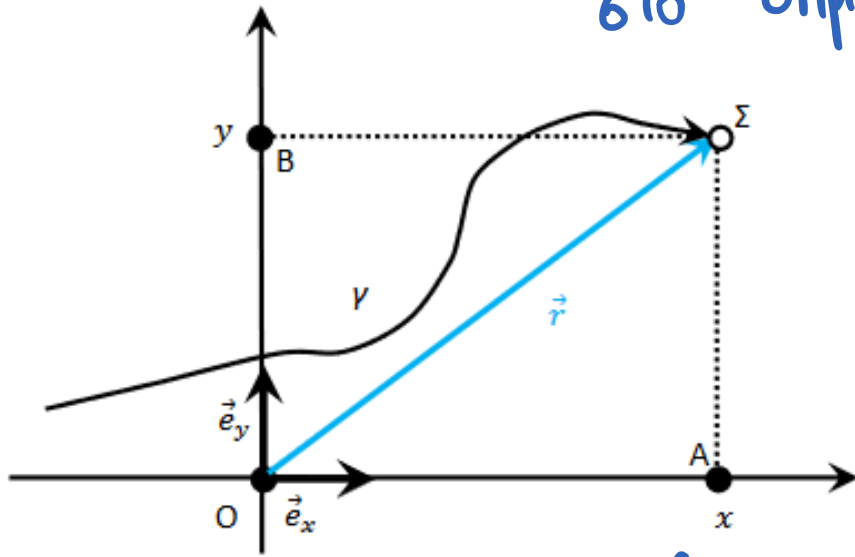


Σε τυχαίο t
ώρα βρίσκεται
στο σημείο Σ με
προβολές

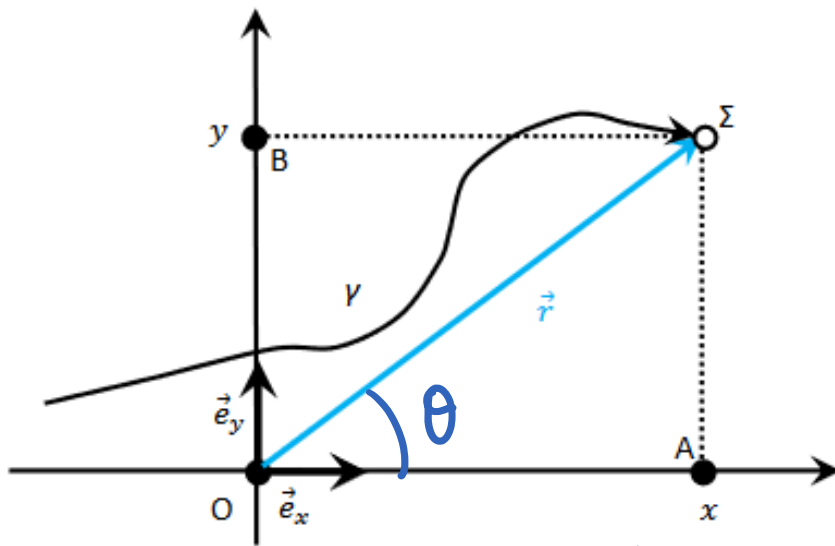


A και B
εκτελούν
ευθύγραμμη
κίνηση με
δωμεταχμικές
 $x(t)$ και $y(t)$
αντίστοιχα

Screen clipping taken: 18/10/2023 9:18 πμ

$$\vec{r} = \vec{O\Sigma}$$

Διάγραμμα
θέσης



$$\vec{r} = (x, y)$$

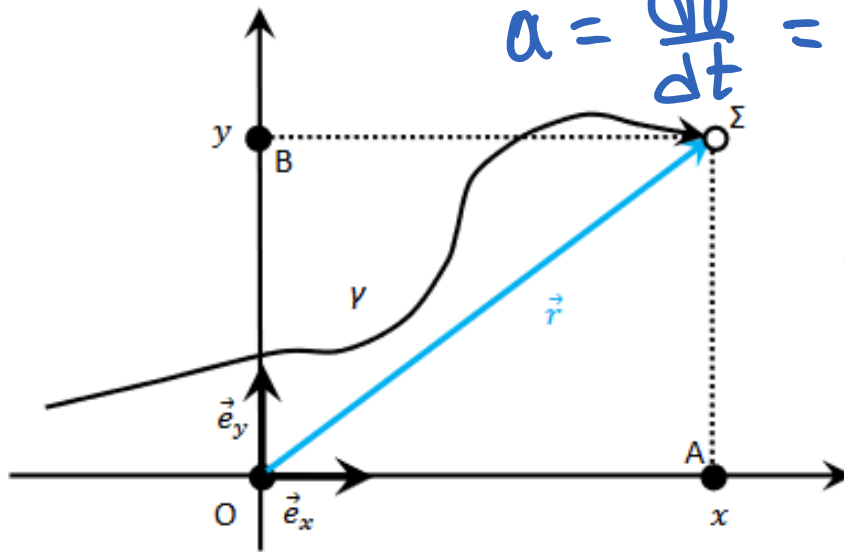
$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

Ορίζουμε

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} (x, y) = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$$

