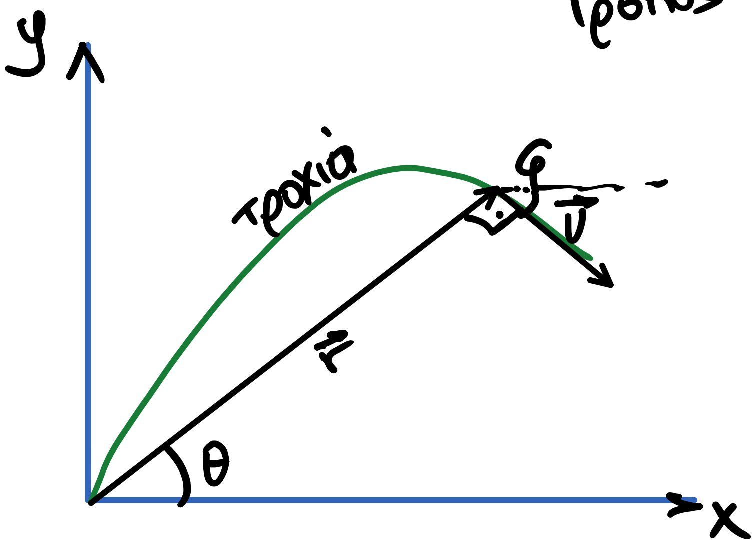
Βολές: Να βρεθεί το σημείο όπου $\vec{r} \perp \vec{v}$

Τρόπος 1:

κλίση λ_1 κλίση λ_2



$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$$

$$\tan\theta \cdot \tan\varphi = -1$$

Διανύσματα κλίση: $\dfrac{y - \text{συνιστ}}{x - \text{συνιστ}}$

$$\vec{r} = (x, y)$$
$$\vec{v} = (v_x, v_y)$$

$$\boxed{\frac{y}{x}\,\frac{v_y}{v_x} = -1} \Rightarrow$$

Τρόπος 2ος:

κάθετο διανύσματα ⇒ εσωτ. γινόμ $= 0$

$\vec{r}\cdot\vec{u} = 0$ $\qquad A_xB_x + A_yB_y = \vec{A}\cdot\vec{B}$

$x u_x + y u_y = 0$ $\qquad$ Βολές, χρόνου εξισώσεις

$$(u_{0x}\cancel{t})u_{0x} + (u_{0y}\cancel{t} - \frac{1}{2}g t^{\cancel{2}})(u_{0y} - gt) = 0 \qquad t \neq 0$$

Διαιρώ t

$$u_{0x}^2 + (u_{0y} - \frac{1}{2}gt)(u_{0y} - gt) = 0$$

$$\underbrace{u_{0x}^2 + u_{0y}^2}_{u_0^2} - \frac{3}{2}u_{0y}gt + \frac{1}{2}g^2t^2 = 0 \Rightarrow$$

$$g^2t^2 - 3u_{0y}gt + 2u_0^2 = 0$$

2 - βάθμια

α β γ

$$g^2 t^2 - 3 v_{oy} g t + 2 v_o^2 = 0$$

$$\Delta = 9 v_{oy}^2 g^2 - 4 g^2 2 v_o^2 = 9 v_o^2 \sin^2\varphi_o g^2 - 8 g^2 v_o^2$$

$$\Delta = v_o^2 g^2 (9 \sin^2\varphi_o - 8) > 0$$

για να υπάρχει αυτό το σημείο

$$9 \sin^2\varphi_o - 8 > 0 \Rightarrow \sin\varphi_o > \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Πέμπτη, 19 Οκτωβρίου 2023 3:44 μμ

εννèα

$$t = + \frac{3 v_{0y} \cancel{g} \pm v_0 \cancel{g} \sqrt{9 \sin^2 \varphi_0 - 8}}{2 g^{\cancel{2}}}$$

$$t = \frac{v_0}{g} \, \frac{3 \sin \varphi_0 \pm \sqrt{(3 \sin \varphi_0)^2 - 8}}{2}$$

