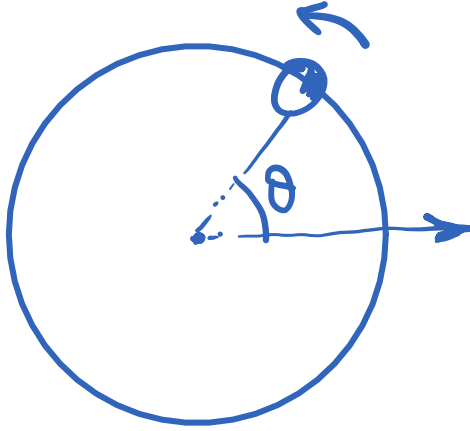


Συνεδρίαση

10:40

## ΚΕΦ 7. ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ – ΥΛΙΚΟ ΣΗΜΕΙΟ

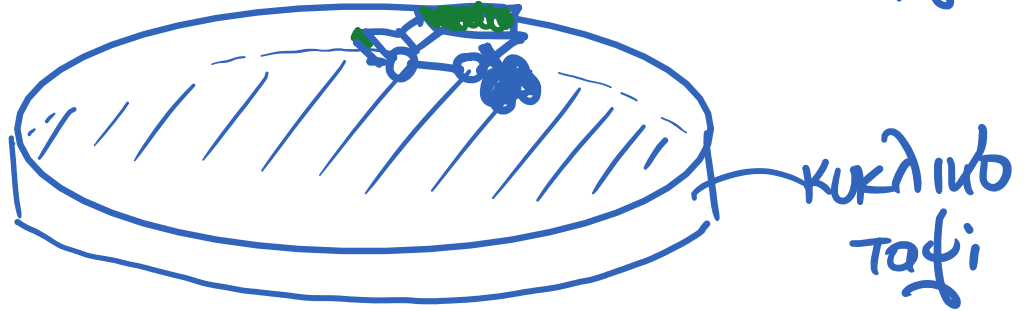


Σώμα σημειακό  
 περιορισμένο κινείται  
 σε κύκλο.

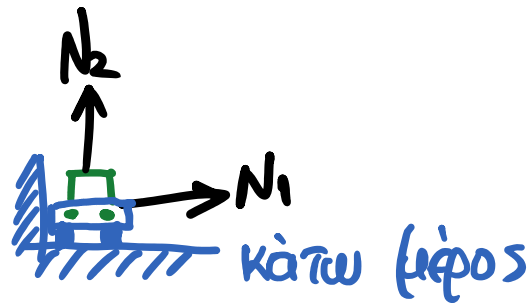
$\theta$  μετρά από τον άξονα  $x$   
 $\downarrow +$   $x \Rightarrow y$

Κεντρομόλος δύναμη περιορίζει το σώμα  
 ενάνω στην τροχιά.

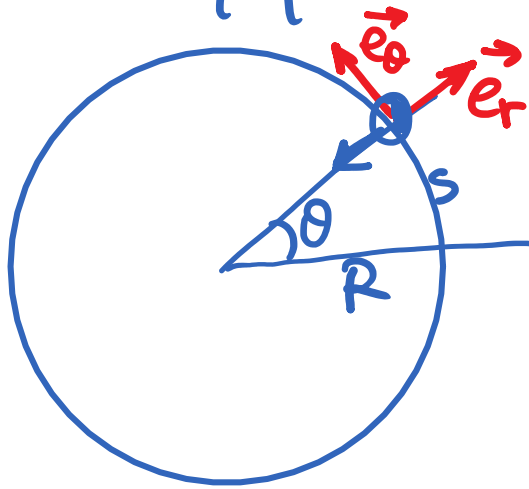
Π.χ. κούρδιστο  
αυτοκίνητο  
σε μέσα  
κύκλιος  
ταξι



Η κεντρομόλος δύναμη είναι η υάθση  
αντίδραση  $N_1$  από το  
τοιχάκι



Όταν σώμα εκτελεί  
κυκλική κίνηση, πάντα υπάρχει η  
κεντρομόλος επιτάχυνση



$$\vec{a}_k = -\omega^2 R \vec{e}_r \quad (\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt})$$

