Εξέταση στη Φυσική ΙΙ

Τμήμα Χημικών Μηχανικών
Πολυτεχνική Σχολή
Πανεπιστήμιο Πατρών

Διδάσκων:	Μπαλής Νικόλαος
Διάρκεια Εξέτασης:	3 ώρες
Ημερομηνία Εξέτασης:	Τετάρτη 26 Ιουνίου 2019
Ονοματεπώνυμο:	
Εξάμηνο:	
ΑΜ:	

ΘΕΜΑΤΑ “Β”

1. Μία συμπαγής αγώγιμη σφαίρα ακτίνας R φέρει θετικό ολικό φορτίο Q. Η σφαίρα περιβάλλεται από ένα μονωτικό κέλυφος εσωτερικής ακτίνας R και εξωτερικής 2R. Το κέλυφος έχει ομοιόμορφη χωρική πυκνότητα φορτίου ρ.

α) Να βρεθεί η πυκνότητα φορτίου ρ, αν το συνολικό φορτίο της διάταξης (φλοιός και σφαίρα)είναι μηδέν.

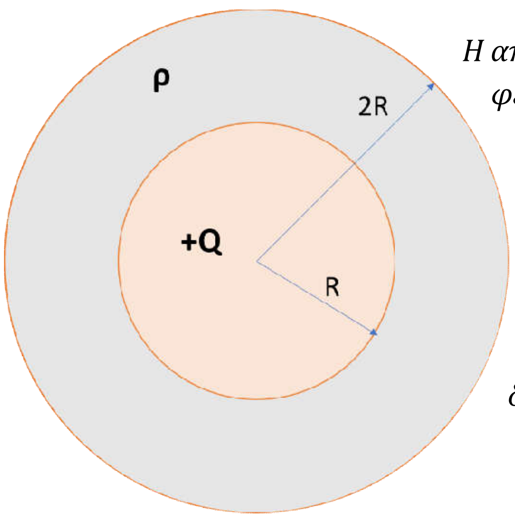
β) Δεδομένης της τιμής του ρ που βρήκατε στο ερώτημα (α), βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο (μέτρο και κατεύθυνση) σε κάθε μια από τις περιοχές 0<r<R, R<r<2R, και r>2R.

γ) Κάντε την γραφική παράσταση της ακτινικής συνιστώσας του **E** συναρτήσει του r.

(3 μονάδες)

Λύση:

α) *Ο όγκος του μονωτικού κυλίνδρου είναι* $V=\frac{4}{3}\pi[(2R)^3\text{-}R^3] = \frac{28\pi}{3}R^3$



Η απαίτηση για μηδενικό φορτίο συνεπάγεται ότι το κέλυφος φέρει ένα αρνητικό φορτίο -Q για το οποίο ισχύει:

$$\rho = \frac{-Q}{V} = \frac{-Q}{\frac{28\pi}{3}R^3} = \frac{-3Q}{28\pi\, R^3}.$$

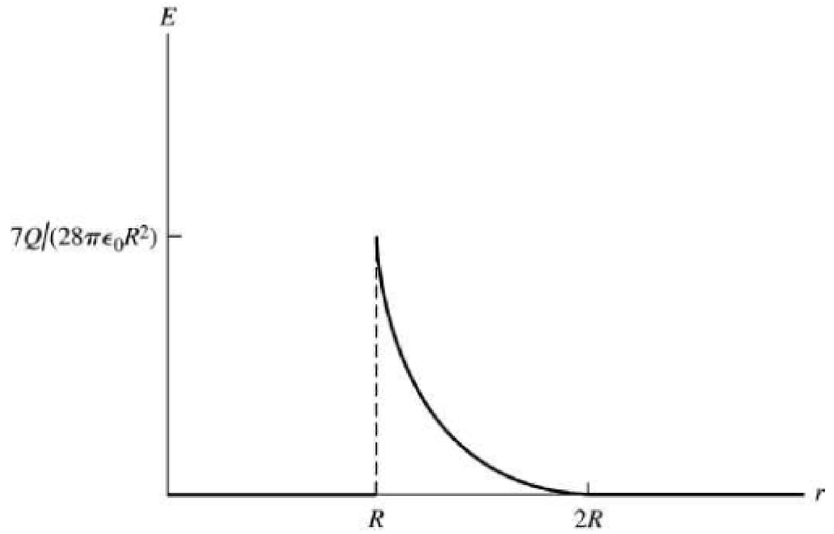
β) Στις περιοχές 0<r<R, και r>2R έχω E=0 καθώς στην μεν πρώτη περίπτωση βρίσκομαι εντός αγωγού, στη δε δεύτερη το συνολικό περικλειόμενο φορτίο είναι μηδέν.

