



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Φυσική II

Ενότητα 6: Πυκνωτές

Κουζούδης Δημήτρης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Χημικών Μηχανικών

Σκοποί ενότητας

- Ορισμός χωρητικότητας πυκνωτή
- Ανάλυση γεωμετρίας και χαρακτηριστικών μεγεθών επίπεδου πυκνωτή
- Μελέτη πιο σύνθετης γεωμετρίας : η περίπτωση του κυλινδρικού πυκνωτή
- Ορισμός διηλεκτρικών και τιμές διηλεκτρικής σταθεράς για χαρακτηριστικά υλικά
- Τάση και χωρητικότητα πυκνωτών σε σειρά
- Τάση και χωρητικότητα πυκνωτών σε παράλληλη διάταξη
- Υπολογισμός δυναμικής ενέργειας πυκνωτή



Περιεχόμενα ενότητας

- Ορισμός χωρητικότητας
- Επίπεδος πυκνωτής
- Σύνθετες γεωμετρίες – κυλινδρικός πυκνωτής
- Διηλεκτρικά
- Πυκνωτές σε σειρά
- Πυκνωτές σε παράλληλη διάταξη
- Ενέργεια πυκνωτή



Πυκνωτές

Χωρητικότητα

Ορισμός χωρητικότητας

- Πυκνωτής: αγωγοί με ίσο και αντίθετο φορτίο σε κοντινή απόσταση (οπλισμοί)
- $E=0$ στο εσωτερικό
 - V : σταθερό \rightarrow αγωγοί: ισοδυναμικές επιφάνειες
- Διαφορά δυναμικού οπλισμών: ανάλογη φορτίου
- Σταθερά αναλογίας: χωρητικότητα
 - Μονάδα Farad ($1F = 1C/1V$)

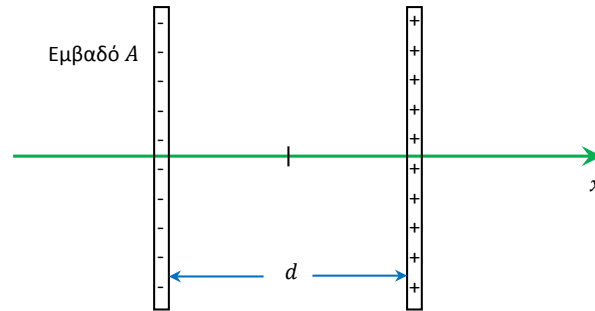
$$C = \frac{Q}{V}$$

- Εξάρτηση από γεωμετρία και ενδιάμεσο υλικό



Επίπεδος πυκνωτής

- Αγωγοί: ορθογώνιες πλάκες εμβαδού A
- Απόσταση, d



- Ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό

$$E = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} = -\frac{Q}{A\epsilon_0}$$

- Διαφορά δυναμικού

$$V = \frac{Q}{A\epsilon_0} d$$

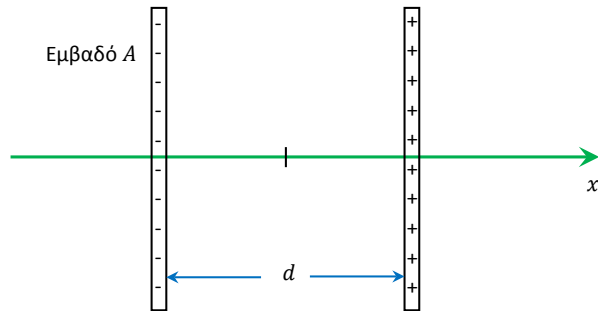
- Χωρητικότητα

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$



Παράδειγμα 1

Ο επίπεδος πυκνωτής του παρακάτω σχήματος έχει χωρητικότητα 12 nF με απόσταση οπλισμών 1 mm μεταξύ τους. Εάν ο αρνητικός οπλισμός είναι γειωμένος και ο θετικός φέρει φορτίο 0.2 μC , να βρεθεί η τιμή του δυναμικού στο εσωτερικό του πυκνωτή σε απόσταση 0.25 mm από τον αρνητικό οπλισμό.



