Δυναμικού είναι το  $1 \text{ Volt}$  που ισούται με  $1 \text{ Joule/C}$ . Από την Εξ. 4.6 οδηγούμαστε στο αποτέλεσμα

$V(x) = - \int E(x) dx$	Δυναμικό – Ηλεκτρικό Πεδίο	4.9
-------------------------	----------------------------	-----

και αντιστρόφως

$E(x) = - \frac{dV(x)}{dx}$	Ηλεκτρικό Πεδίο - Δυναμικό	4.10
-----------------------------	----------------------------	------

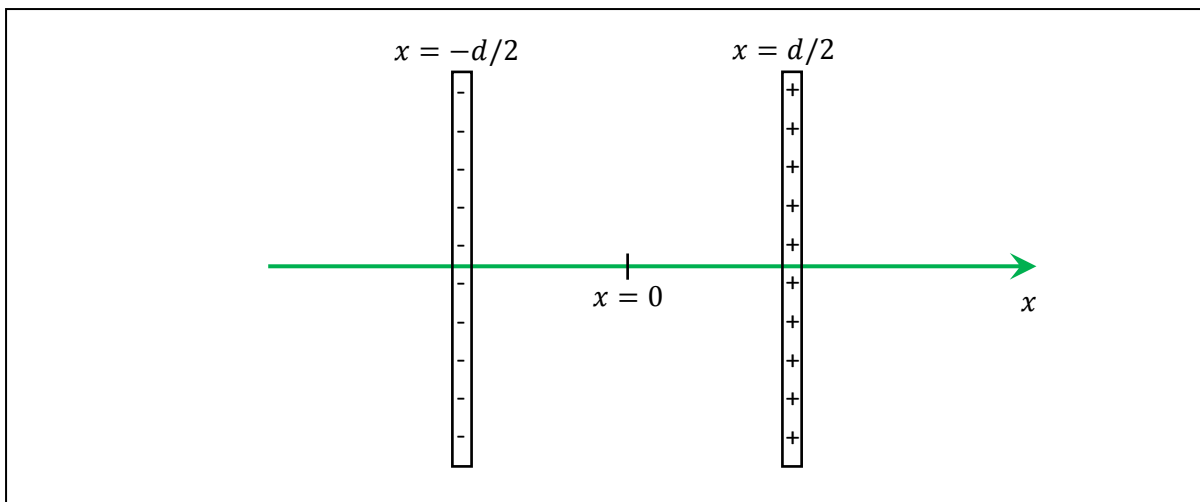
Ο αναγνώστης πρέπει να συγκρίνει αυτά τα αποτελέσματα με αυτά των Εξ. 4.4 και 4.5 παραπάνω. Έχουμε τον πλήρη παραλληλισμό με  $F \rightarrow E$  και  $U \rightarrow V$ .

#### Παράδειγμα 4.5.

Επίπεδος πυκνωτής αποτελείται από δυο ορθογώνιες πλάκες με ομοιόμορφο φορτίο  $Q$  και εμβαδό  $A$  η καθεμία, οι οποίες βρίσκονται κάθετα στον άξονα  $x$  στις συντεταγμένες  $x = \pm d/2$ . Να βρεθεί το ηλεκτρικό δυναμικό παντού στο χώρο εάν είναι μηδέν στο  $x = 0$ .

Λύση:

Θα εξετάσουμε ξεχωριστά τον εσωτερικό και τον εξωτερικό χώρο του πυκνωτή.



Από την Εξ. 4.9 έχουμε

$$V(x) = - \int E dx = -E \int dx = -Ex + c$$

Από την συνοριακή συνθήκη  $V(0) = 0$  προκύπτει  $c = 0$  και έτσι  $V(x) = -Ex$ . Επάνω στους οπλισμούς έχουμε  $V(\pm d/2) = \mp Ed/2$  και η διαφορά δυναμικού μεταξύ τους ισούται με

$$\Delta V = V(d/2) - V(-d/2) = -\frac{Ed}{2} - \left(\frac{Ed}{2}\right) = -Ed$$

Αφού το  $E$  είναι αρνητικό, μπορούμε να γράψουμε ισοδύναμα:

$\Delta V =  E d$	Διαφορά δυναμικού - πυκνωτής	4.11
-------------------	---------------------------------	------

