ΕΡΓΟ – ΕΝΕΡΓΕΙΑ

ΕΡΓΟ

Η πιο απλή περίπτωση είναι όταν εφαρμόζεται σταθερή δύναμη Fκαι μετακινεί σώμα κατά μήκος της δύναμης κατά Δx

$$W = F\Delta x$$

Εάν η δύναμη δρα υπό μια γωνία θ ως προς τη μετακίνηση Δx τότε

$$W = F\Delta x cos\theta$$

$$W = (Fcos\theta)\Delta x$$

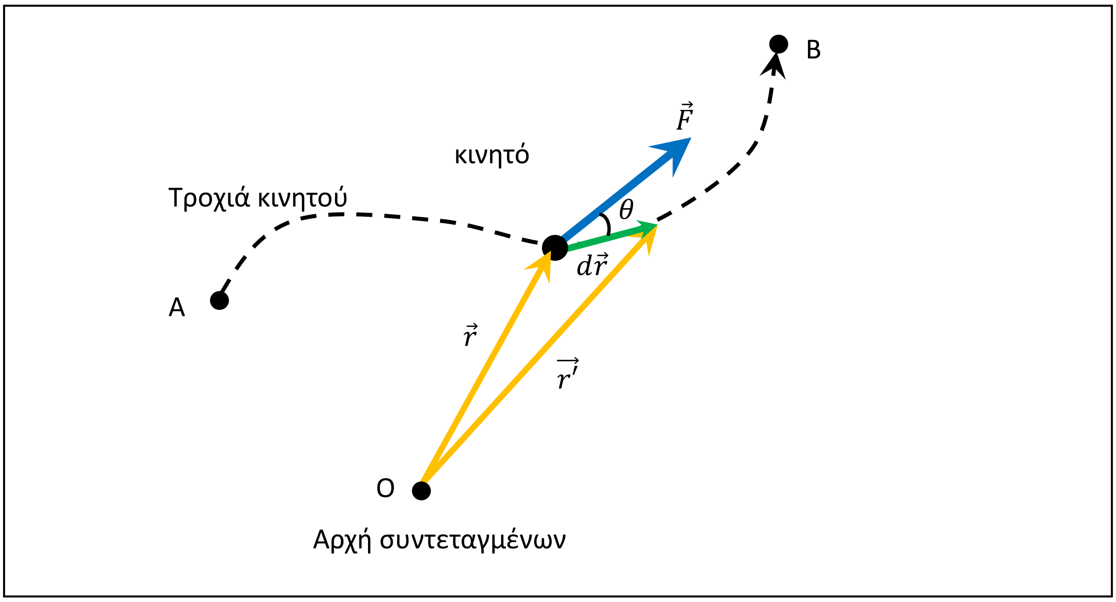
$$W = F_x \, \Delta x$$

Εάν η δύναμη δεν είναι σταθερή κατά μήκος της τροχιάς (παράλληλη με την τροχιά) τότε για μικρά διαστήματα dx η F είναι περίπου σταθερή και έτσι μπορούμε να γράψουμε το στοιχειώδες έργο

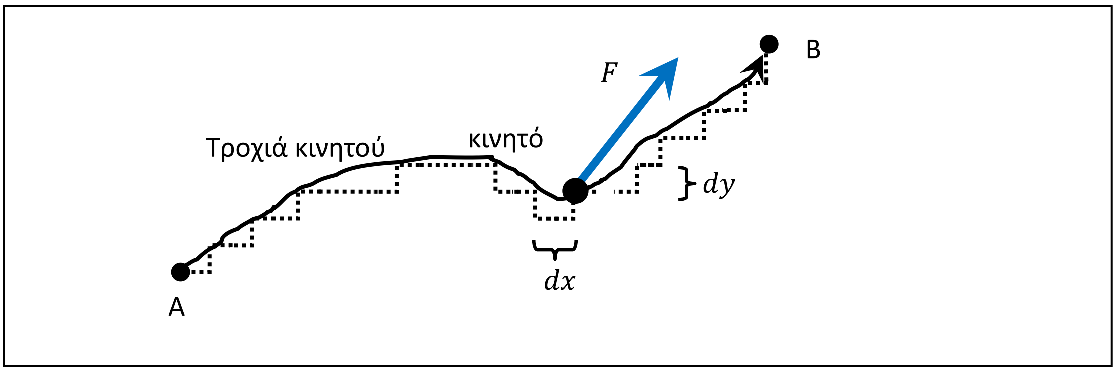
$$dW = F(x)dx$$

Εάν μετακινηθώ από ένα αρχικό σημείο $x = x_A$ έως ένα τελικό $x = x_B$ τότε το ολικό έργο ισούται με

