



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Φυσική II

Ενότητα 3: Ο Νόμος του Gauss

Κουζούδης Δημήτρης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Χημικών Μηχανικών

Σκοποί ενότητας

- Ορισμός και ερμηνεία των δυναμικών γραμμών
- Παραδείγματα δυναμικών γραμμών σημειακού φορτίου, σφαίρας, γραμμής και φύλλου
- Ορισμός της ηλεκτρικής ροής διαμέσου επιφάνειας
- Ερμηνεία και διατύπωση του Νόμου του Gauss
- Εφαρμογές του N. Gauss: Υπολογισμός ηλεκτρικού πεδίου συμπαγούς σφαίρας, κοίλης σφαίρας, γραμμής, φύλλου και επίπεδου πυκνωτή.
- Ένταση ηλεκτρικού πεδίου σε αγωγούς χρησιμοποιώντας το N. του Gauss



Περιεχόμενα ενότητας

- Δυναμικές γραμμές
 - Σημειακού φορτίου, συμπαγούς σφαίρας, φορτισμένης γραμμής, φορτισμένου φύλλου
- Ηλεκτρική ροή
- Ο Νόμος του Gauss
- Υπολογισμός ηλεκτρικού πεδίου μέσω N. Gauss
 - Συμπαγής σφαίρα, κοίλη σφαίρα, γραμμή, φύλλο, επίπεδος πυκνωτής
- Ένταση ηλεκτρικού πεδίου σε αγωγούς



Ο Νόμος του Gauss

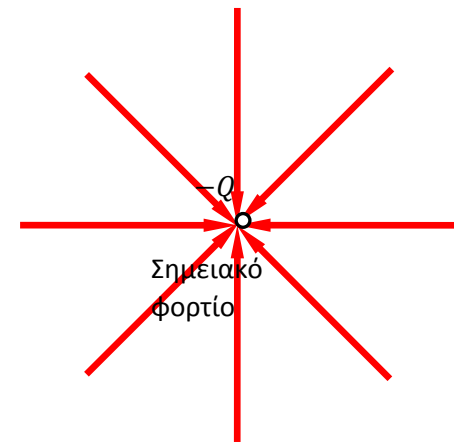
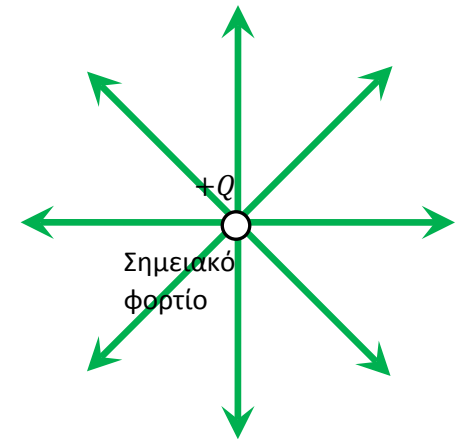
Δυναμικές γραμμές

- Νοητές γραμμές – καμπύλες
 - Απεικόνιση ηλεκτρικού πεδίου στο χώρο
- Φορά από το θετικό προς το αρνητικό
- Δεν τέμνονται
- Το ηλεκτρικό πεδίο είναι εφαπτόμενο της δυναμικής γραμμής από οποιοδήποτε σημείο
- Η πυκνότητα των δυναμικών γραμμών είναι ανάλογη του μέτρου του πεδίου σε οποιοδήποτε σημείο



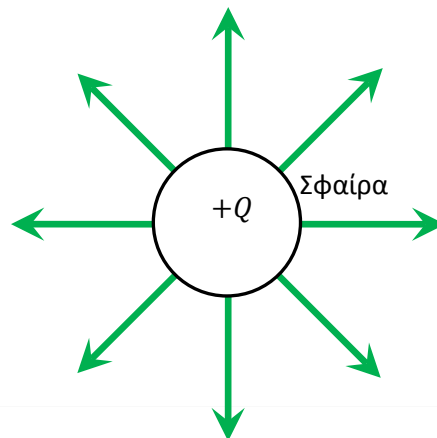
Δυναμικές γραμμές σημειακού φορτίου

- Θετικό σημειακό φορτίο
 - Πηγάζουν από το θετικό φορτίο
 - Κατευθύνονται στο άπειρο (αρνητικά)
 - Προς όλες τις διευθύνσεις (ακτινικά)
 - Φθίνουσα πυκνότητα με απομάκρυνση
- Αρνητικό σημειακό φορτίο
 - Πηγάζουν από το άπειρο (θετικά)
 - Κατευθύνονται στο αρνητικό φορτίο
 - Από όλες τις διευθύνσεις (ακτινικά)
 - Φθίνουσα πυκνότητα με απομάκρυνση



