Β΄ Πρόοδος Φυσικής ΙΙ

Τμήμα Χημικών Μηχανικών
Πολυτεχνική Σχολή
Πανεπιστήμιο Πατρών

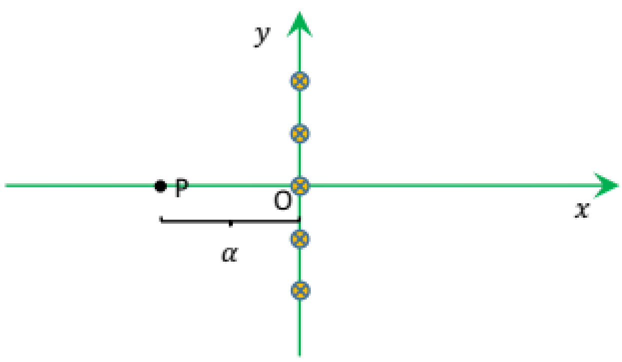
Διδάσκων:	Μπαλής Νικόλαος
Διάρκεια Εξέτασης:	2 ώρες
Ημερομηνία Εξέτασης:	Πέμπτη 6 Ιουνίου 2019
Ονοματεπώνυμο:	
Εξάμηνο:	
ΑΜ:	

Λύσεις Θεμάτων

1. Θεωρήστε μία συστοιχία 5 ευθύγραμμων αγωγών κατά μήκος του άξονα y που με τον καθένα να είναι κάθετος στη σελίδα, να έχει άπειρο μήκος και να ισαπέχει απόσταση α (m) από τους γειτονικούς αγωγούς, ενώ ο μεσαίος αγωγός βρίσκεται στην αρχή των αξόνων. Όλοι οι αγωγοί διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα I με τη φορά προς τα μέσα της σελίδας. Υπολογίστε το μέτρο και τη φορά του συνιστάμενου μαγνητικού πεδίου που παράγει η συστοιχία στο σημείο P με συντεταγμένες (-α, 0).

(3 μονάδες)

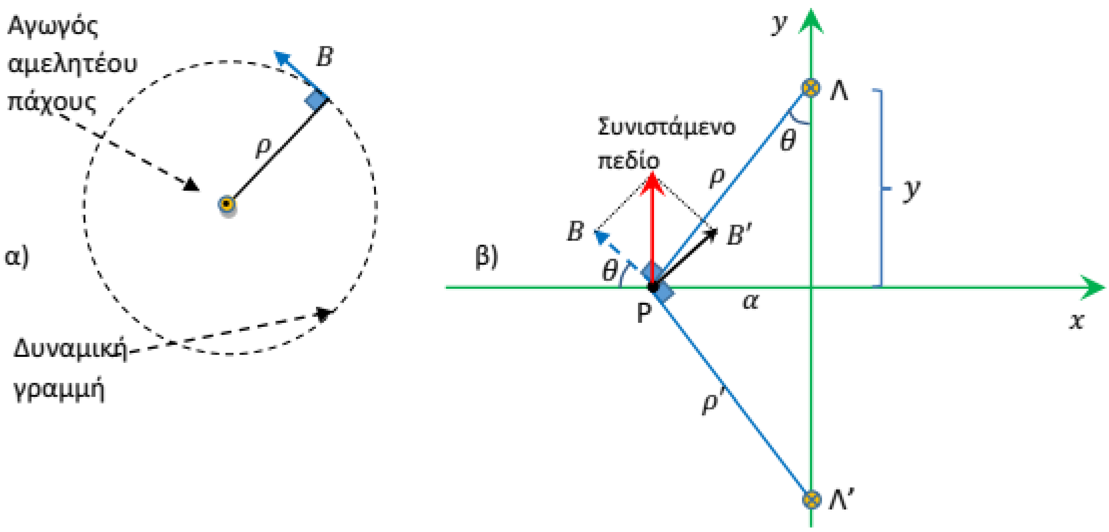
Λύση:



Το μαγνητικό πεδίο που «παράγει» κάθε αγωγός έχει μέτρο:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Οι μαγνητικές γραμμές των πεδίων των αγωγών είναι κύκλοι με κέντρο τον εκάστοτε αγωγό. Οι συνεισφορές των αγωγών στο ολικό μαγνητικό πεδίο του σημείου P είναι διανύσματα κάθετα στην επιβατική ακτίνα του P. Αν αναλύσουμε τις συνεισφορές κατά ζεύγη αγωγών εκατέρωθεν του κεντρικού που βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, θα δούμε ότι οι συνεισφορές έχουν ως αποτέλεσμα ένα



συνιστάμενο πεδίο που λόγω συμμετρίας (ελέγξτε την τοποθέτηση της γωνίας θ) κατευθύνεται προς τα θετικά του άξονα y και παράλληλα προς αυτόν.

