



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Φυσική Ι

Ενότητα 12 : Κύματα

Κουζούδης Δημήτρης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Χημικών Μηχανικών

# Σκοποί ενότητας

- Ορισμός και κατανόηση της έννοιας των κυμάτων
- Μαθηματική περιγραφή και εξισώσεις κύματος
- Επεξήγηση και ορισμός διαφόρων κυματικών μεγεθών
- Περιγραφή κυμάτων σε χορδές
- Τιμές ταχύτητας διαφόρων κυμάτων – εξάρτηση από το μέσο διάδοσης
- Παρουσίαση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων
- Περιγραφή της ανάκλασης και της επαλληλίας των κυμάτων
- Οι περιπτώσεις της συμβολικής ή καταστροφικής επαλληλίας



# Περιεχόμενα ενότητας

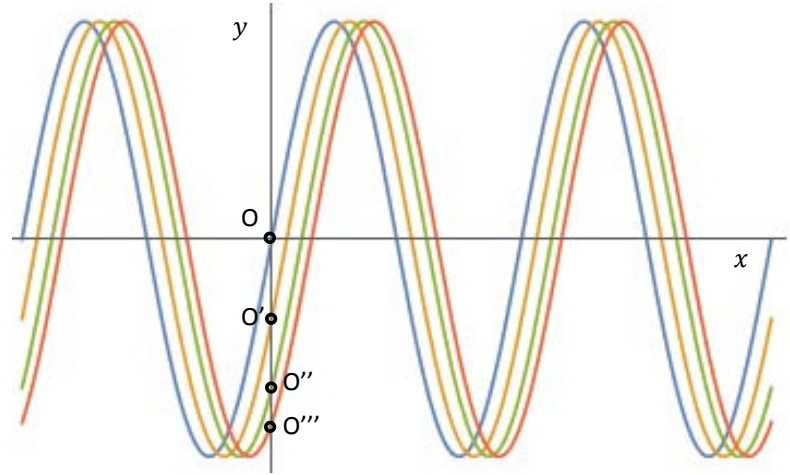
- Κύματα
- Μαθηματική περιγραφή
  - Παράδειγμα
- Κυματικά μεγέθη
  - Παράδειγμα
- Κύματα σε χορδές
  - Παράδειγμα
- Ταχύτητα διαφόρων κυμάτων
- Ηλεκτρομαγνητικά κύματα και ενέργεια
- Ανάκλαση και επαλληλία κυμάτων
  - Παράδειγμα



# Κύματα

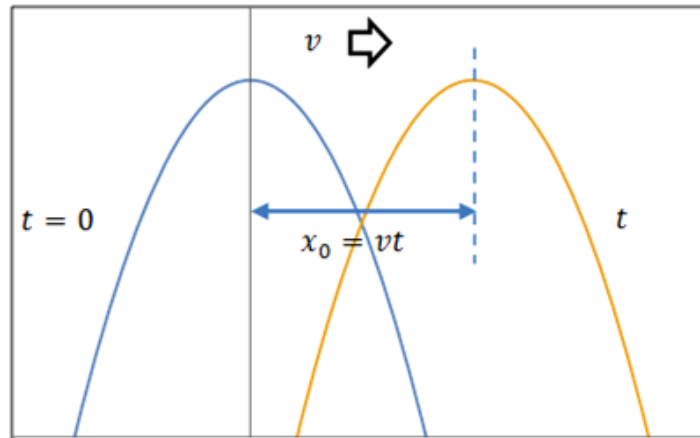
# Κύματα

- Διαταραχή φυσικής ποσότητας
  - Διάδοση στο χώρο
- Πηγή διαταραχής
  - Παλμός διαταραχής
  - Ταχύτητα διάδοσης
- Κατεύθυνση διάδοσης (ταχύτητας) –ταλαντώσεων
  - Εγκάρσια (κάθετα)
  - Διαμήκη (παράλληλα)