$\vec{e}_r$ : μοναδιαίο //  $R$   
προς τα έξω

$\vec{e}_\theta$ : κατά μήκος κύκλου  
( $\oplus$ )

Μπορεί να υπάρχει και εντροχικός  
επιτάχυνση  $\vec{a}_\epsilon = R\ddot{\theta} \vec{e}_\theta = R\dot{\omega} \vec{e}_\theta$

Τόσο  $s = R\theta$   $a_\epsilon = \ddot{s} = R\ddot{\theta} = R \frac{d\omega}{dt}$

Παράδειγμα 7.12

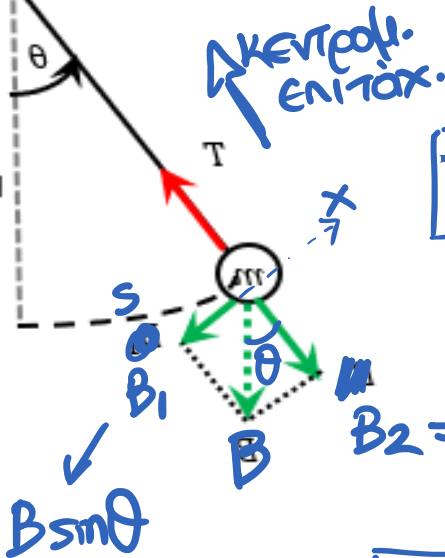
Η μάζα  $m$  του παρακάτω σχήματος είναι προσδεμένη στο ένα άκρο ιδανικού νήματος μήκους  $L$  το οποίο εκτρέπεται αρχικά κατά μια γωνία  $\theta_A$  και ακολούθως αφήνεται ελεύθερο. Να υπολογισθεί (α) η τάση του νήματος όταν το νήμα σχηματίζει τυχαία γωνία  $\theta$  ως προς τη κατακόρυφο και (β) το έργο ξεχωριστά της κάθε συνιστώσας του βάρους κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς και κατά μήκος του νήματος, από την αρχική γωνία  $\theta = \theta_A$  έως και τη γωνία  $\theta = 0$  όπου το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφο.

(a) Τυχαία  $\theta$ , βρείτε  $T$

Οροφή



Κατακόρυφος



$$a_k = \omega^2 L$$

$$T - B_2 = m a_k$$

ΑΚΤΙΝΙΑ

$$B_2 = B \cos \theta$$

$$T = mg \cos \theta + mL \dot{\theta}^2$$

Screen clipping taken: 29/11/2023 9:40 πμ

$$L \dot{\theta} = U$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ κατά μήκος της τροχιάς

Μπορώ να διακρίνω ΘΔΜΕ? Πρέπει  
 οι δυνάμεις να είναι συντηρητικές. Εδώ

B, T

B: είναι συντηρητική

T: όχι

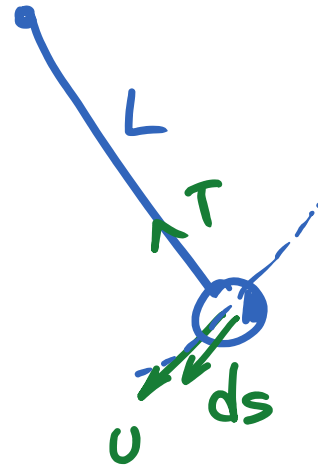
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + W_T$$