Στην περιοχή εντός του μονωτικού φλοιού λαμβάνω επιφάνεια Gauss ακτίνας r με $R<r<2R$, και έχω:

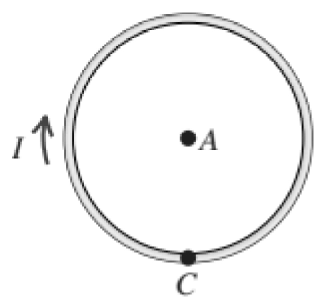
$$\int \boldsymbol{E}d\boldsymbol{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} + \frac{4\pi\rho}{3\varepsilon_0}\,(r^3 - R^3) \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} + \frac{\rho}{3\varepsilon_0 r^2}\,(r^3 - R^3)$$

Αντικαθιστώντας το ρ λαμβάνω $E = \frac{2}{7\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} - \frac{Qr}{28\pi\varepsilon_0 R^3}$

γ)



2. Ένας δακτύλιος διαμέτρου D είναι τοποθετημένς σε οριζόντιο επίπεδο και διαρρέεται από ρεύμα εντάσεως I. Στο σχήμα, το σημείο A είναι το κέντρο του κύκλου και το σημείο C βρίσκεται πάνω στην περιφέρειά του.



α) Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο A.

β) Το σύρμα ξεδιπλώνεται, γίνεται ευθύγραμμο και τοποθετείται κάθετα στη νοητή ευθεία AC ώστε το σημείο C να βρίσκεται στο μέσον του. Το ρεύμα που διαρρέει το σύρμα διατηρείται σταθερό. Βρείτε το μαγνητικό πεδίο στο σημείο A.

γ) Ποιό πεδίο είναι μεγαλύτερο, αυτό του ερωτήματος (α) ή αυτό του ερωτήματος (β)? Κατά ποιον παράγοντα; Πως εξηγείται φυσικά το αποτέλεσμα;

(2 μονάδες)

Λύση:

α) Από τη θεωρία ξέρουμε ότι το μετρό του ***B*** *στο κέντρο ενός κυκλικού βρόχου ακτίνας α, διαρρέοντος από ρεύμα εντάσεως I είναι* $B = \frac{\mu_o I}{2\alpha}$.

Επίσης, όπως έχουμε αναφέρει στις παραδόσεις του μαθήματος, το μαγνητικό πεδίο που παράγει πεπερασμένος αγωγός μήκους 2α σε απόσταση x από το κέντρο του είναι:

$$B=\frac{\mu_o I}{4\pi x}\,\frac{2a}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

Άρα καθώς 2α=D έχω B= $\frac{\mu_o I}{2\alpha}=\frac{\mu_o I}{D}$

β) Καθώς 2α=πD και x=D/2 έχω: B= $\frac{\mu_o I}{4\pi x}\,\frac{2a}{\sqrt{x^2+a^2}}=\frac{\mu_o I}{4\pi}\,\frac{\pi D}{D/2\sqrt{\frac{D^2}{4}+\frac{\pi^2 D^2}{4}}}=\frac{\mu_0 I}{D\sqrt{1+\pi^2}}$.

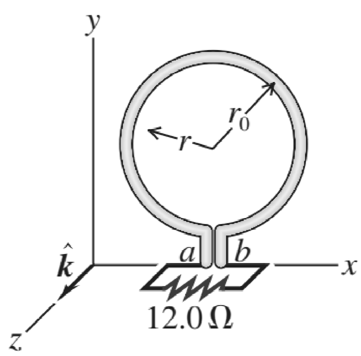
γ) Το πεδίο του ερωτήματος α είναι μεγαλύτερο κατά ένα παράγοντα $\sqrt{1+\pi^2}$*, γεγονός λογικο καθως περισσοτερο ρευμα βρισκεται κοντα στο σημειο Α στην περιπτωση του κυκλικου βροχου παρα σε αυτή του ευθυγράμμου σύρματος.*

3. Ένας κυκλικός αγώγιμος βρόχος ακτίνας r_0=0.0420m βρίσκεται επί του επιπέδου xy σε μια περιοχή με ομοιόμορφα κατανεμημένο μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}=B_0[1-3(t/t_0)^2+2(t/t_0)^3]\mathbf{k}$. Στην έκφραση αυτή t_0=0.0100s(σταθερά), t είναι ο χρόνος, **k** το μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση +z και B_0=0.0800T (σταθερά). Στα σημεία α και b του βρόχου υπάρχει ένα μικρό κενό και δυο σύρματα οδηγούν σε εξωτερικό κύκλωμα αντίστασης R=12.0Ω. Στην περιοχή του κυκλώματος δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο.

α) Να βρεθεί μια έκφραση για τη συνολική μαγνητική ροή Φ διαμέσου του βρόχου, συναρτήσει του χρόνου.

β) Καθορίστε την ΗΕΔ που επάγεται στον βρόχο κατά την στιγμή t=5 ms. Ποια η φορά της ΗΕΔ;

γ) Εξαιτίας της εσωτερικής αντίστασης του βρόχου, το ρεύμα που διαρρέει το βρόχο τη στιγμή t=5 ms είναι 3mA. Ποια είναι η εσωτερική αντίσταση του βρόχου;



δ) Ποια η ΗΕΔ κατά τη χρονική στιγμή t=12.1ms; Ποια η φορά της ΗΕΔ τότε;

ε) Καθορίστε τη χρονική στιγμή κατά την οποία το ρεύμα διαμέσου της R αλλάζει φορά.