$$\vec{v} = (x'(t), y'(t)) = (v_x, v_y)$$



$$\vec{v} = (v_x, v_y) = (\dot{x}, \dot{y})$$

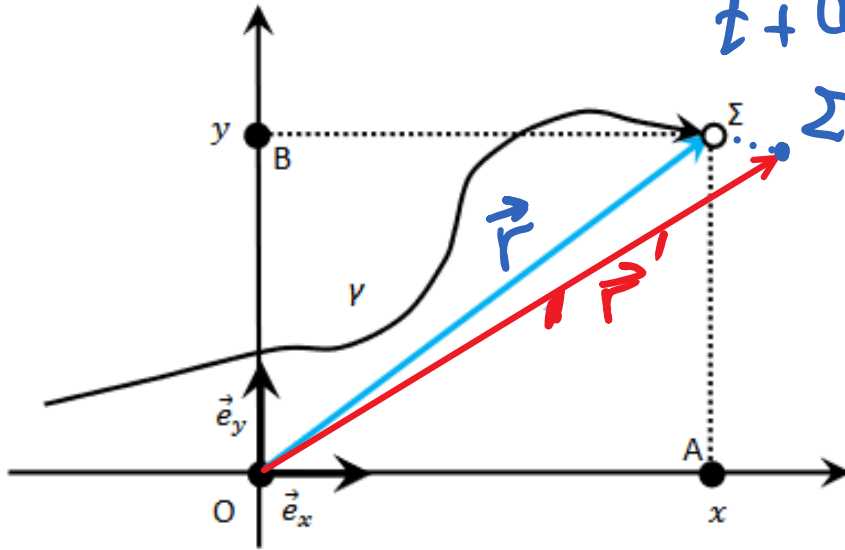
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt} \right)$$

$$= (a_x, a_y)$$

a_x : ΕΠΙΤΑΧ.
βημείου A

a_y : ΕΠΙΤΑΧ.
βημείου B

Σε χρόνο t , Σ , \vec{r}
 $t + dt$, Σ' , \vec{r}'



$$\vec{\Sigma\Sigma} = \vec{r}' - \vec{r}$$

$$\vec{\Sigma\Sigma} = d\vec{r}$$

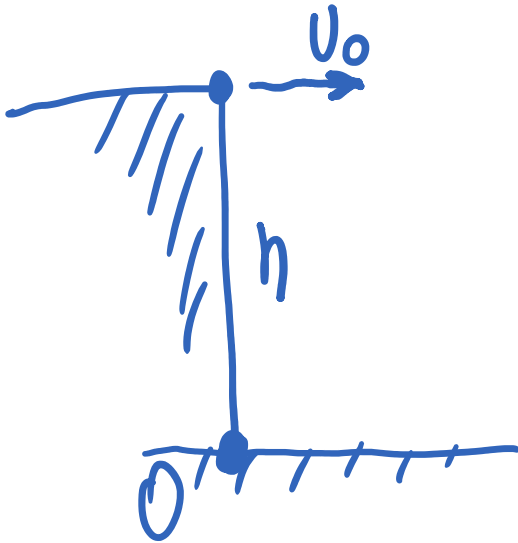
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{1}{dt} d\vec{r}$$