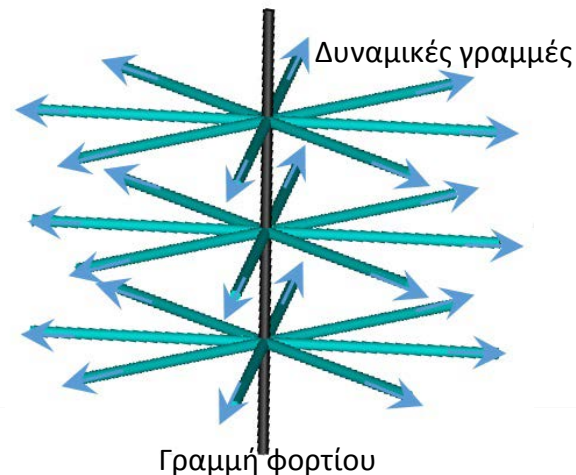
Θετικά φορτισμένη σφαίρα

- Ομοιόμορφη κατανομή φορτίου, Q
- Τείνουν στο άπειρο (αρνητικά)
- Ευθύγραμμα προς όλες τις κατευθύνσεις
- Ακτινική κατανομή – φθίνουσα πυκνότητα
- Συμπίπτουν με πεδίο σημειακού φορτίου



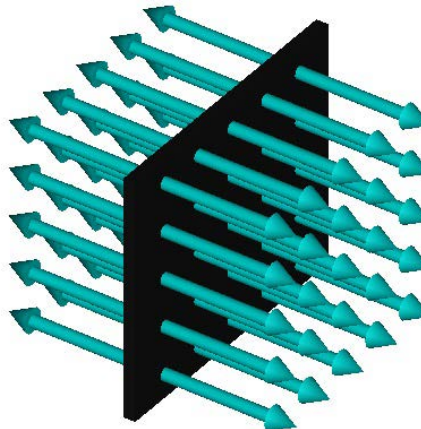
Θετικά φορτισμένη γραμμή απείρου μήκους

- Ομοιόμορφη κατανομή φορτίου, Q
- Πεδίο κάθετο στην γραμμή
- Δυναμικές γραμμές εφαπτόμενες στο πεδίο
 - Κάθετες στην γραμμή
- Τείνουν στο άπειρο (αρνητικά)
- Επίπεδη ακτινική κατανομή – φθίνουσα πυκνότητα



Θετικά φορτισμένο φύλλο απείρων διαστάσεων

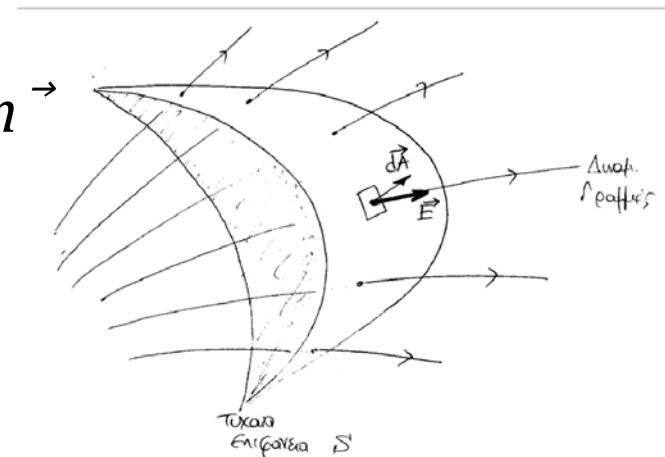
- Ομοιόμορφη κατανομή φορτίου, Q
- Πεδίο κάθετο στο φύλλο
- Δυναμικές γραμμές επαπτόμενες στο πεδίο
 - Κάθετες στο φύλλο
- Τείνουν στο άπειρο (αρνητικά)
- Παράλληλες μεταξύ τους – σταθερή πυκνότητα
 - Ομοιογενές πεδίο