(3 μονάδες)

Λύση:

α) $\Phi=BA=B_0\pi r_0^2\left(1-3\left(\frac{t}{t_0}\right)^2+2\left(\frac{t}{t_0}\right)^3\right)$.

β) $\mathscr{E}=-\frac{d\,\Phi_B}{dt}=-B_0\pi r_0^2\left(1-3\left(\frac{t}{t_0}\right)^2+2\left(\frac{t}{t_0}\right)^3\right)=-\frac{B_0\pi r_0^2}{t_0}\left(-6\left(\frac{t}{t_0}\right)+6\left(\frac{t}{t_0}\right)^2\right)$

$= -6\frac{B_0\pi r_0^2}{t_0}\left(-\left(\frac{t}{t_0}\right) + \left(\frac{t}{t_0}\right)^2\right)$, *θέτοντας t=5ms*

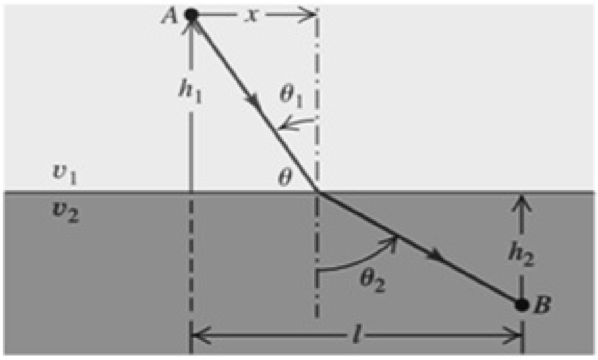
$\mathscr{E}$= 0.0665V με φορά αντι-ωρολογιακή.

γ) I=$\frac{\varepsilon}{R_{total}} = R_{total} = R + r = \frac{\varepsilon}{I} \rightarrow r = \frac{0.0665\text{V}}{3mA} - 12\Omega = 10.2\Omega$

δ) Για t=12.1ms έχω $\mathscr{E}$= -0.0676 V και φορά ωρολογιακή.

ε) $\mathscr{E}$=0 όταν $-\left(\frac{t}{t_0}\right) + \left(\frac{t}{t_0}\right)^2 = 0$ → $t=t_0$ = 0.01 s.

4. Μια ακτίνα φωτός ταξιδεύει από σημείο Α το οποίο βρίσκεται σε μέσο στο οποίο η ταχύτητα είναι u_1, σε σημείο Β το οποίο βρίσκεται σε μέσο στο οποίο η ταχύτητα είναι u_2. Η ακτίνα διαθλάται σε μια διεπιφάνεια, σε οριζόντια απόσταση x, δεξιά του σημείου Α.



α) Βρείτε την σχέση που μας δίνει τον χρόνο t που χρειάζεται η ακτίνα για να ταξιδέψει από το σημείο Α στο σημείο Β συναρτήσει των x, h_1, u_1,h_2, u_2,l.

β) Παραγωγίζοντας τη σχέση που βρήκατε στο (α) ερώτημα ως προς x, εξάγετε το νόμο του Snell θεωρώντας δεδομένο ότι η ακτίνα θα «επιλέξει» εκείνη τη διαδρομή για την οποία ο χρόνος μετάβασης είναι ο ελάχιστος.

(2 μονάδες)

Λύση:

(α) Η συνολική απόσταση που ταξιδεύει η ακτίνα είναι ίση με:

d= $d_1 + d_2 = (x^2 + h_1^2)^{\frac{1}{2}} + ((l-x)^2 + h_2^2)^{\frac{1}{2}}$, άρα

t =$t_1 + t_2 = \frac{d_1}{u_1} + \frac{d_2}{u_2} = \frac{(x^2 + h_1^2)^{\frac{1}{2}}}{u_1} + \frac{((l-x)^2 + h_2^2)^{\frac{1}{2}},}{u_2}$

(β) Μηδενίζοντάς την παραγωγό ως προς x , λαμβάνω:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{u_1}\frac{1}{2}(x^2 + h_1^2)^{-\frac{1}{2}}(2x) + \frac{1}{u_2}\frac{1}{2}((l-x)^2 + h_2^2)^{-\frac{1}{2}}2(\text{l}-\text{x})(-1) = 0$$

$$ή \ \frac{x}{u_1\sqrt{(x^2 + h_1^2)}} = \frac{l - x}{u_2\sqrt{(l - x)^2 + h_2^2}}$$

Πολλαπλασιάζω και τις δυο σχέσεις με c και επειδή $\frac{c}{v_1} = n_1$, $\frac{c}{v_2} = n_2$

$και \ \sin\theta_1 = \frac{x}{\sqrt{(x^2 + h_1^2)}}$, $\sin\theta_2 = \frac{l - x}{\sqrt{(l-x)^2 + h_2^2}}$

Τελικά $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$