$$W = \int_{x_A}^{x_B} dW = \int_{x_A}^{x_B} F(x)dx$$



Την τροχιά τη φαντάζομαι κάπως έτσι



Προσεγγίζω την τροχιά με μικρά οριζόντια βήματα dx και κατακόρυφα βήματα dy

$$dW = F_x\, dx + F_y\, dy$$

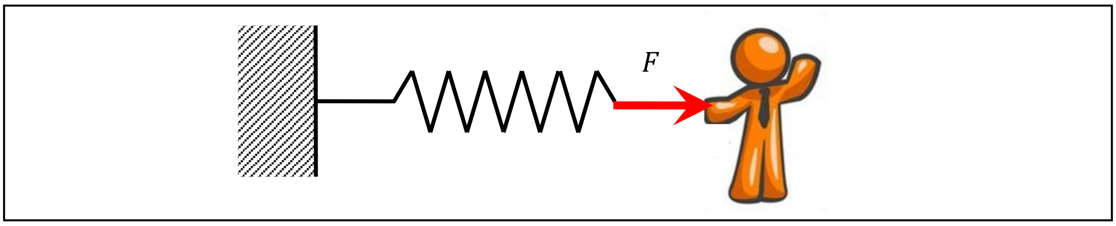
$$W = \int_A^B dW = \int_A^B (F_x\, dx + F_y\, dy)$$

Γενικά $F_x = F_x(x, y)$ και $F_y = F_y(x, y)$

$$dW = F_x\, dx + F_y\, dy = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Ελατήριο σταθεράς k έχει τη μια άκρη του στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο. Όταν το ελατήριο είναι στο φυσικό του μήκος, τότε η ελεύθερη άκρη του βρίσκεται στο $x = 0$. Ένας φοιτητής το παραμορφώνει αργά εφαρμόζοντας κατάλληλη δύναμη F στο ελεύθερο άκρο του. Να βρεθεί το έργο της δύναμης του φοιτητή από αρχική παραμόρφωση $x = x_1$ έως και την τελική παραμόρφωση $x = x_2$.

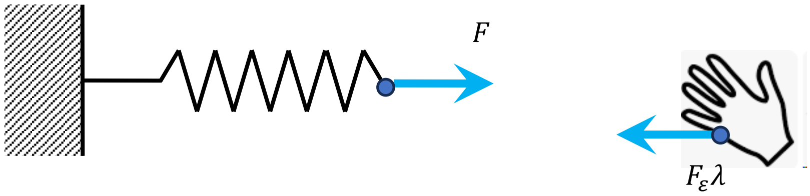


Λύση

Είμαστε στην περίπτωση έργου μη σταθερής δύναμης παραλλήλου με τη μετατόπιση και άρα

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

Στο παρακάτω σχήμα υπάρχουν δυο δυνάμεις



Γενικά $|F| \neq |F_{\varepsilon\lambda}|$

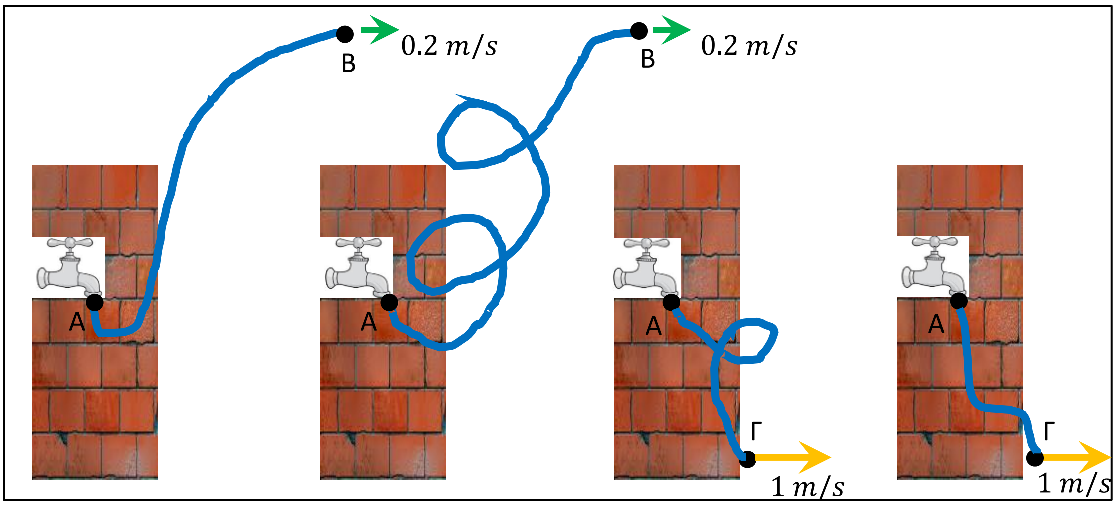
Αργή μετακίνηση $|F| \approx |F_{\varepsilon\lambda}|$

