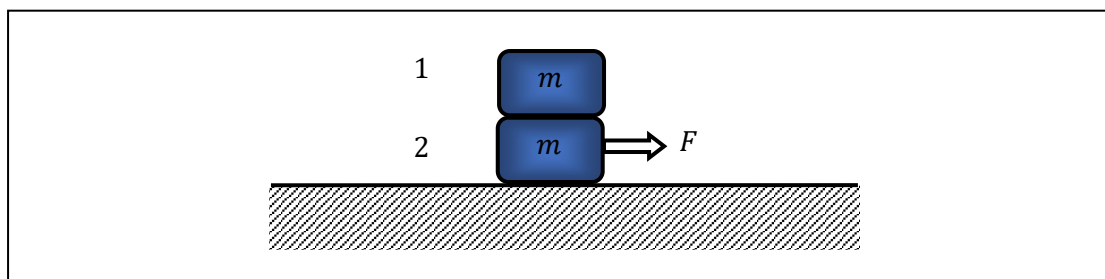


Παράδειγμα 1

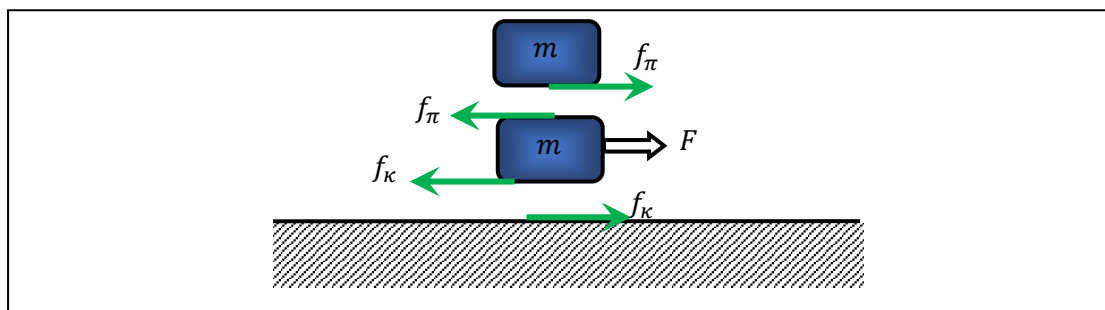
Μια δύναμη F δρα στο κάτω κιβώτιο ενός συστήματος δυο πανομοιότυπων κιβωτίων μάζας m . Τα κιβώτια και το δάπεδο είναι από το ίδιο υλικό και οπότε και οι δυο επιφάνειες επαφής έχουν τους ίδιους συντελεστές στατικής τριβής $\mu_{\Sigma} = 0.5$ αλλά και τους ίδιους συντελεστές τριβής ολίσθησης $\mu = 0.25$. Να γίνει η γραφική παράσταση όλων των δυνάμεων της τριβής του συστήματος συναρτήσει της F , όταν αυτή μεταβάλλεται από 0 έως και μιας αρκετά μεγάλης τιμής ώστε να παρατηρηθούν φαινόμενα ολίσθησης και στις δυο επιφάνειες. Επίσης να γίνει και γραφική παράσταση των επιταχύνσεων των δυο κιβωτίων ως προς F .



Λύση: Τρεις περιοχές της F με τρεις διαφορετικές καταστάσεις

- F : μικρή, συσσωμάτωμα ακίνητο
- F : μεσαία, 12 κινείται ως συσσωμάτωμα
- F : μεγάλη, 12 κινούνται ανεξάρτητα

Είχαμε αναλύσει τις δυνάμεις σε προηγούμενο μάθημα



(α) F : μικρή, συσσωμάτωμα ακίνητο \Rightarrow μηδενική επιτάχυνση $a_1 = a_2 = 0$