$$\vec{v} \parallel d\vec{r}$$

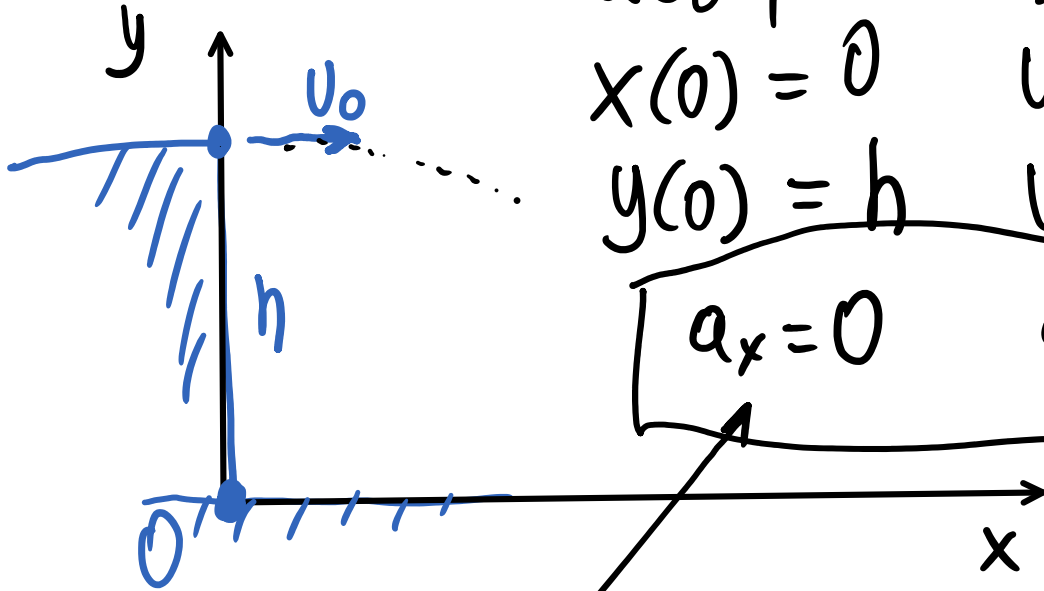
$$\vec{v} \parallel \Sigma'\Sigma$$

\vec{v} κατά μήκος της εφαπτομένης της τροχιάς

Εφαρμογή 1 :



οριζόντια
βοήθη
εκτοξεύω σώμα
οριζόντια από
ύψος h
μέσα σε μέσο
βαρύτητας
Να βρεθούν
 $x(t), y(t)$