$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{12 \times 10^{-9} \times 10^{-3}}{8.85 \times 10^{-12}} = 1.36 \text{ m}^2$$

$$E = -\frac{Q}{A\epsilon_0} = -\frac{0.2 \times 10^{-6}}{1.36 \times 8.85 \times 10^{-12}} = -1.66 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$V(x) = -\int E dx = -E \int dx = -Ex + c$$

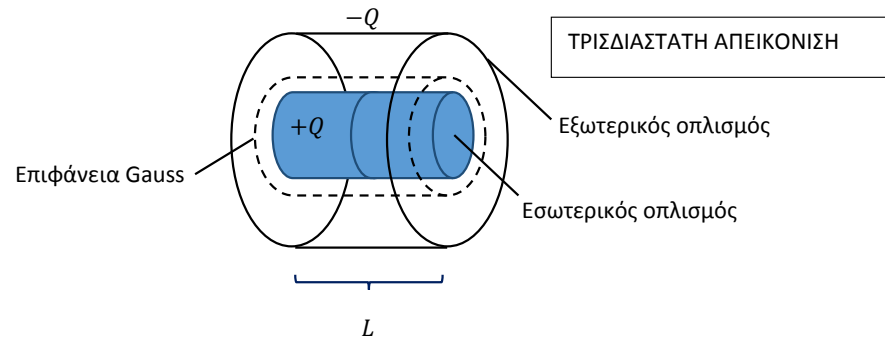
$$V(0) = 0 \rightarrow c = 0 \rightarrow V(x) = -Ex$$

$$V = -(-1.66 \times 10^4) \times 0.25 \times 10^{-3} = 4.15 \text{ V}$$



Σύνθετες γεωμετρίες – κυλινδρικός πυκνωτής

- Εσωτερικό θετικό οπλισμό R_1 , εξωτερικό αρνητικό R_2
- Επιφάνεια Gauss $R_1 < \rho < R_2$, μήκους L
- $E=0$ στο εσωτερικό και ακτινικές δισδιάστατες δυναμικές γραμμές
- $\vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$ στις βάσεις γιατί $E \perp d\vec{A}$
- $\vec{E} \parallel d\vec{A}$ στην παράπλευρη (εμβαδόν: $2\pi\rho L$)



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \int_{B_1} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{B_2} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\Pi} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \int_{\Pi} E dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L\rho}$$



Σύνθετες γεωμετρίες – κυλινδρικός πυκνωτής

- E_ρ : η μόνη συνιστώσα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου

$$E_\rho = -\frac{\partial V}{\partial \rho} = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L \rho}$$

$$V(\rho, \varphi, z) = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \rho + c(\varphi, z)$$

- Έστω γειωμένος αρνητικός οπλισμός: $V=0$ για $\rho=R_2$

$$V(\rho) = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{\rho}{R_2}\right)$$

- Διαφορά δυναμικού

$$V = V(R_1) - V(R_2) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

- Χωρητικότητα

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$$



Διηλεκτρικά

- Υλικό μεταξύ πυκνωτών
→ αυξάνει χωρητικότητα

$$C = \kappa C_0$$

- Σχετική διηλεκτρική σταθερά: $\kappa > 1$
 - Συνήθως $5 < \kappa < 20$
- Διηλεκτρική σταθερά:

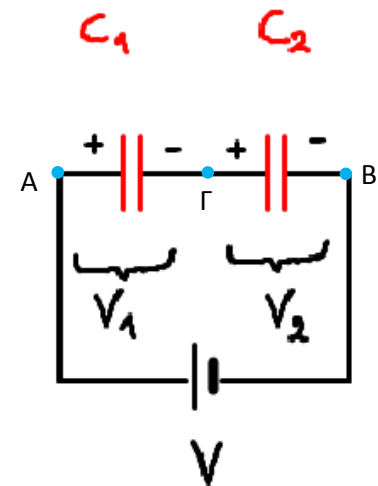
$$\epsilon = \kappa \epsilon_0$$

Υλικό	κ
Κενό	1 (by definition)
Αέρας	1
Τεφλόν	2.1
Πολυαιθυλένιο	2.25
Χαρτί	3.85
Μίκα	3-6
Διοξείδιο του Πυριτίου	3.9
Μπετόν	4.5
Ryrex	4.7 (3.7-10)
Καουτσούκ	7
Διαμάντι	5.5-10
Αλάτι	3-15
Γραφίτης	10-15
Πυρίτιο	11.68
Μεθανόλη	30
Νερό	80
Διοξείδιο του Τιτανίου	86-173
Barium titanate	1200