Εναλλακτικά μπορούμε να σκεφτούμε ότι κάθε διάνυσμα **B** που αντιστοιχεί σε έναν αγωγό, αν αναλυθεί σε άξονες έχει μεν μια συνιστώσα επί του άξονα y και μια επι του x, αλλά τελικά οι συνιστώσες όλων των αγωγών επί του x θα αλληλοαναιρεθούν

Σε κάθε περίπτωση οι συνιστώσες που μας ενδιαφέρουν είναι της μορφής:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} sin\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{a}{r} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi(a^2 + y^2)}$$

όπου y τεταγμένη του εκάστοτε αγωγού.

Οι συνεισφορές των 5 αγωγών τελικά είναι:

$$B_a(y = 0) = \frac{\mu_0 I a}{2\pi a^2}$$

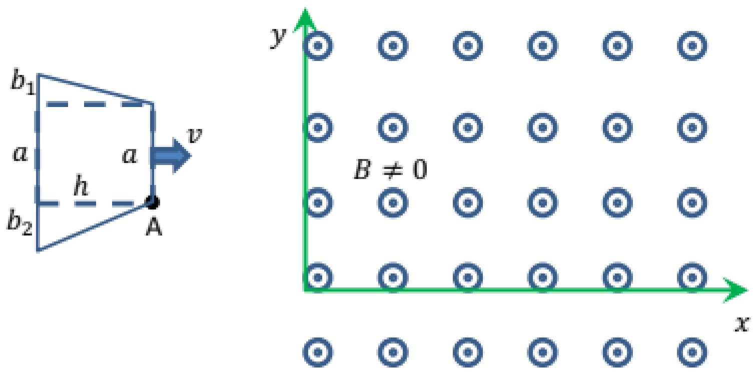
$$B_b(y = |\alpha|) = \frac{\mu_0 I a}{2\pi 2a^2}$$

$$B_c(y = |2\alpha|) = \frac{\mu_0 I a}{2\pi 5a^2}$$

Άρα:

$$B_{tot} = B_a + 2B_b + 2B_c = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I}{5\pi a} = \frac{6\mu_0 I}{5\pi a}$$

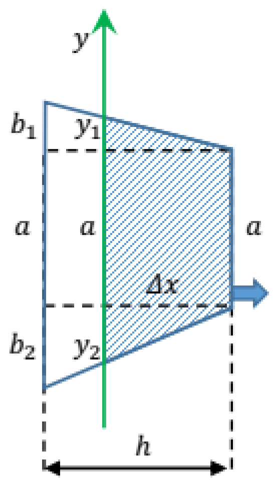
2. Στο παρακάτω σχήμα, ένα κλειστό συρμάτινο πλαίσιο με μορφή τραπεζίου με βάσεις μήκους a και $a + b_1 + b_2$ και ύψους h εισέρχεται με ταχύτητα v μέσα σε ημιάπειρο χώρο όπου υπάρχει ομοιογενές μαγνητικό πεδίο μέτρου B και με φορά έξω από την σελίδα μόνο για $x \geq 0$ ενώ $B = 0$ για $x < 0$. Εάν τη χρονική στιγμή $t = 0$ η ακμή Α του πλαισίου μόλις που εισέρχεται στην περιοχή του μαγνητικού πεδίου (έρχεται σε επαφή με τον άξονα y), να γίνει η γραφική παράσταση της απόλυτης τιμής της επαγόμενης ΗΕΔ στο πλαίσιο συναρτήσει του χρόνου, για όλους τους χρόνους από -∞ μέχρι +∞.



(4 μονάδες)

Λύση:

Αρχικά το πλαίσιο είναι εκτός **B** οπότε η μαγνητική ροή είναι μηδενική και δεν επάγεται ΗΕΔ. Αν λάβω τυχαίο στιγμιότυπο όπου το πλαίσιο έχει εισχωρήσει κατά Δx εντός του B, η εικόνα της διάταξης είναι η κάτωθι:



Θεωρώ t=0 την στιγμή εισόδου και έστω ότι μετά από t έχει εισχωρήσει κατά $\Delta x = U \cdot t$. Η μικρή βάση είναι α και η μεγάλη $\alpha + y_1 + y_2$. Από όμοια τρίγωνα λαμβάνω:

$$\frac{y_1}{b_1} = \frac{\Delta x}{h} \rightarrow y_1 = \frac{\mathrm{U} \cdot \mathrm{t} \cdot b_1}{h}$$

$$\text{και } y_2 = \frac{\mathrm{U} \cdot \mathrm{t} \cdot b_2}{h}$$

Άρα το μεταβλητό εμβαδόν θα είναι της μορφής:

$$A = [\alpha + (\alpha + y_1 + y_2)]\frac{\Delta x}{2} = a\Delta x + \left(\frac{\mathrm{U} \cdot \mathrm{t} \cdot b_1}{h} + \frac{\mathrm{U} \cdot \mathrm{t} \cdot b_2}{h}\right)\frac{\mathrm{U} \cdot \mathrm{t}}{2} =$$