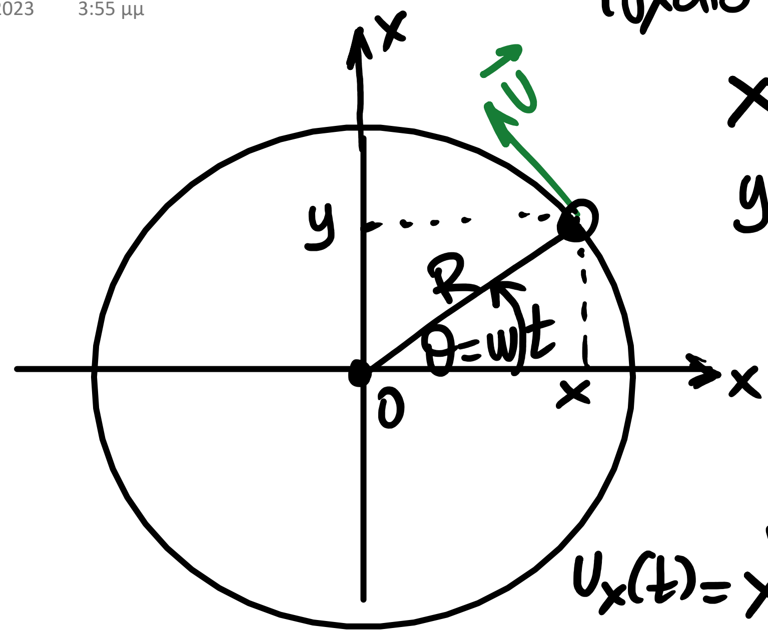
Να γραφτούν οι εξισώσεις x, y, u_x, u_y, a_x, a_y για υλικό σημείο που κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας R, με τυχαία γωνία $\theta(t)$ ως προς τον άξονα x.

1ον εξέταση $\theta = \omega t$ (ομαλή κυκλική)

2ον -ιι- $\theta(t)$ τυχαία συνάρτηση του t

Τυχαίο t

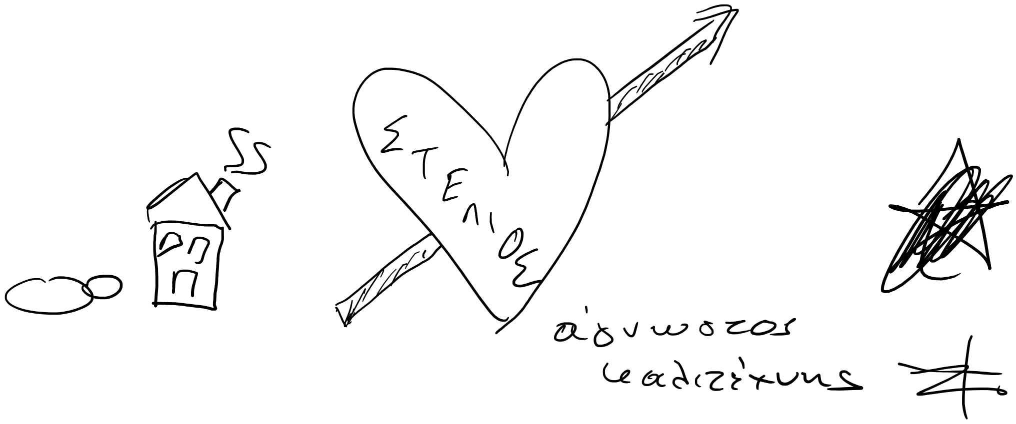
$$x(t) = R\cos(\omega t)$$
$$y(t) = R\sin(\omega t)$$

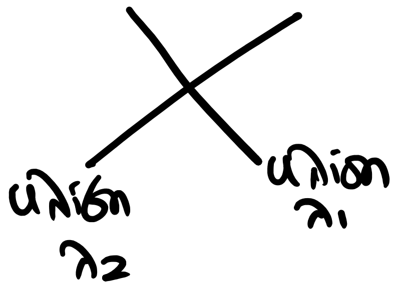


$$v_x(t) = \dot{x}(t) = -\omega R \sin(\omega t)$$
$$v_y(t) = \dot{y}(t) = \omega R \cos(\omega t)$$

Δείξτε

$$\vec{r}\cdot\vec{v} = 0$$





Να αποδειχθεί $\vec{r} \perp \vec{u}$

$$\lambda_1 \lambda_2 = -1$$

$\vec{r} = (x, y)$ κλίση $\frac{y}{x}$

$\vec{u} = (u_x, u_y)$ -//- $\frac{u_y}{u_x}$

$$\frac{y}{x} \cdot \frac{u_y}{u_x} = \frac{\cancel{R}\,\cancel{\sin(\omega t)}}{\cancel{R}\,\cancel{\cos(\omega t)}} \cdot \frac{R\omega \,\cancel{\cos(\omega t)}}{-R\omega\, \cancel{\sin(\omega t)}} = -1 \checkmark$$