Ηλεκτρική ροή

- Πλήθος δυναμικών γραμμών από επιφάνεια
- Εξάρτηση από
 - Εμβαδόν ιδεατής επιφάνειας
 - Πυκνότητα δυναμικών γραμμών
 - Προσανατολισμό επιφάνειας (κάθετο διάνυσμα, \vec{n})
- Τυχαία επιφάνεια, S
 - Απειροστά στοιχεία εμβαδού $dA \vec{=} dA\vec{n}$

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



Ο Νόμος του Gauss

- Η συνολική ροή σε κλειστή επιφάνεια ισούται με το περικλειόμενο φορτίο δια της διηλεκτρικής σταθεράς του κενού

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

- Όπου $\epsilon_0 = 1/4\pi k = 8.85 \times 10^{-12}$
- Υπολογισμός του πεδίου σε γεωμετρική συμμετρία
- Ολοκλήρωση σε επιφάνεια Gauss



Ηλεκτρικό πεδίο συμπαγούς σφαίρας

- Ακτίνας R και ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου Q
- Εξωτερικά ($r > R$)

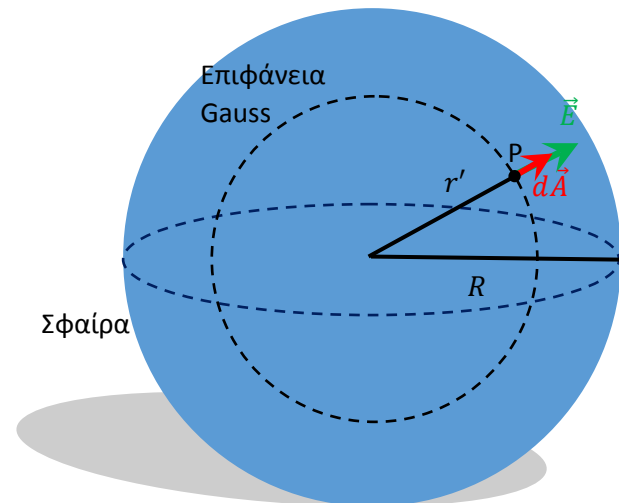
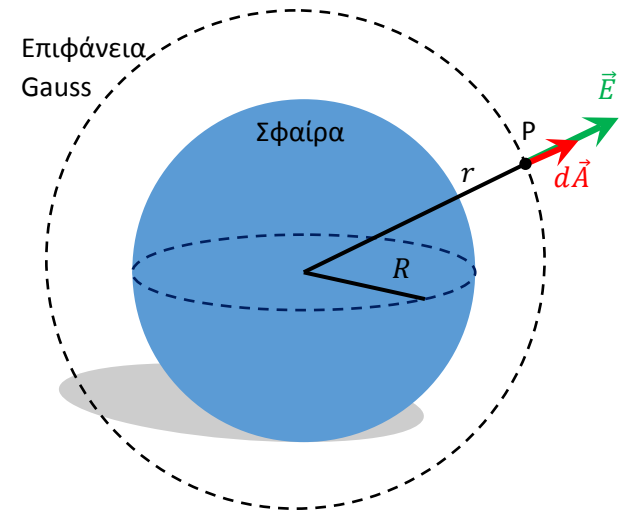
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \oint E dA \cos 0^\circ = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \oint E dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \rightarrow E = k \frac{Q}{r^2}$$

- Εσωτερικά ($r' \leq R$, $Q' \leq Q$ ομοιογενής κατανομή)