Δεδομένα $t = 0$

$$x(0) = 0 \quad v_x(0) = v_0$$

$$y(0) = h \quad v_y(0) = 0$$

$$a_x = 0 \quad a_y = -g$$

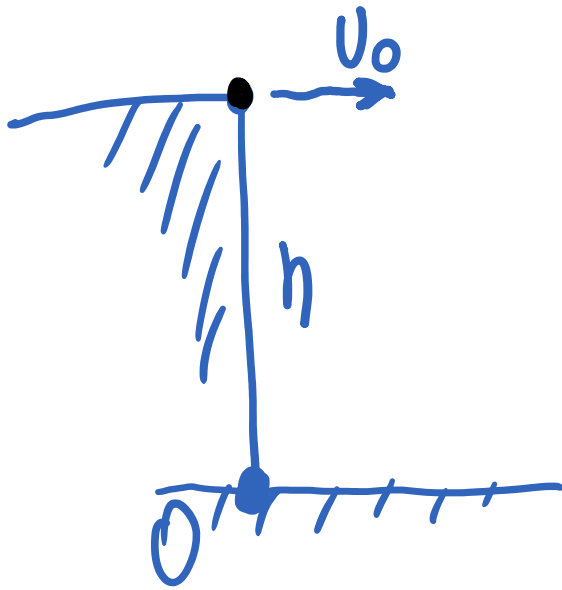
Ξεκινώντας

$a_x = 0 \rightsquigarrow$ ομοιόμορως

$$v_x = c = v_0 \quad \checkmark$$

$a_y = -g \rightsquigarrow$ $v_y = -gt + c'$

Όμως $t = 0 \quad v_y(0) = 0 \Rightarrow c' = 0$



$$v_x = v_0 : \text{σταθερό}$$

$$v_y = -gt$$

± ανα - ο λουλη νεων

$$x = v_0 t$$

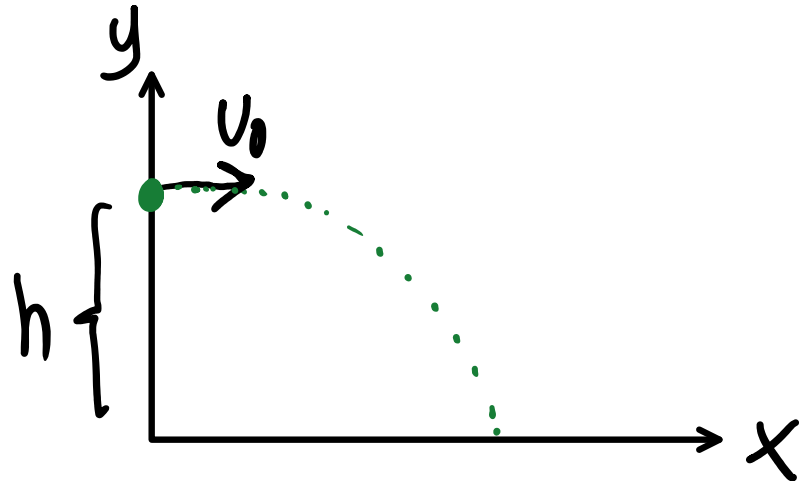
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + h$$

Να βρεθεί η τροχιά \Rightarrow
απαλείφω t

$$x = v_0 t \Rightarrow t = x/v_0$$

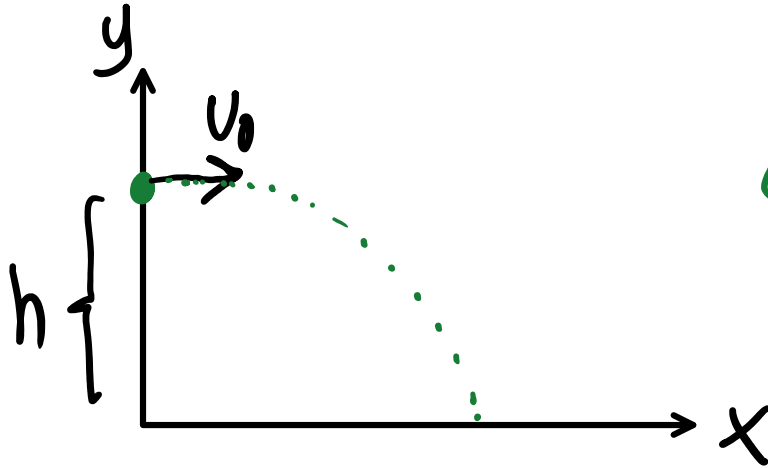
$$y = h - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = h - \frac{g}{2v_0^2} x^2$$



Ερώτηση 1: Χρόνος πτήσης
(Θυμηθείτε οριζόντιο βλήμα)

Ερώτηση 2: Βεληνεκές (μέγιστο x)



1) Όταν πέσει
στο έδαφος, $y=0$

$$y = h - \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

$$t_{\max} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$2) x_{\max} = v_0 t_{\max} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Ερώτημα 3: Να βρεθεί η
δυναμική της ταχύτητας σε χρόνο $t = t_{\max}$