Επιτάχυνση:

$$a_x(t) = U_x'(t) = -R\omega^2 \cos(\omega t) = -\omega^2 x$$

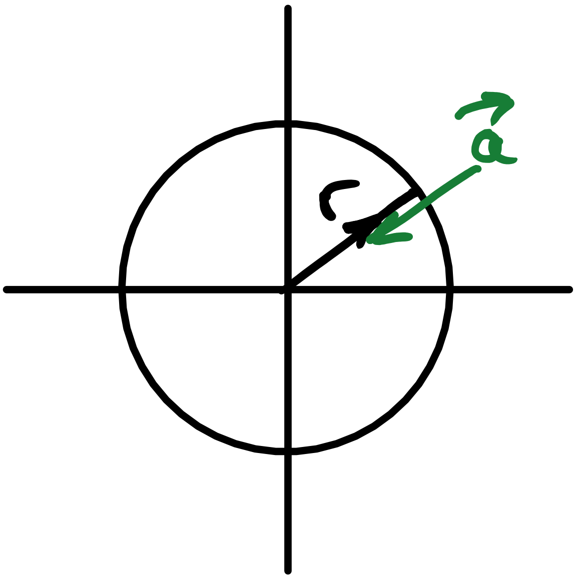
$$a_y(t) = U_y'(t) = -R\omega^2 \sin(\omega t) = -\omega^2 y$$

$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{r} \rightarrow |\vec{a}| = \omega^2 |\vec{r}| = \omega^2 R$$

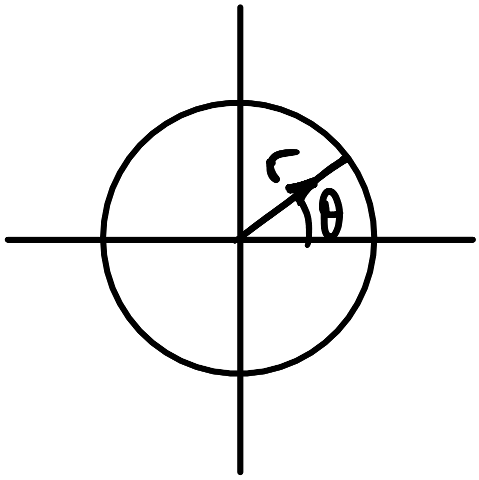
$$\vec{a} \upuparrows\!\!\downarrow \vec{r}$$

Πέμπτη, 19 Οκτωβρίου 2023 4:38 μμ

Για ομαλή κυκλική



Τυχαίο $\theta(t)$



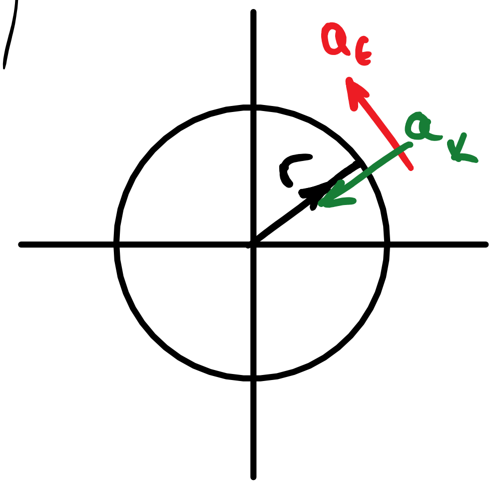
$$x = R\cos\theta$$
$$y = R\sin\theta$$

$$u_x = -R\sin\theta \cdot \theta' = -R\theta'\sin\theta$$
$$u_y = +R\cos\theta \cdot \theta' = R\theta'\cos\theta$$

$\Rightarrow$ πάλι $\vec{u} \perp \vec{r}$

$$a_x = u_x' = -R\theta''\sin\theta - R\theta'^2\cos\theta$$
$$a_y = u_y' = R\theta''\cos\theta - R\theta'^2\sin\theta$$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\theta''}{\theta'}\vec{u} - \theta'^2\vec{r}}$$



11

Πέμπτη, 19 Οκτωβρίου 2023 5:09 μμ

ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

Ένα υλικό σημείο κινείται στο επίπεδο με επιτάχυνση η οποία έχει συνιστώσες που δίνονται από τις $\alpha_x(t) = bsin(\omega t)$ και $\alpha_y(t) = dcos(\omega t)$ όπου οι b, d και ω είναι σταθερές μεγαλύτερες του μηδενός. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κινητό κινείται προς τον αρνητικό άξονα x με ταχύτητα μέτρου $|v| = b/\omega$ και περνάει από την αρχή των αξόνων. Να σχεδιασθεί όσο το δυνατό πιο λεπτομερώς η τροχιά του κινητού για $t > 0$.