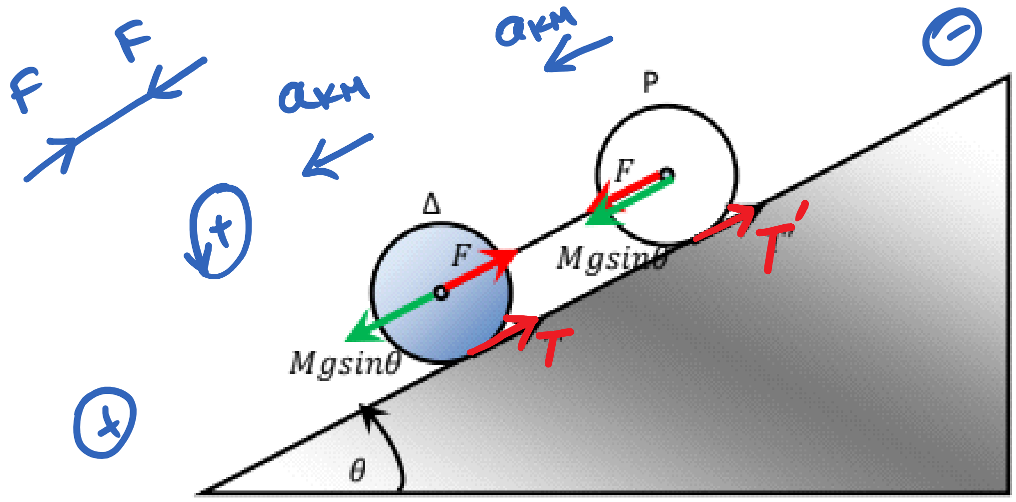
1

Τετάρτη, 20 Δεκεμβρίου 2023 9:26 πμ

Παράδειγμα 10.11

Δυο σώματα διαφορετικού σχήματος, ένας λεπτός δίσκος Δ και μια λεπτή ρόδα Ρ, ίσης μάζας Μ και ακτίνας R, έχουν τα κέντρα τους συνδεδεμένα με ιδανικό νήμα μήκους L > 2R έτσι ώστε να κινούνται μαζί στην κατωφέρεια ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας θ με το Δ προς την χαμηλή πλευρά. Και τα δυο σώματα κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν. Να βρεθεί η δύναμη του νήματος εάν θεωρηθεί ότι αυτό είναι σε ένταση (τεντωμένο) κατά την κίνηση αυτή. Μπορεί να θεωρηθεί ότι όλη η μάζα του τροχού είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του.



Τεντωμένο νήμα ⇒ Κοινή επιτάχυνση $a_{κμ}$

Δ: Μεταφορική ① $Mg\sin\theta - F - T = Ma_{κμ}$

Ρ: -"- ② $Mg\sin\theta + F - T' = Ma_{κμ}$

Δ: Περιστροφική $TR = I_{Δ}\cdot\alpha$

Ρ: -"- $T'R = I_{P}\cdot\alpha$ ⇒

Κύλιση $a_{κμ} = R\alpha$

③ $T\cancel{R} = \frac{1}{2}M R^{\cancel{2}}\,\frac{a_{κμ}}{\cancel{R}}$

4 $T'\cancel{R} = MR^{\cancel{2}} \frac{a_{KM}}{\cancel{R}}$

1 + 2

$$2Mg\sin\theta - T' - T = 2Ma_{KM} \Rightarrow$$

3 4

$$2Mg\sin\theta - Ma_{KM} - \frac{1}{2}Ma_{KM} = 2Ma_{KM}$$

$$\frac{7}{2}\cancel{M}a_{KM} = 2\cancel{M}g\sin\theta \Rightarrow \boxed{a_{KM} = \frac{4}{7}g\sin\theta}$$

Αντικαθ. εξίσωση Δ:

$$Mg\sin\theta - F - T = Ma_{KM}$$

$$T = \frac{1}{2}Ma_{KM}$$

βρίσκω F.....