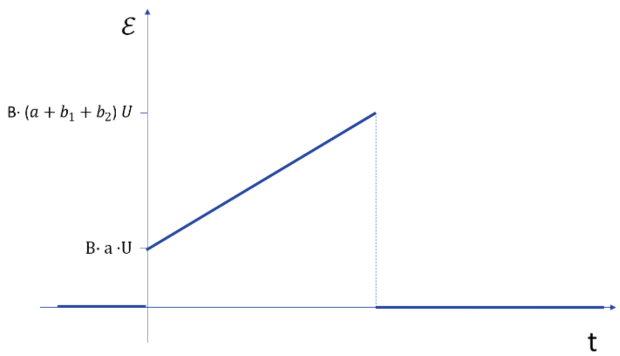
$$= a \cdot \mathrm{U} \cdot \mathrm{t} + (b_1 + b_2)\frac{U^2 \cdot t^2}{2h}$$

Επομένως $\Phi = \mathrm{B} \cdot \mathrm{A} = \mathrm{B} \cdot \left[a \cdot \mathrm{U} \cdot \mathrm{t} + (b_1 + b_2)\frac{U^2 \cdot t^2}{2h}\right]$ και κάνοντας την παραγώγιση:

$$\mathscr{E} = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \mathrm{B} \cdot a \cdot \mathrm{U} + \mathrm{B} \cdot (b_1 + b_2)\frac{U^2 \cdot t}{h}$$

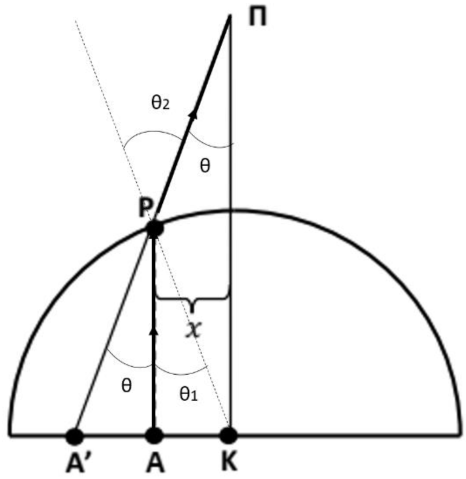
Την t=0 έχω $\mathscr{E} = \mathrm{B} \cdot a \cdot \mathrm{U}$

Όταν $t = \frac{h}{U}$: $\mathscr{E} = \mathrm{B} \cdot a \cdot \mathrm{U} + \mathrm{B} \cdot (b_1 + b_2)\, U = \mathrm{B} \cdot (a + b_1 + b_2)\, U$



Όπως αναμένεται ΗΕΔ παράγεται όσο διαρκεί η είσοδος του πλαισίου στο **B**. Όταν αυτή ολοκληρωθεί, η ΗΕΔ μηδενίζεται ξανά.

3. Σημειακή ατέλεια Α βρίσκεται επάνω στην επίπεδη επιφάνεια ενός γυάλινου ημισφαιρικού φακού με δείκτη διάθλασης $n = 3/2$, σε απόσταση x από το κέντρο καμπυλότητας Κ του φακού (βλέπε σχήμα). Ένας παρατηρητής που ο οφθαλμός του βρίσκεται στο σημείο Π, έχει την εντύπωση ότι το Α βρίσκεται στην θέση Α' της επίπεδης επιφάνειας. Εάν η γωνία ΚΠΑ' είναι ίση με 60^0 και η φωτεινή ακτίνα από το Α χρειάζεται χρόνο t για φτάσει στο σημείο Ρ, να βρεθεί το x συναρτήσει των c,t.



(3 μονάδες)

Λύση:

Η ακτίνα ταξιδεύει από το Α προς το P, εκεί διαθλάται και φτάνει στον παρατηρητή. Για να εφαρμόσω ν.Snell πρώτα φέρω την ορθόθετο στο P και έπειτα σημειώνω τις γωνίες πρόσπτωσης (θ_1) και διάθλασης (θ_2).

$$n_{γυαλι} \sin\theta_1 = n_{αέρα} \sin\theta_2$$
$$\frac{3}{2}\sin\theta_1 = \sin\theta_2$$
$$επειδη\ \theta_2 = 60 + \theta_1$$

άρα

$$\frac{3}{2}\sin\theta_1 = \sin(60+\theta_1)$$
$$\frac{3}{2}\sin\theta_1 = \sin 60\cos\theta_1 + \sin\theta_1\cos 60$$
$$\frac{3}{2}\sin\theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta_1 + \frac{1}{2}\sin\theta_1$$

$$tan\,\theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ (1)$$
$$Επίσης\ n = \frac{c}{U} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{c\ \cdot t}{y} \rightarrow y = \frac{2\,c\ \cdot t}{3}(2)$$

Άρα από (1) και (2) : $\frac{3\,x}{2\,ct} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}\ ct$