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\frac{4}{3}\pi r'^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} \rightarrow Q' = Q \frac{r'^3}{R^3}$$

$$E = k \frac{Q'}{r'^2} \rightarrow E = k \frac{Q}{R^2} r'$$



Ηλεκτρικό πεδίο κοίλης σφαίρας

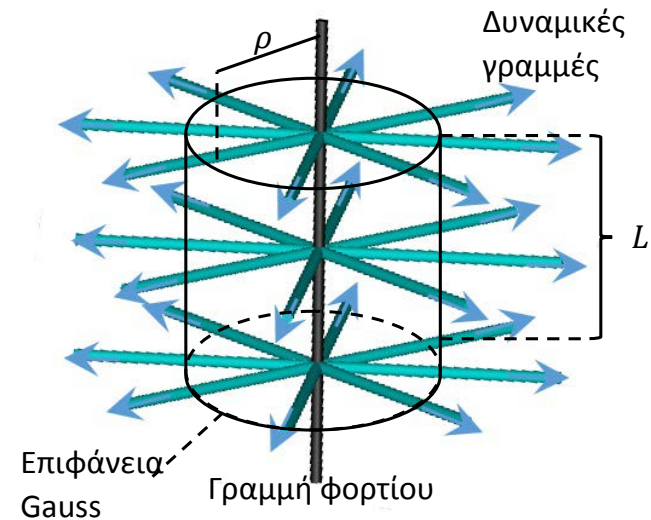
- Ακτίνας R και ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου Q στην επιφάνεια της
- Μονωτής ή αγωγός
- Εξωτερικό
 - Σαν συμπαγής σφαίρα (σημείο)
- Εσωτερικό
 - $Q = 0$

$$E = \begin{cases} 0, & r < R \\ k \frac{Q}{r^2}, & r \geq R \end{cases}$$



Ηλεκτρικό πεδίο γραμμής απείρου μήκους

- Επιφάνεια Gauss: κλειστός κύλινδρος με ακτίνα ρ και μήκος L
- Ομοιόμορφη γραμμική πυκνότητα φορτίου, λ
- Δισδιάστατη ακτινική κατανομή



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \int_{B_1} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{B_2} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\Pi} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

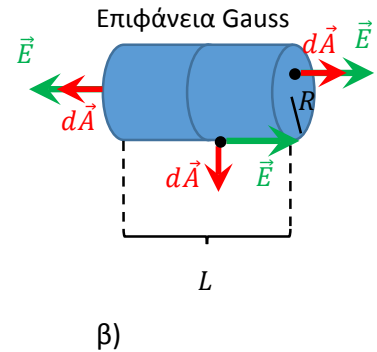
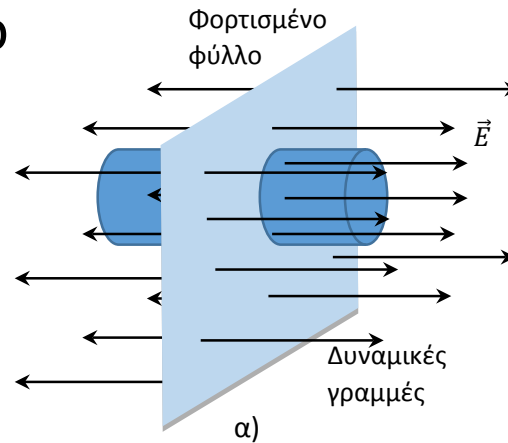
$$\rightarrow 0 + 0 + \int_{\Pi} E dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow 2E\pi\rho L = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (Q = \lambda L) \rightarrow$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\rho\epsilon_0}$$



Ηλεκτρικό πεδίο φύλλου απείρων διαστάσεων

- Επιφάνεια Gauss : κλειστός κύλινδρος κάθετος στο φύλλο με ακτίνα R και μήκος L
- Σταθερή πυκνότητα δυναμικών γραμμών
- Ομοιόμορφη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου, σ



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \int_{B_1} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{B_2} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\Pi} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow$$