Τελικά $\boxed{F = \frac{1}{5}Mg\sin\theta}$

T: στατική, χαμηλότερο σημείο ακίνητο

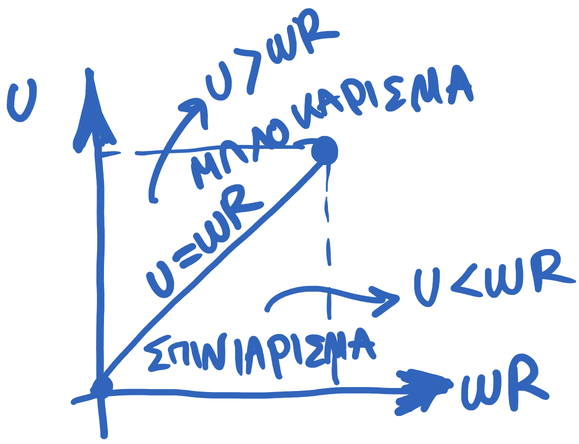
$υ = ωR$ Συνθήκη κύλισης χωρίς ολίσθηση

ΟΛΙΣΘΗΣΗ:

$υ < ωR$ "σπινιάρισμα"

$υ > ωR$ "μπλοκάρισμα"

T: ολίσθησης
χαμηλότερο σημείο ολισθαίνει με το έδαφος



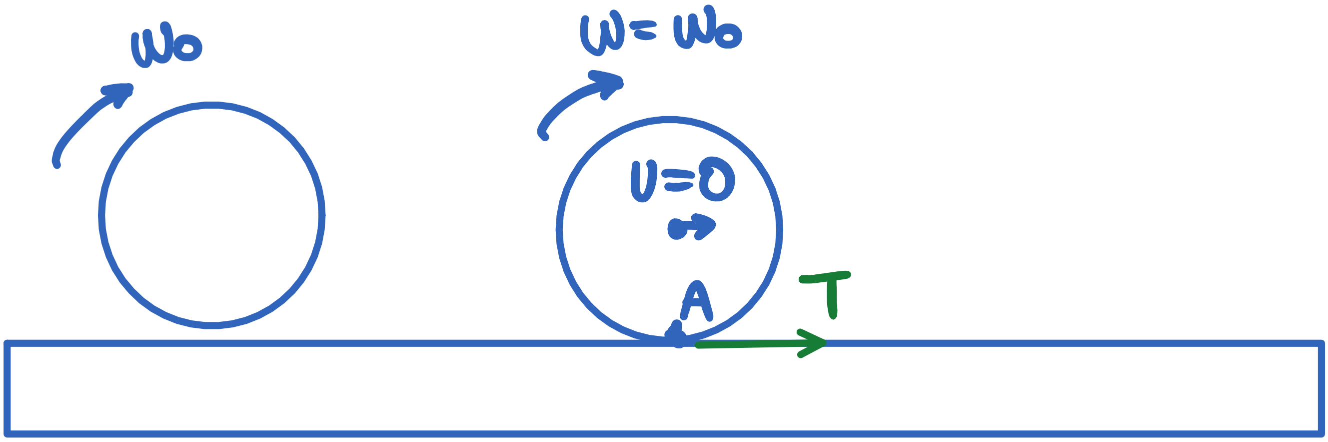
10.10 Λεπτός δίσκος ακτίνας R και μάζας m ο οποίος κρατιέται ελάχιστα επάνω από οριζόντιο δάπεδο με τον άξονά του παράλληλα με το έδαφος, περιστρέφεται με μεγάλη γωνιακή ταχύτητα $\omega 0$ γύρω από τον άξονά του. Στο t = 0 ο δίσκος αφήνεται ελεύθερος και έρχεται σε επαφή με το δάπεδο και εκτελεί μια σύνθετη κίνηση η οποία αρχικά είναι κύλιση με ολίσθηση αλλά η οποία μετά από χρόνο t1 καταλήγει σε κύλιση χωρίς ολίσθηση. Να βρεθούν (α) ο χρόνος t1. (β) η απόσταση που διανύει το κέντρο μάζας και ο αριθμός των περιστροφών του δίσκου μέσα στο χρονικό διάστημα 0 → t1. (γ) Το έργο (μεταφορικό και περιστροφικό) της τριβής στο ίδιο χρονικό διάστημα. Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ του δίσκου με το δάπεδο.