κίνητη

όπως

$$W_T = \int \vec{T} \cdot d\vec{s} =$$

$$= \int T ds \cos 90^\circ = 0$$



κατ' εξαίρεση  $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

ΘΜΚΕ

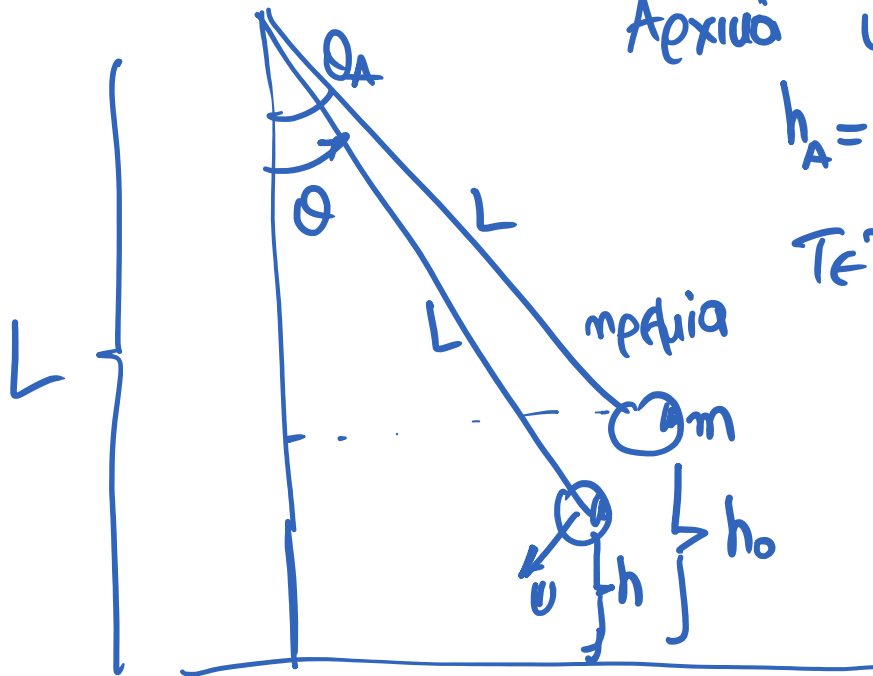
Αρχικά  $v_A = 0$ 

$$h_A = L - L \cos \theta_A$$

Τελικά

 $v,$ 

$$h = L - L \cos \theta$$

ΑΔΜΕ

$$\frac{1}{2} m v^2 + mgh = mgh_0$$

Λίσω ως προς  $v$  και αντικαθιστώ

$$\frac{1}{2} v^2 + gL - gL \cos \theta = gL - gL \cos \theta_A$$

$$v = \sqrt{2gL(\cos \theta - \cos \theta_A)} = L \dot{\theta}$$

$$T = mg \cos \theta + mL \dot{\theta}^2 \quad \leftarrow \text{αντικαθιστώ}$$

$$T = mg \cos \theta + \frac{m}{L} 2gL(\cos \theta - \cos \theta_A)$$

$$T = 3mg \cos \theta + \underline{\underline{2mg \cos \theta_A}}$$

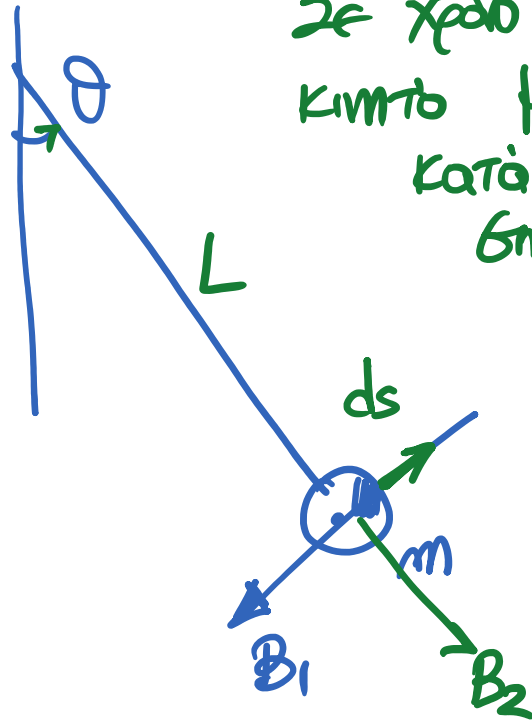
$$W_1 = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{s} =$$

$$= \int B_1 ds \cos 180^\circ$$

$$= -mg \int \sin \theta L d\theta$$

$$= +mgL [\cos \theta]_{\theta_A}^{\theta} = mgL (\cos \theta - \cos \theta_A)$$

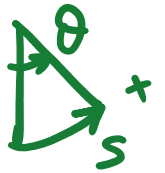
$$W_2 = \int \vec{B}_2 \cdot d\vec{s} = \int B_2 ds \cos 90^\circ = 0$$