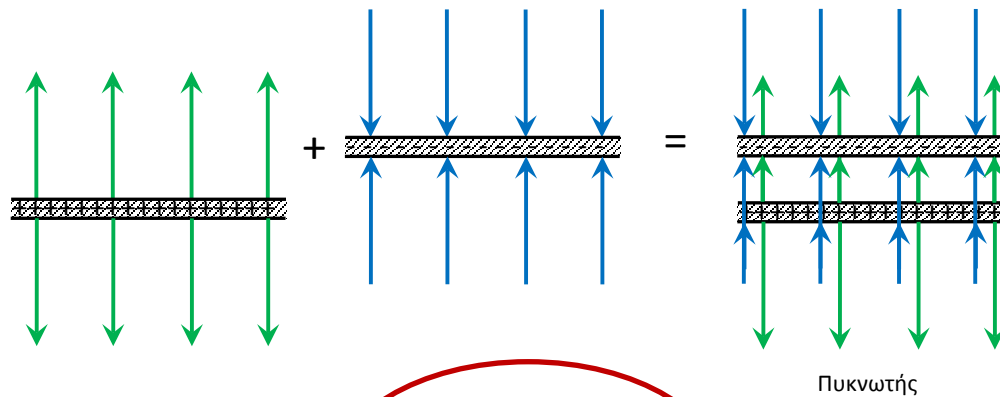
$$\int_{B_1} E dA + \int_{B_2} E dA + 0 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow 2E\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad Q = \sigma\pi R^2 \rightarrow$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



Ηλεκτρικό πεδίο επίπεδου πυκνωτή

- Όμοια επίπεδα φύλλα με ίσο και αντίθετο φορτίο σε μικρή απόσταση
- Επιφανειακή πυκνότητα φορτίου, $\sigma \rightarrow$ ομοιόμορφο πεδίο:
 $E = \sigma / 2\epsilon_0$
- Αλληλοαναίρεση δυναμικών γραμμών στο εξωτερικό
- Πρόσθεση δυναμικών γραμμών στο εσωτερικό

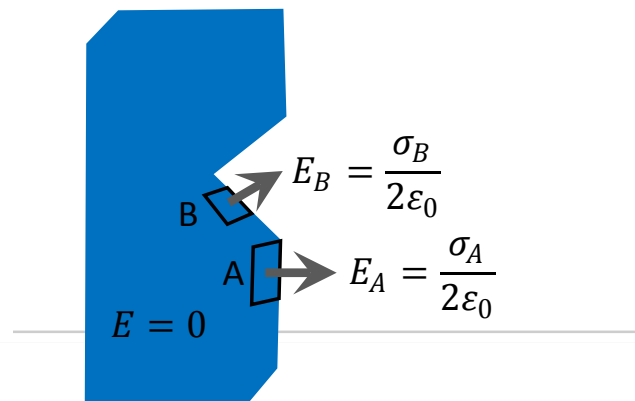


$$E = \begin{cases} 0, & \text{εκτός} \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0}, & \text{εντός} \end{cases}$$



Ένταση ηλεκτρικού πεδίο σε αγωγούς

- Νόμος Gauss για αγωγούς με επιφανειακή κατανομή φορτίου
 - η ένταση στο εσωτερικό αγωγού είναι μηδέν
- Αγωγοί τυχαίου σχήματος και μη ομοιόμορφης επιφανειακής κατανομής φορτίου
 - Προσέγγιση επίπεδου λεπτού φύλλου
 - Αριθμητικές μέθοδοι



Βιβλιογραφία

- Serway R. A., Jewett J. W., 2013, *Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς : ηλεκτρισμός και μαγνητισμός, φώς και οπτική, σύγχρονη φυσική*, Κλειδάριθμος , Αθήνα
- Halliday D., Resnick R, 2009, *Φυσική: μέρος Β*, 4^η εκδ., Γ. & Α. Πνευματικός, Αθήνα
- Young H.D., Freedman R.A., 2010, *Πανεπιστημιακή φυσική με σύγχρονη φυσική, τ. 2: Ηλεκτρομαγνητισμός-Οπτική* , 2^η έκδ., Παπαζήσης , Αθήνα
- Pollack G.L., Stump D. R., 2002, *Electromagnetism*, Addison Wesley, San Francisco
- Hecht E.P., 1975, *Schaum's outline of theory and problems of optics*, McGraw-Hill Book Company, New York



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών

Δημήτριος Κουζούδης. «Φυσική II»

Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/courses/CMNG2165/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.