Πυκνωτές σε σειρά

- Δύο κοινά άκρα – δυο στο κύκλωμα
- Φόρτιση: από θετικό πόλο πηγής φορτίο $+q$ μεταφέρεται προς αριστερό οπλισμό C_1
 - $-q$ επάγεται από δεξί οπλισμό C_1
 - $+q$ μεταφέρεται από αριστερό οπλισμό C_2
 - $-q$ επάγεται από δεξί οπλισμό C_2
- Όλοι οι πυκνωτές έχουν ίδιο φορτίο
- Η ολική τάση ισούται με το άθροισμα των επιμέρους τάσεων
 - $V = V_1 + V_2$
- Ολική χωρητικότητα σε σειρά:



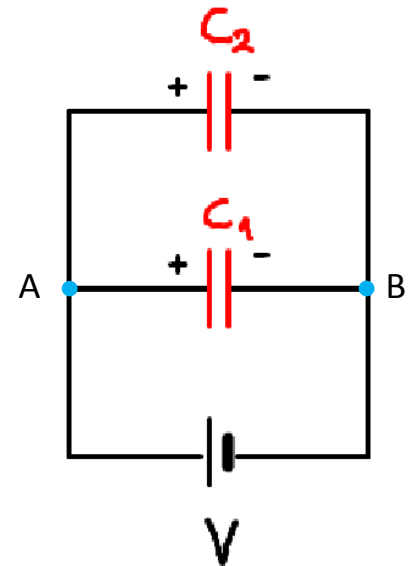
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



Πυκνωτές σε παράλληλη διάταξη

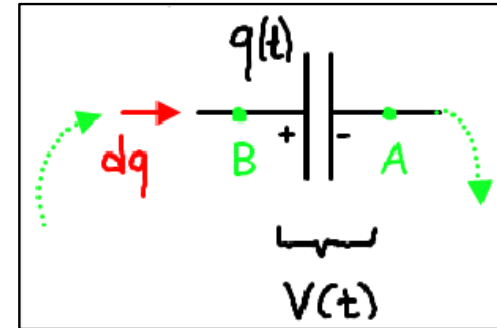
- Κοινά άκρα – συνδεδεμένα στο κύκλωμα
- Φόρτιση: από θετικό πόλο πηγής φορτίο $+q$ μεταφέρεται στο A και μοιράζεται σε q_1 και q_2
 - Διατήρηση φορτίου : $q = q_1 + q_2$
- Διαφορά δυναμικού: ανεξάρτητη διαδρομής
 - Η ολική τάση στα άκρα είναι ίδια
 - $V = V_1 = V_2$
- Ολική χωρητικότητα σε παράλληλη διάταξη:

$$C = C_1 + C_2$$



Ενέργεια πυκνωτή

- Ενέργεια φόρτισης πυκνωτή με χωρητικότητα C με φορτίο Q
- Χρόνος φόρτισης – στιγμιαίο φορτίο
– $q(0)=0, q(\infty)=Q$
- Από διαφορά δυναμικού με ολοκλήρωση:



$$V_B - V_A = \frac{1}{dq}(U_B - U_A) \rightarrow dU = dq(V_B - V_A) = dqV(t) = \frac{q}{C}dq$$