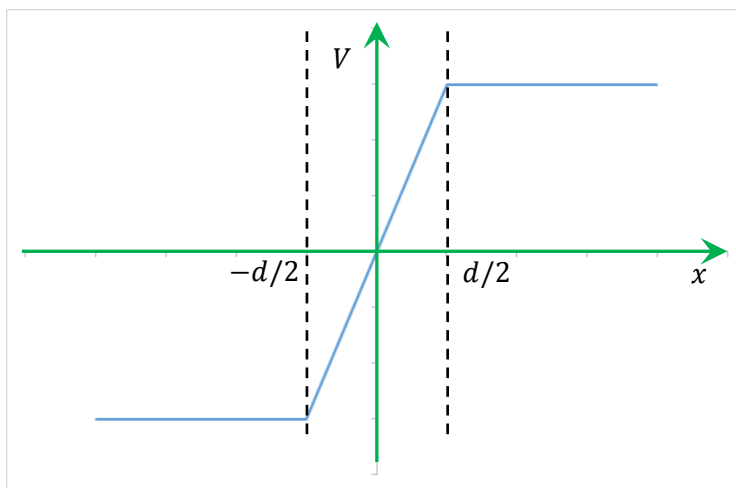
Από την Εξ. 3.7 το ηλεκτρικό πεδίο στον εσωτερικό χώρο του πυκνωτή είναι σταθερό και ίσο με:

$$E = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} = -\frac{Q}{A\epsilon_0}$$

Το μείον προκύπτει επειδή το πεδίο είναι προς τα αριστερά στο παραπάνω σχήμα. Αντικαθιστώντας για το  $E$  στην Εξ. 4.11 οδηγεί στο αποτέλεσμα

$$\Delta V = \frac{Qd}{A\epsilon_0}$$

Στο εξωτερικό του πυκνωτή όπως είδαμε  $E = 0$  και από την Εξ. 4.9 συνάγεται ότι  $V(x) = c_A$  στα αριστερά και  $V(x) = c_D$  στα δεξιά όπου τα  $c_A$  και  $c_D$  είναι σταθερές. Εφόσον η παράγωγος της  $V(x)$  είναι ίση κατά μέτρο με το ηλεκτρικό πεδίο  $E$ , τότε πρέπει αναγκαστικά να είναι μια συνεχής συνάρτηση του  $x$  αλλιώς το  $E$  απειριζόταν εκεί όπου η  $V(x)$  θα εμφάνιζε άλματα στις τιμές της. Έτσι επάνω στο σύνορο των τριών χώρων (αριστερά, μέσα και δεξιά του πυκνωτή), που είναι οι δυο οπλισμοί, η συνάρτηση  $V(x)$  πρέπει να παίρνει την ίδια τιμή εκατέρωθεν του συνόρου. Στο εσωτερικό του πυκνωτή είδαμε ότι  $V(x) = -Ex$  και επομένως οι σταθερές  $c_A$  και  $c_D$  πρέπει να είναι ίσες με τις τιμές αυτής της συνάρτησης επάνω στους οπλισμούς  $V(\pm d/2) = \mp Ed/2$ . Έτσι η γραφική παράσταση της  $V(x)$  παντού στο χώρο είναι όπως στο παρακάτω σχήμα.



Αυτή η γραφική παράσταση αντιστοιχεί στην μαθηματική τμηματική εξίσωση:

$$V(x) = \begin{cases} -\frac{|E|d}{2} & x \leq -b/2 \\ |E|x & -b/2 < x < b/2 \\ \frac{|E|d}{2} & x \geq b/2 \end{cases}$$

όπου  $E = -Q/A\epsilon_0$ . Στην πράξη σε πολλά κυκλώματα, παίρνουμε κατά σύμβαση το δυναμικό του αρνητικού οπλισμού ίσο με μηδέν (γείωση) οπότε το δυναμικό στον άλλο οπλισμό είναι αυτομάτως ίσο με  $V = |E|d$  όση δηλαδή όλη η διαφορά δυναμικού του παραπάνω προβλήματος (να λυθεί ως άσκηση το ίδιο πρόβλημα αλλά με  $V = 0$  στον αρνητικό οπλισμό). Βέβαια στην παραγωγή οι σταθερές μηδενίζονται οπότε όποια και να είναι η επιλογή μας στο δυναμικό, το  $E$  είναι πάντοτε το ίδιο.

## Διαφορές Δυναμικού – Ηλεκτρική Τάση

Σε πολλές εφαρμογές είναι γνωστή η διαφορά δυναμικού μεταξύ δυο σημείων A και B. Για παράδειγμα οι ρευματολήπτες της Δ.Ε.Η. βρίσκονται σε διαφορά δυναμικού 220 V (από τον ένα ακροδέκτη στον άλλο). Επίσης οι γνωστές μας μπαταρίες AAA που χρησιμοποιούμε στις περισσότερες ηλεκτρονικές συσκευές μικρής ισχύος, αναγράφουν επάνω τους 1.5 V που σημαίνει ότι μεταξύ των δυο πόλων η διαφορά δυναμικού είναι ίση με 1.5 V. Επίσης εάν κοιτάξουμε κάτω από τους φορτιστές των ηλεκτρικών μας συσκευών όπως τα κινητά κ.λ.π., αναγράφεται η τιμή σε Volts που εφαρμόζει ο φορτιστής σε δυο μεταλλικές απολήξεις της συσκευής. Η διαφορά δυναμικού στον ηλεκτρισμό ονομάζεται εν συντομία "**τάση**" και είναι ίσως από τις πιο σημαντικές ποσότητες στην