5

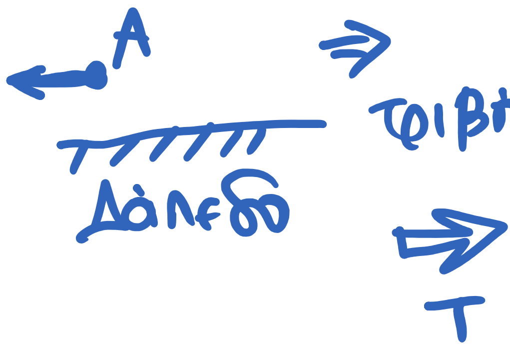
Τετάρτη, 20 Δεκεμβρίου 2023 9:57 πμ

Αρχικές

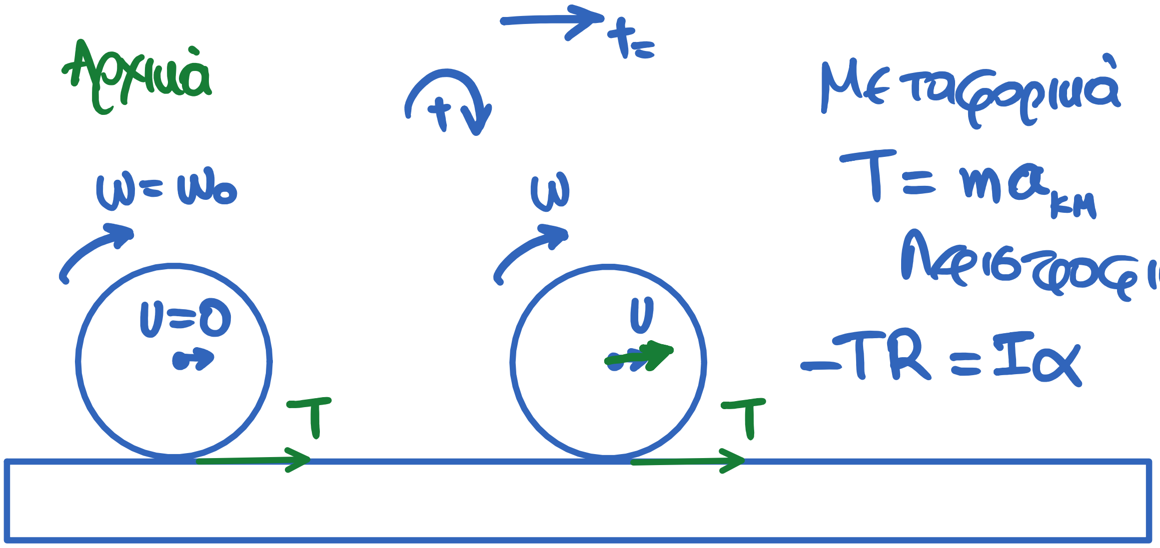
$t<0$ $t=0$



Σχετική κίνηση σημείου A



Αρχικά



Μεταφορικά

$T = m a_{κμ}$

Περιστροφικά

$-TR = I\alpha$

Μέχρι να πιάσει συνθήκη κύλισης χωρίς ολίσθηση

$a_{κμ} \neq \alpha R$

T: σταθερή $= \mu B = \mu m g$

ομαλά μεταβαλλόμενη