# Μαθηματική περιγραφή

- Μεταφορά ενέργειας, όχι ύλης
- Κυματομορφή



- Εξίσωση κύματος

$$y = f(x \pm vt)$$

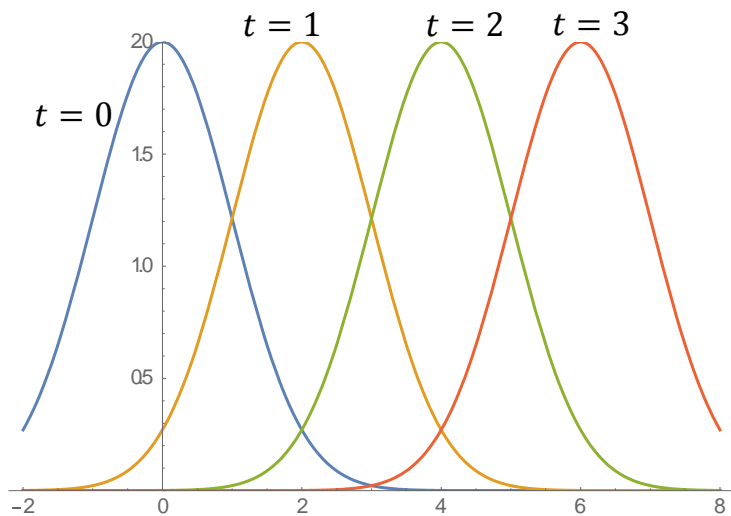
- Περιοδικά – αρμονικά κύματα

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$



# Παράδειγμα 1

Κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά με ταχύτητα  $v=2$  m/s περιγράφεται στο  $t=0$  από την εξίσωση  $y=20e^{-0.5x^2}$ . Να βρεθεί η κατακόρυφη απόσταση ενός σημείου Α που βρίσκεται στο  $x=3.5$  κατά τις χρονικές στιγμές  $t=0,1,2,3$ .



$$x - vt = x - 2t$$

$$y(x, t) = 20e^{-0.5(x-2t)^2}$$

$$y(3.5, 0) = 20e^{-0.5 \cdot 3.5^2} = 0.04$$

$$y(3.5, 1) = 20e^{-0.5(3.5-2)^2} = 6.5$$

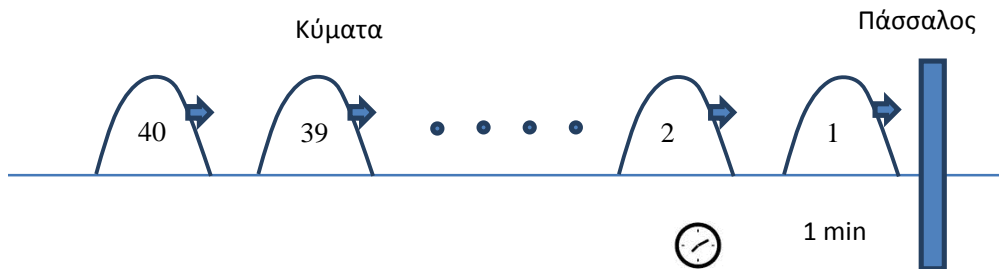
$$y(3.5, 2) = 20e^{-0.5(3.5-2 \times 2)^2} = 17.6$$