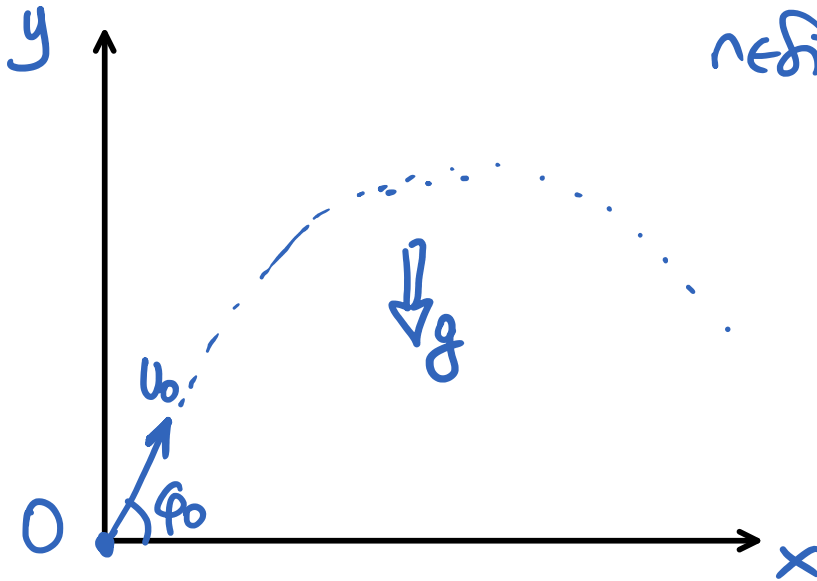
$$u_x = v_0$$

$$u_y = -gt = -g \sqrt{\frac{2h}{g}} = -\sqrt{2gh}$$



$$\tan \varphi = \frac{u_y}{u_x}$$

Εφαρμογή 2: Βολή
 τυχαία
 αρχική γωνία φ_0
 από το $O(0,0)$ σε
 μέγιστο βάθος



$$t=0$$

$$x(0)=0, y(0)=0$$

$$v_x(0) = v_{x0} = v_0 \cos \varphi_0$$

$$v_y(0) = v_{y0} = v_0 \sin \varphi_0$$

$$a_y = -g$$

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

Ολοκλ.

$$\begin{cases} v_x = v_{x0} = v_0 \cos \varphi_0 : \text{σταθερό} \\ v_y = -gt + v_{y0} \end{cases}$$

Φαινόμενα-
ολοκλ.

$$x = v_{x0} t$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{y0} t$$

Ερώτημα: 1) Χρόνος στο
μέγιστο ύψος
2) Το μέγιστο ύψος

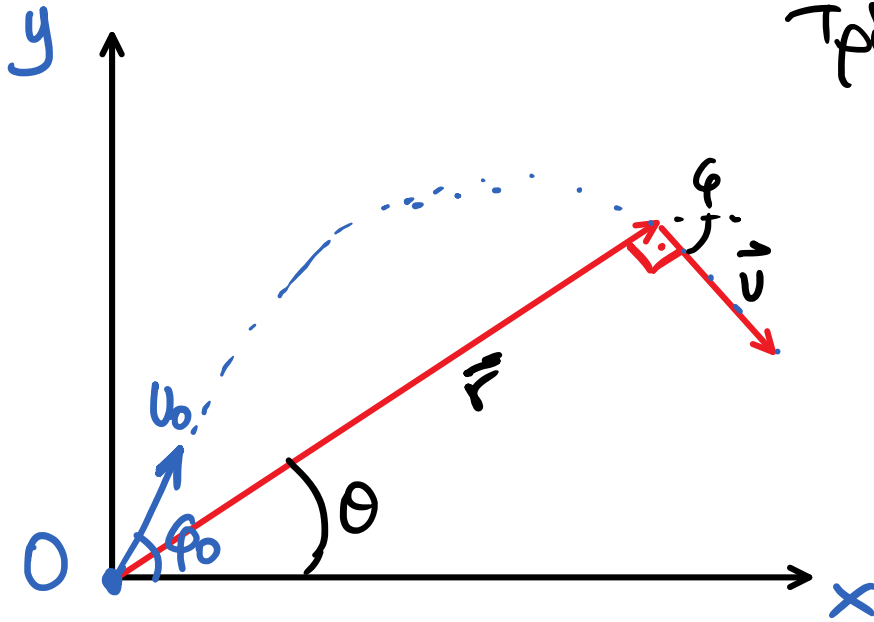
Αν: 1. Στο μέγιστο ύψος $v_y = 0 \Rightarrow$

$$-gt_1 + v_{y0} = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{v_0 \sin \varphi_0}{g}$$

$$2. h = y_{\max} = -\frac{1}{2}gt_1^2 + v_{y0}t_1 = \dots = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi_0}{2g}$$

Επίλυση BONUS: Σε ποιο

σημείο της τροχιάς, η \vec{v} γίνεται κάθετη στο διάνοσμα θέσης \vec{r} ;



Τρόπος 1

\vec{v} : γωνία ϕ
 \vec{r} : θ

$\tan \phi \cdot \tan \theta = -1$

$\frac{v_y}{v_x} \cdot \frac{y}{x} = -1$

$a_y = -g$

για το

Τρόπος 2
 $\vec{r} \cdot \vec{v} = 0$