Σε χρόνο  $dt$  το  
κίνητο μετακινείται  
κατά  $ds$  ενάω  
στην υψόμετη  
τροχιά

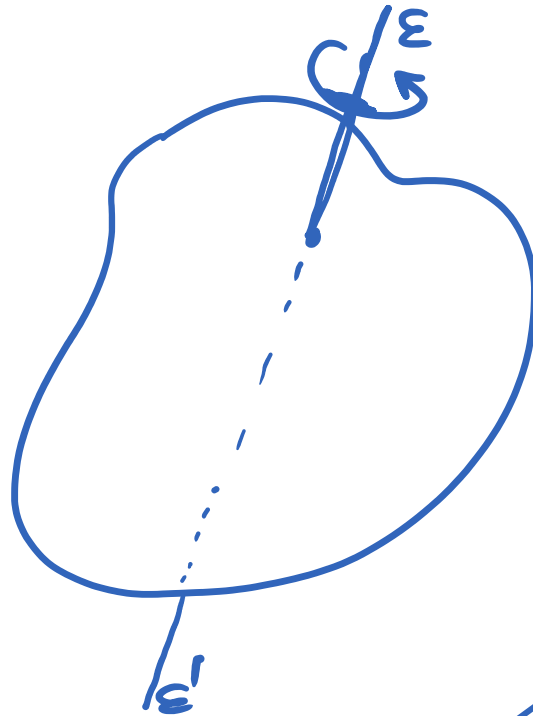
$$ds \perp L$$

$$ds = L d\theta$$

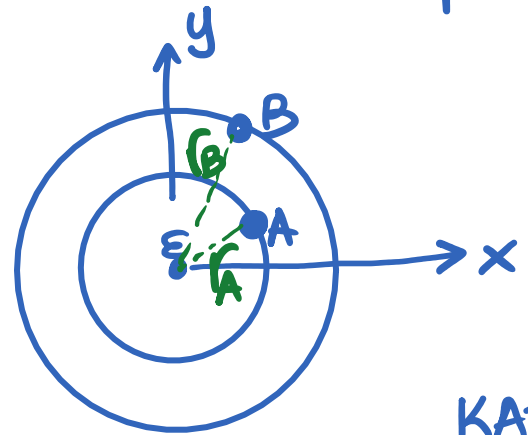




### ΚΕΦ 8. ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ – ΣΤΕΡΕΟ ΣΩΜΑ



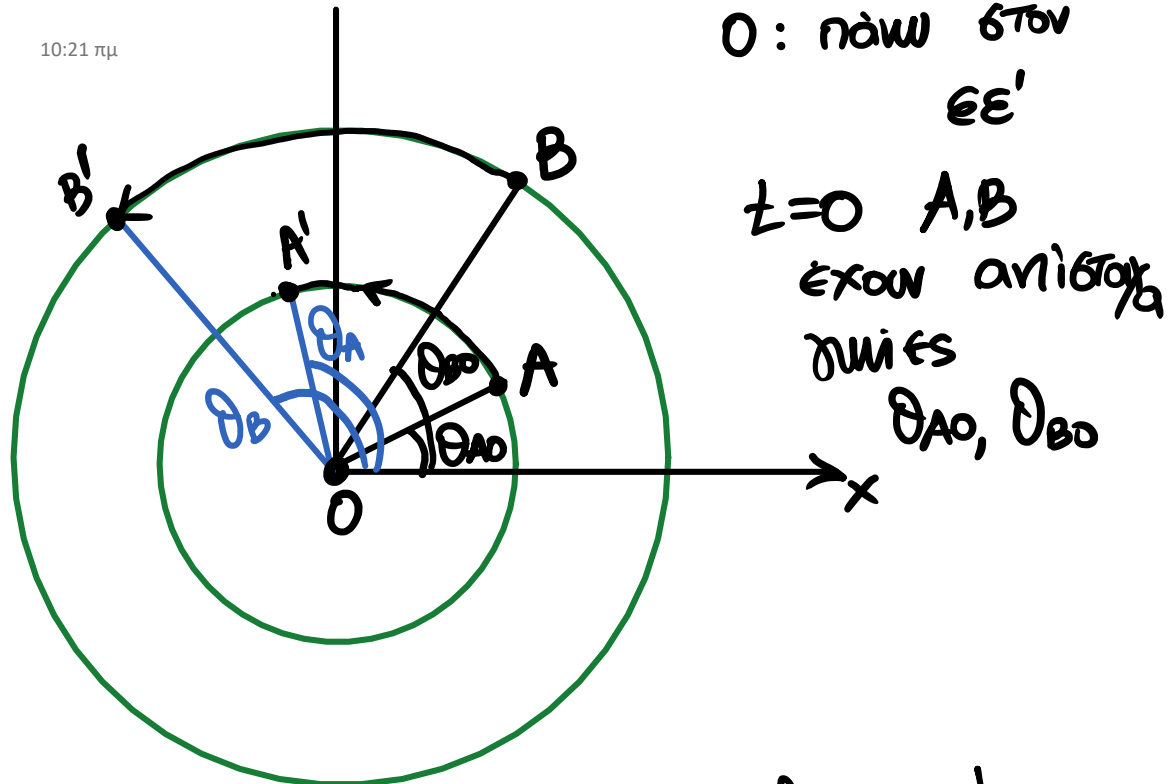
$\epsilon\epsilon'$ : άξονας  
περιστροφής  
γύρω από το  
οποιο  
περιστρέφεται  
ελεύθερα το  
σώμα



ΚΑΤΟΨΗ

$A, B$  δυο τυχαία σημεία  
του στερεού απέχουν

απόστασι  $r_A$  και  $r_B$  αντίστοιχα  
από τον άξονα  $\epsilon\epsilon'$



Σε χρόνο  $dt$  έρχονται σε νέα θέση  $A', B'$   
 με νέες γωνίες  $\theta_A$  και  $\theta_B$  αντίστοιχα

$$\text{Ίσως } d\theta = \theta_A - \theta_{A0} = \theta_B - \theta_{B0}$$

$$\text{Ίσως } \omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \Rightarrow \text{Ίσως } \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$$

$\omega = \dot{\theta}$   
 $\alpha = \ddot{\theta} = \dot{\omega}$

$v_A = r_A \omega$   