$$y(3.5, 3) = 20e^{-0.5(3.5-2 \times 3)^2} = 0.9$$

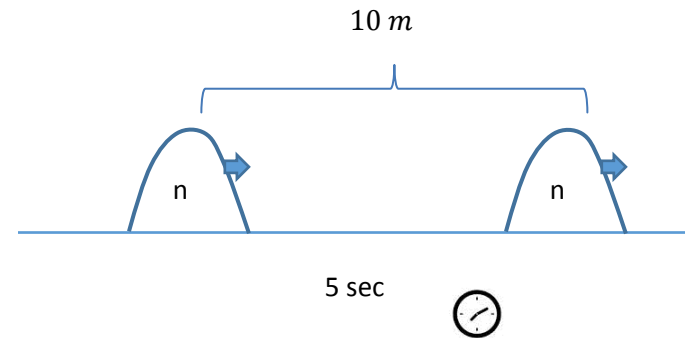


# Παράδειγμα 2

Ένας ψαράς που στέκεται κοντά στην αποβάθρα παρατηρεί τα κύματα της θάλασσας τα οποία κτυπούν ένα κατακόρυφο πάσσαλο. Παρατηρεί ότι σε ένα λεπτό πέφτουν στον πάσσαλο 40 κύματα. Επίσης παρατηρεί ότι ένα από τα κύματα χρειάστηκε 5 δευτερόλεπτα για να καλύψει την απόσταση από την πλώρη της αγκυροβολημένης βάρκας του έως τον πάσσαλο που γνωρίζει ότι είναι 10 μέτρα. Εάν προσεγγίσουμε το κύμα της θάλασσας με ημιτονοειδή κυματομορφή, ποιο θα είναι το μήκος κύματός της;



$$f = \frac{n}{t} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} \text{ Hz}$$



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}$$

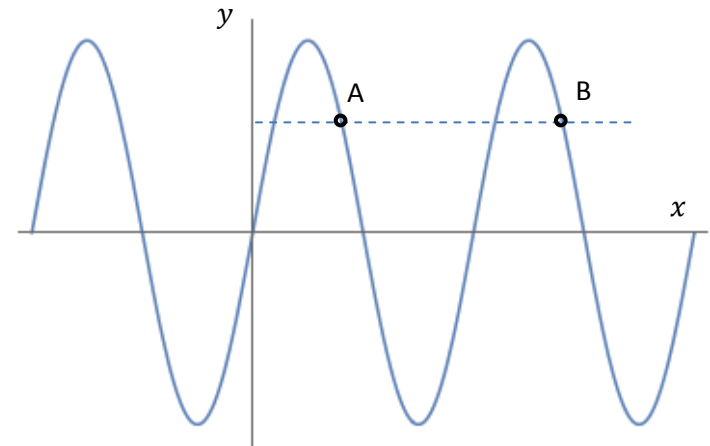
$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{2}{2/3} = 3 \text{ m}$$





# Κυματικά μεγέθη

- Φάση ,  $\varphi = kx - \omega t$
- Μήκος κύματος,  $\lambda = x_B - x_A$ 
  - η απόσταση για ένα πλήρη κύκλο
- Περίοδος ,  $T = t_B - t_A$ 
  - ο χρόνος για ένα πλήρη κύκλο
- Κυματάριθμος,  $k = 2\pi/\lambda$
- Κυκλική συχνότητα,  $\omega = 2\pi/T$
- Συχνότητα,  $f = 1/T = n/t$
- Σχέση κυματικών μεγεθών