$a_{κμ} = \frac{T}{m}$: σταθερό

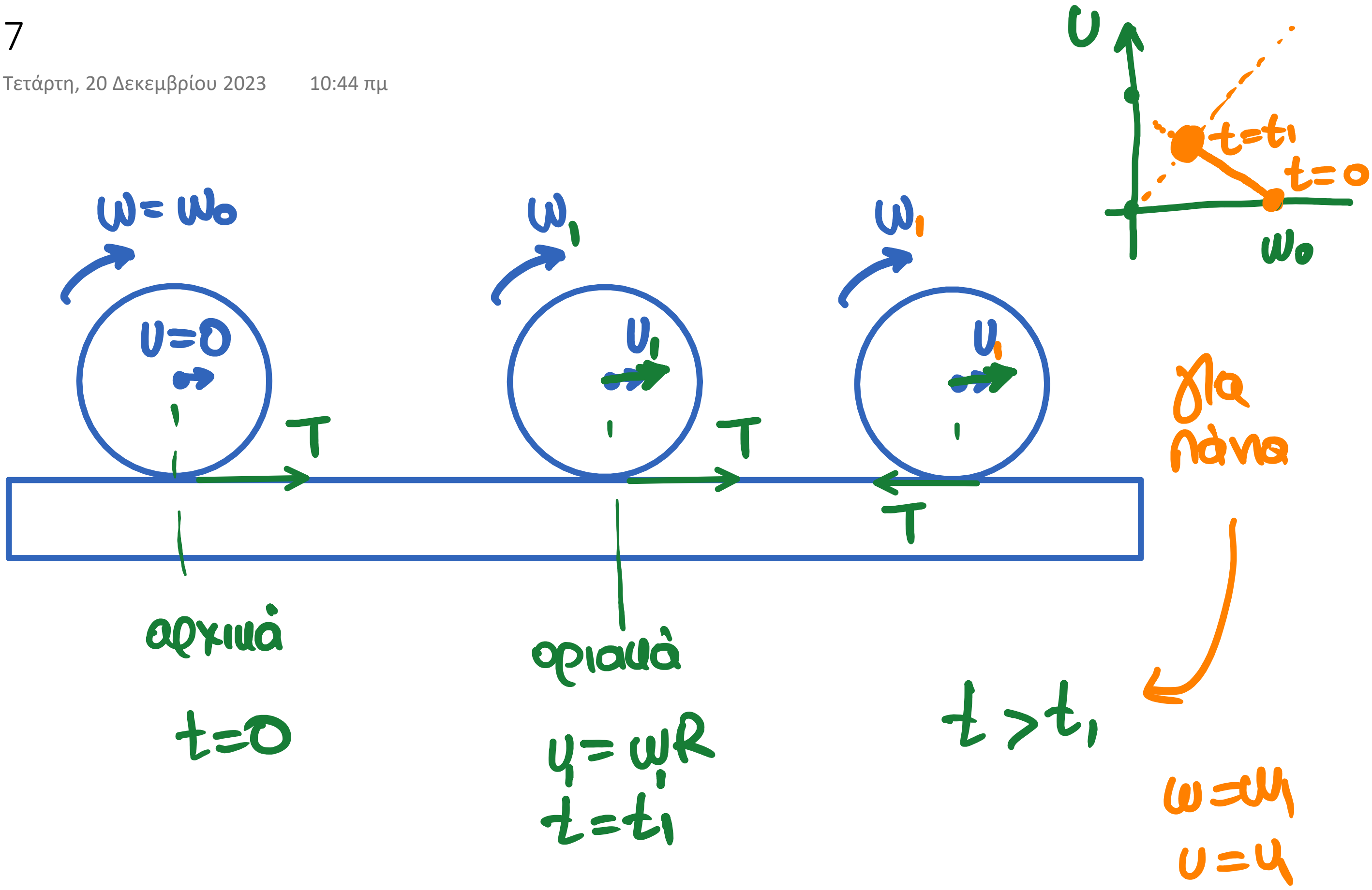
$v = \cancel{v_0}^{\,0} + a_{κμ} t$

$\alpha = -\frac{TR}{I} = -\frac{TR}{\frac{1}{2} m R^2} = \frac{-2T}{mR}$: σταθ

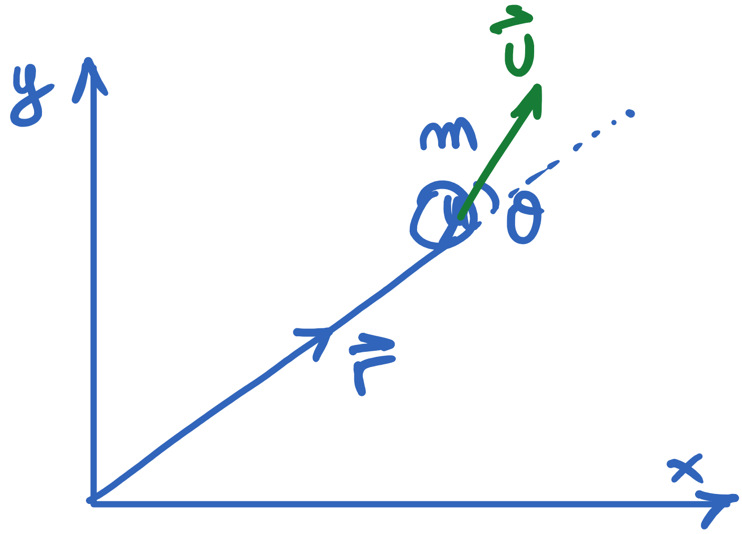
$\omega = \omega_0 + \alpha t$

Οριακά, κύλιση χ.ο. στο $t = t_1$

$\omega R = v \Rightarrow \left(\omega_0 + \frac{-2T t_1}{mR}\right) R = \frac{T}{m} t_1$