$$F \approx -F_{\varepsilon\lambda} = -(-kx) = kx$$

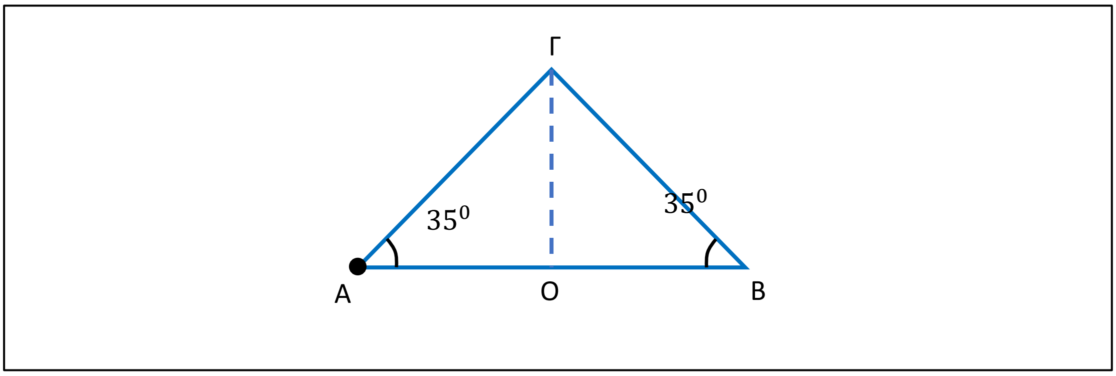
Επομένως το έργο ισούται με

$$W \approx \int_{x_1}^{x_2} kxdx = \left[\frac{1}{2}kx^2\right]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}k{x_2}^2 - \frac{1}{2}k{x_1}^2$$

ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ



Στο παρακάτω σχήμα ένα υλικό σημείο βρίσκεται στο σημείο Α ενός ισοσκελούς τριγώνου με μήκος βάσης ΑΒ = $2a$. Υπολογίστε το έργο για τις δυο διαδρομές ΑΟΒ (ευθύγραμμη κατά μήκος της βάσης) και ΑΓΒ (κατά μήκος των δυο ίσων πλευρών) των εξής δυο δυνάμεων: (α) της τριβής ολίσθησης εάν θεωρηθεί ότι είναι σταθερή και ίση με T παντού και (β) μιας τυχαίας σταθερής δύναμης F με κατεύθυνση κατά τον θετικό άξονα x (δηλαδή $\vec{F} = F\vec{e}_x$)



ΑΒ:

$$W_F = F2a$$

ΑΓ

$$W_{F1} = F(A\Gamma)cos35° = F\frac{a}{cos35}° cos35° = Fa$$

ΓΒ, ομοίως

$$W_{F2} = F(A\Gamma)cos35° = F\frac{a}{cos35}° cos35° = Fa$$

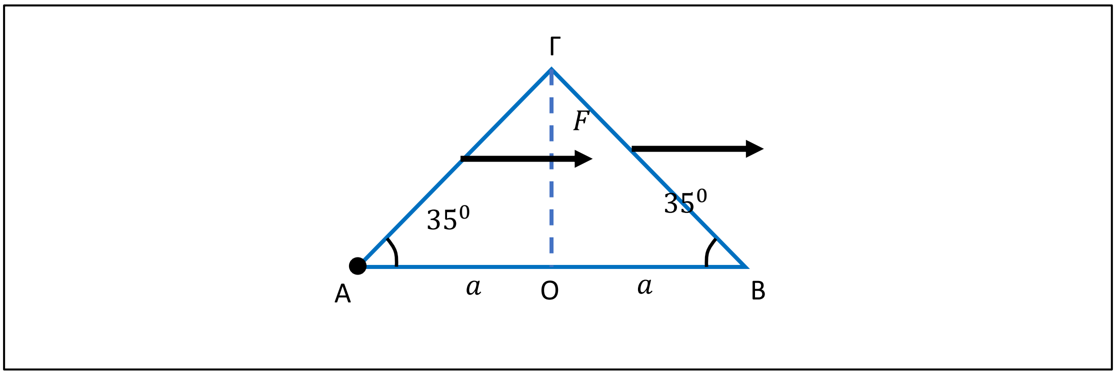
Συνολικά

ΑΓΒ

$$W_{AB\Gamma} = W_{AOB}$$

Συμπέρασμα

F: Συντηρητική



Τριβή

ΑΒ:

$$W_F = T2acos180° = -T2a$$

ΑΓ

$$W_{T1} = T(A\Gamma)cos°180 = F\frac{a}{cos35}(-1) = -F\frac{a}{cos35}$$

ΓΒ, ομοίως

$$W_{F2} = F(A\Gamma)cos180° = F\frac{a}{cos35}(-1) = -F\frac{a}{cos35}$$

Συνολικά

ΑΓΒ

$$W_{AB\Gamma} = -F\frac{2a}{cos35} \neq W_{AOB}$$

Συμπέρασμα

F: Συντηρητική