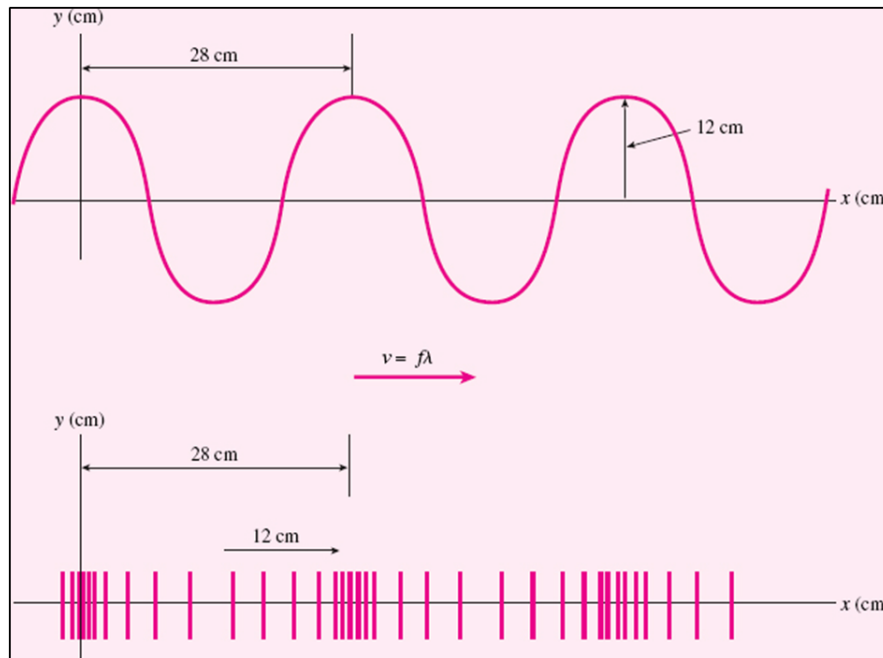


$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$



# Παράδειγμα 3

Ένα εγκάρσιο κύμα και ένα διάμηκες κύμα φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Βρείτε το πλάτος, το μήκος κύματος, την περίοδο και την ταχύτητα εάν η συχνότητά τους είναι 12 Hz και για τα δυο.



$$A = 12 \text{ cm}$$

$$\lambda = 28 \text{ cm} = 0.28 \text{ m}$$

$$f = 12 \text{ Hz}$$

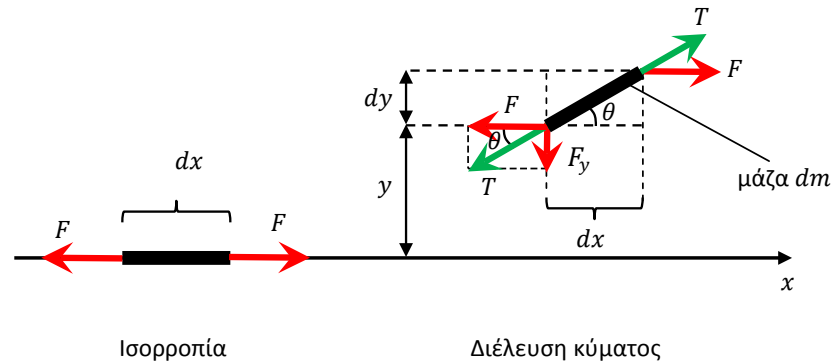
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{12} = 0.083 \text{ s}$$

$$v = \lambda f = 0.28 \times 12 = 3.36 \text{ m/s}$$



# Κύματα σε Χορδές

- Εγκάρσιο κύμα
- Χορδή μήκους  $L$  και μάζας  $m$
- Διαταραχή μέσω σταθερής δύναμης  $F$



- Ταχύτητα

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

– Όπου  $\mu$ : γραμμική πυκνότητα

$$\mu = \frac{dm}{dx} = \frac{m}{L}$$



# Παραδείγματα

4. Ένα μεταλλικό σύρμα μάζας 500 g έχει μήκος 50 cm και βρίσκεται υπό τάση 80 N. Ποια είναι η ταχύτητα ενός εγκάρσιου κύματος που διαδίδεται στο σύρμα;

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0.5}{0.5} = 1.0 \frac{kg}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{80}{1}} = 8.94 \text{ m/s}$$