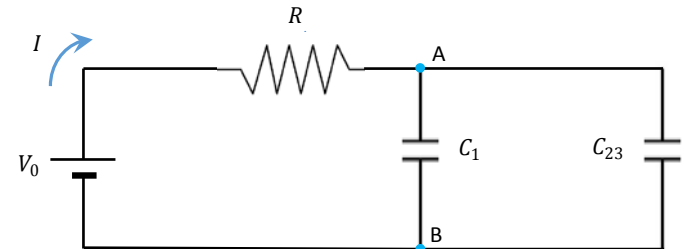
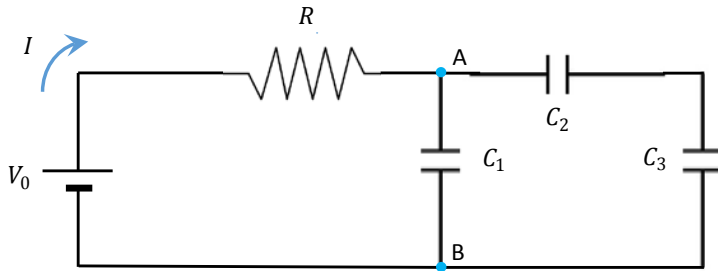
- Ενέργεια πυκνωτή:

$$U = \frac{1}{2C} Q^2 = \frac{1}{2} CV^2$$



Παράδειγμα 2

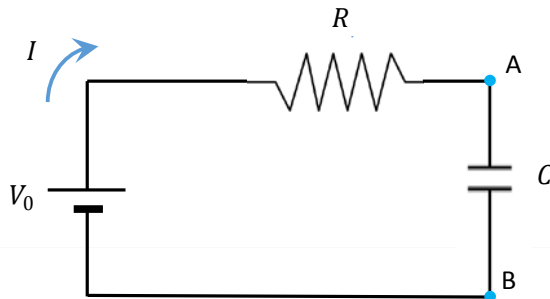
Να βρεθεί η μέγιστη ενέργεια που αποθηκεύεται στο σύστημα των τριών πυκνωτών εάν σε άπειρο χρόνο η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B φτάνει οριακά την τάση της πηγής $V_0=12\text{ V}$. Δίνονται $C_1=2\ \mu\text{F}$, $C_2=1\ \mu\text{F}$ και $C_3=4\ \mu\text{F}$. Να βρεθεί το οριακό φορτίο του κάθε πυκνωτή.



Ισοδύναμος πυκνωτής C_{23} : $\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow C_{23} = 0.8\ \mu\text{F}$

Ισοδύναμος πυκνωτής C: $C = C_1 + C_{23} = 2 + 0.8 = 2.8\ \mu\text{F}$

Το κύκλωμα απλοποιείται στο εξής



$$t \rightarrow \infty, E = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 2.8 \times 10^{-6} \times 12^2 = 2.02 \times 10^{-4}\text{ J}$$

$$Q = CV = 2.8 \times 10^{-6} \times 12 = 3.36 \times 10^{-5}\text{ C} = 33.6\ \mu\text{C}$$

$$Q_1 = C_1 V = 2.0 \times 10^{-6} \times 12 = 24\ \mu\text{C}$$

$$Q_{23} = C_{23} V = 0.8 \times 10^{-6} \times 12 = 9.6\ \mu\text{C}$$

$$Q_2 = Q_3 = 9.6\ \mu\text{C}$$



Βιβλιογραφία

- Serway R. A., Jewett J. W., 2013, *Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς : ηλεκτρισμός και μαγνητισμός, φώς και οπτική, σύγχρονη φυσική*, Κλειδάριθμος , Αθήνα
- Halliday D., Resnick R, 2009, *Φυσική: μέρος Β*, 4^η εκδ., Γ. & Α. Πνευματικός, Αθήνα
- Young H.D., Freedman R.A., 2010, *Πανεπιστημιακή φυσική με σύγχρονη φυσική, τ. 2: Ηλεκτρομαγνητισμός-Οπτική* , 2^η έκδ., Παπαζήσης , Αθήνα
- Pollack G.L., Stump D. R., 2002, *Electromagnetism*, Addison Wesley, San Francisco
- Hecht E.P., 1975, *Schaum's outline of theory and problems of optics*, McGraw-Hill Book Company, New York



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών

Δημήτριος Κουζούδης. «Φυσική II»

Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/courses/CMNG2165/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.