ω=ω0
υ=0
T
αρχικά
t=0
ω1
υ1
T
οριακά
υ1=ω1R
t=t1
ω1
υ1
T
t>t1
υ
t=t1
t=0
ω0
για πάντα
ω=ω1
υ=υ1

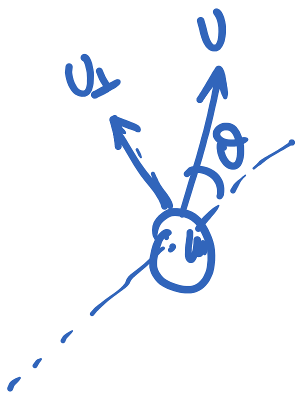
Στροφορμή κεφ 9



Ορισμός για σημειακή μάζα

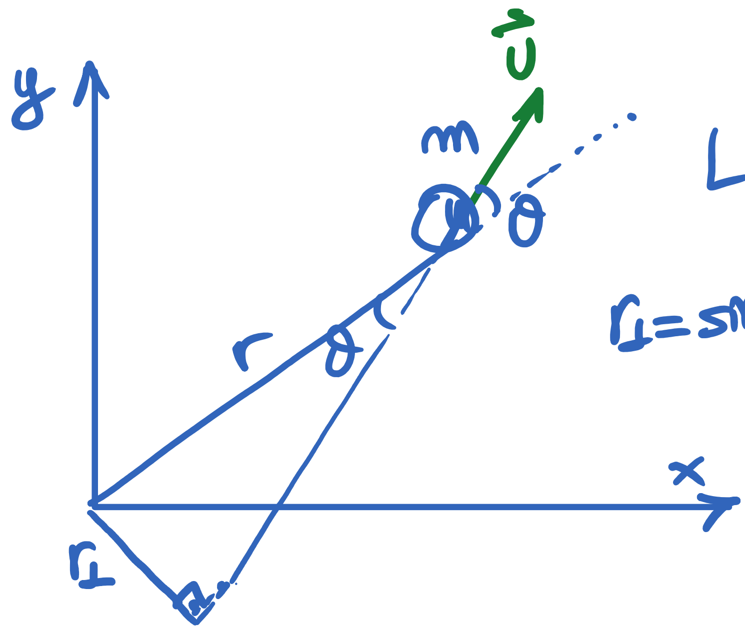
$L = r m v \sin\theta$

$L = r p \sin\theta$



$p = m v$ ορμή

$v_\perp = v \sin\theta$ $\quad L = r m v_\perp$



$L = r_\perp m v$

$r_\perp = \sin\theta$