5. Εάν στο προηγούμενο παράδειγμα το σύρμα κοπεί στη μέση ποια θα είναι η νέα ταχύτητα του κύματος σε ένα από τα τμήματα;

$$L' = \frac{L}{2} = \frac{0.5}{2} = 0.25 \text{ m}$$

$$m' = \frac{m}{2} = \frac{0.5}{2} = 0.25 \text{ kg}$$

$$\mu' = \frac{m'}{L'} = \frac{0.25}{0.25} = 1.0 \frac{kg}{m}$$

$$v = 8.94 \text{ m/s}$$



# Ταχύτητα διαφόρων κυμάτων

## Εξάρτηση από παραμέτρους του μέσου διάδοσης

Είδος κύματος	Ταχύτητα $v$	Παράμετροι
Κύμα σε Χορδή	$\sqrt{F/\mu}$	$F$ : Δύναμη, $\mu$ : Γραμμική πυκνότητα
Ήχος σε Στερεά	$\sqrt{E/\rho}$	$E$ : Μέτρο ελαστικότητας Young, $\rho$ : Πυκνότητα
Ήχος στον Αέρα	$\sqrt{\gamma/RT}$	$\gamma, R$ : Θερμοδυναμικές σταθερές, $T$ η θερμοκρασία σε Kelvin
Φως σε κενό ή αέρα	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Σταθερή
Φως σε υλικό	$c/n$	$n$ : Δείκτης διάθλασης του υλικού
Ηλεκτρομαγ. Κύματα	$c$	Ίδια με την ταχύτητα του φωτός

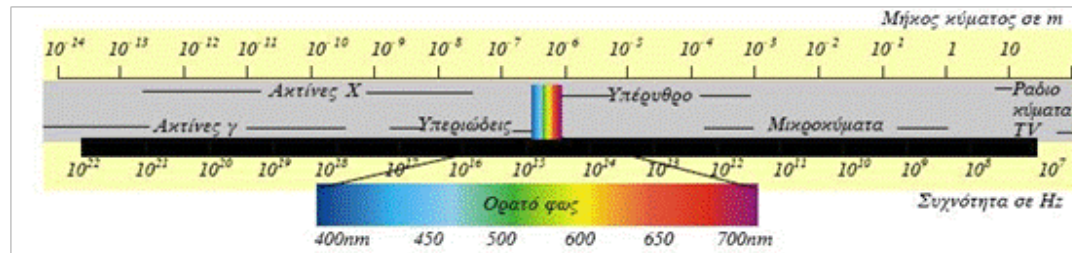
Υλικό	$E(\text{GPa})$	Υλικό	$E(\text{GPa})$
Καουτσούκ	0.1	Χρυσός	74
Πολυαιθυλένιο	0.8	Ορείχαλκος	100
Πλαστικό	2.3	Χαλκός	117
Nylon	3	Μπρούντζος	120
Ακρυλικά	3.2	Πλαστικό με ίνες	150
Ξύλο	11	Νικέλιο	170
Μετόν	17	Χάλυβας	200
Κόκκαλο	18	Σίδηρος	210
Κασσίτερος	47	Βολφράμιο (W)	400
Αλουμίνιο	69	Tungsten Carbide (WC)	500
Γυαλί	70	Διαμάντι (C)	1220

Υλικό - Ουσία	Πυκνότητα ( $\text{kg/m}^3$ )
Αέρας	1.2
Αιθανόλη	810
Πάγος	920
Νερό	1000
Νερό θαλάσσης	1030
Αίμα	1600
Μπετόν	2000
Αλουμίνιο	2700
Σίδηρος	7800
Χάλυβας	7800
Ορείχαλκος	8600
Χαλκός	8900
Άργυρος	10500
Χρυσός	19300
Πλατίνα	21400



# Ηλεκτρομαγνητικά κύματα και ενέργεια

- Ταχύτητα του φωτός,  $c$
- Διαφέρουν μόνο στο μήκος κύματος
  - $c = \lambda/f$ , ή στην συχνότητα