 $v_B = r_B \omega$

Γενικά  
 $v = r \omega$

Επιτόξιο επιτόξ.  
 $a_{εA} = r_A \cdot \alpha$   
 $a_{εB} = r_B \cdot \alpha$

Για παράδειγμα. Έαν  $\omega = \text{σταθ.}$

Ομολή η περιστροφική κίνηση

Ολαίλ.  $\omega = \dot{\theta}$

$$\underline{\theta = \omega t + \theta_0}$$

$$\alpha = \dot{\omega} = 0$$

$\theta_0$ : διαφορετικό  
για κάθε  
σημείο

(όπως και  
η αυτίο r)

Παράδειγμα :  $\alpha$  : σταθερό

Ολοκληρώω  $\dot{\omega} = \alpha \Rightarrow \omega = \alpha t + \omega_0$



κοινό για  
όλα σημεία

Ολοκληρώνω ξανά

$$\dot{\theta} = \omega \Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0$$



διαφορετικό  
για κάθε σημείο

Παράδειγμα: Δίσκος υνείται

με γωνία που δίνεται από την έκφραση



$$\theta = At + Bt^2$$

με αρχική γωνιακή

ταχύτητα  $\omega_0 = 5 \text{ rad/s}$ . α) Να βρεθεί πόσες

εφορές θα δώσει σε χρόνο  $t = 2 \text{ s}$

β) Να βρεθεί η ταχύτητα δύο σημείων που  
απέχουν 0.1 και 0.2 m αντίστοιχα από  
τον άξονα περιστροφής στο  $t = 2 \text{ sec}$