– Ενέργεια

$$dE = 1/2\omega^2 A^2 \mu dx$$

– Ισχύς

$$p = \frac{1}{2} \mu v A^2 \omega^2$$



# Ανάκλαση –επαλληλία κυμάτων

- Ανάκλαση
  - Σταθερό σημείο – παλμός αντίθετου πλάτους
  - Ελεύθερο σημείο – παλμός ίδιου πλάτους
- Επαλληλία αρμονικών κυμάτων
  - Στάσιμα κύματα:  $y = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$ 
    - Κοιλίες και δεσμοί
    - $\lambda_n = \frac{2L}{n}$  και  $f_n = n \frac{v}{2L}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$
  - Συμβολή:  $y = 2A \cos(\varphi/2) \sin(kx - \omega t + \varphi/2)$
  - Ενισχυτική:  $\varphi = 2n\pi$   $n = 0, 1, 2, \dots$
  - Καταστροφική:  $\varphi = (2n + 1)\pi$   $n = 0, 1, 2, \dots$



# Παράδειγμα 6

Δυο οπτικές ίνες παράλληλες με τον άξονα  $x$  που χρησιμοποιούν το ίδιο φως συχνότητας  $6 \times [10]^{14}$  Hz, τοποθετούνται μέσα σε σκοτεινό θάλαμο, πλήρως ευθυγραμμισμένες και κολλητά η μια με την άλλη με τις άκρες τους που εκπέμπουν φως να είναι στο  $x=0$  και να σημαδεύουν ένα σημείο A στο  $x=1$  m. Μια από τις δυο ίνες μετατοπίζεται κατά  $\Delta x$  προς τον αρνητικό άξονα  $x$ . Να βρεθούν τα πρώτα δυο  $\Delta x$  όπου το φως θα εξαφανισθεί στο σημείο A.

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = A \sin(kx + k\Delta x - \omega t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\varphi = k\Delta x$$

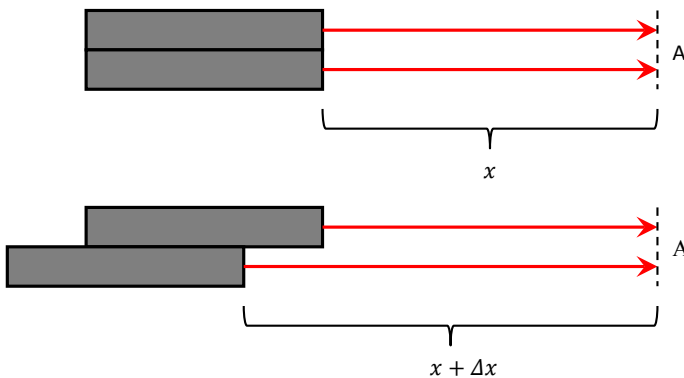
Καταστροφική για  $\varphi = \pi$

$$k\Delta x = \pi \rightarrow \frac{2\pi\Delta x}{\lambda} = \pi \rightarrow \Delta x = \lambda/2$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m και } \Delta x = \frac{\lambda}{2} = 0.25 \mu\text{m}$$

Καταστροφική για  $\varphi = 3\pi$

$$k\Delta x = 3\pi \rightarrow \Delta x = 3\lambda/2 = 0.85 \mu\text{m}.$$





# Βιβλιογραφία

- Serway R.A., Jewett W. Jr., 2012, *Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς : μηχανική, ταλαντώσεις και μηχανικά κύματα, θερμοδυναμική, σχετικότητα, Κλειδάριθμος, Αθήνα*
- Halliday D., Resnick R., Walker J., 2008, *Φυσική, τ.1. Μηχανική, Κυματική, Θερμοδυναμική, Gutenberg, Αθήνα*
- Young H.D., 1994, *Πανεπιστημιακή φυσική , 8<sup>η</sup> έκδ., Παπαζήσης , Αθήνα*
- Kittel C., Knight W. D., Ruderman M.A., 1985, *Μηχανική, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων , Αθήνα*
- Wells D.A. , Slusher H. S., 1983, *Schaum's outline of theory and problems of physics for engineering and science, McGraw - Hill Book Company, New York*



Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών

Δημήτριος Κουζούδης. «Φυσική Ι»

Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<https://eclass.upatras.gr/courses/CMNG2162/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση-Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.