Πάνω σώμα νόμος 2^{ος} Νεύτωνα

$$f_{\pi} = ma_1 = 0$$

Κάτω σώμα νόμος 2^{ος} Νεύτωνα

$$F - f_{\kappa} - f_{\pi} = ma_2 = 0$$

$$F - f_{\kappa} - 0 = 0$$

$$f_{\kappa} = F$$

Οριακά αυτό γίνεται έως $f_{\kappa} = \mu_{\Sigma} N_2$

είχαμε δει σε προηγούμενη διάλεξη $N_2 = 2mg$

Όριο $f_{\kappa} = 0.5 \cdot 2mg = mg$

(κάθετη αντίδραση δαπέδου στο 2)

$$0 \leq f_k \leq mg$$

$$0 \leq F \leq mg$$

(β) F : μεσαία, τα 12 κινούνται ως, συσσωμάτωμα \Rightarrow κοινή επιτάχυνση $a_1 = a_2 = a$

f_k : μετατρέπεται σε τριβή ολίσθησης

$$f_k = \mu N_2 = 0.25 \cdot 2mg = 0.5 mg: \text{σταθερή δύναμη}$$

Πάνω σώμα νόμος 2^{ος} Νεύτωνα

$$f_\pi = ma \neq 0$$

Κάτω σώμα νόμος 2^{ος} Νεύτωνα

$$F - f_k - f_\pi = ma$$

$$F - 0.5 mg - ma = ma$$

ή

$$2ma = F - 0.5 mg$$

ή

$$ma = \frac{F - 0.5 mg}{2} = \frac{1}{2}F - \frac{1}{4} mg$$

Εξίσωση (1)

Επομένως επάνω τριβή είναι ίση με

$$f_\pi = ma = \frac{1}{2}F - \frac{1}{4} mg$$

Ενώ η κάτω είδαμε πως είναι $f_k = 0.5 mg$: σταθερή

Η πάνω αυξάνει με την εφαρμοζόμενη δύναμη F σε κάποια στιγμή θα πιάσει το όριο της

$$f_\pi = \mu_\Sigma N_1 = 0.5 mg$$

Οπότε η οριακή επιτάχυνση του πάνω σώματος γίνεται

$$ma_1 = f_\pi = 0.5 mg$$

$$a_1 = 0.5 g = a_2 = a$$

και αντικαθιστώ στην εξίσωση (1) για να βρω την οριακή εφαρμοζόμενη δύναμη

$$m \frac{1}{2} g = \frac{1}{2} F - \frac{1}{4} mg$$

$$mg = F - \frac{1}{2} mg$$

$$F = \frac{3}{2} mg$$

Πεδίο ορισμού στην β περίπτωση

$$mg \leq F \leq 1.5 mg$$

(γ) F : μεγάλη, τα 1,2 κινούνται ανεξάρτητα=> διαφορετική επιτάχυνση $a_1 \neq a_2$

f_π Έχει μετατραπεί σε τριβή ολίσθησης

$$f_\pi = \mu N_1 = 0.25 mg : \text{σταθερή}$$

Πάνω σώμα, ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα μας δίνει

$$ma_1 = f_\pi = 0.25 mg$$

$$a_1 = 0.25 g : \text{σταθερή}$$

Κάτω σώμα, ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα μας δίνει

$$F - f_k - f_\pi = ma_2$$

και οι δυο τριβές είναι τριβές ολίσθησης

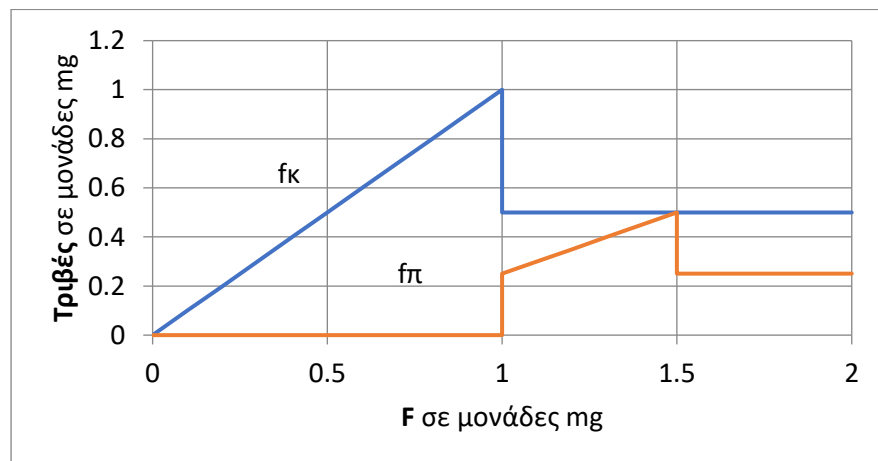
$$F - 0.5 mg - 0.25 mg = ma_2$$

$$a_2 = \frac{F}{m} - 0.75 g$$

Ορισμού της γ περίπτωσης

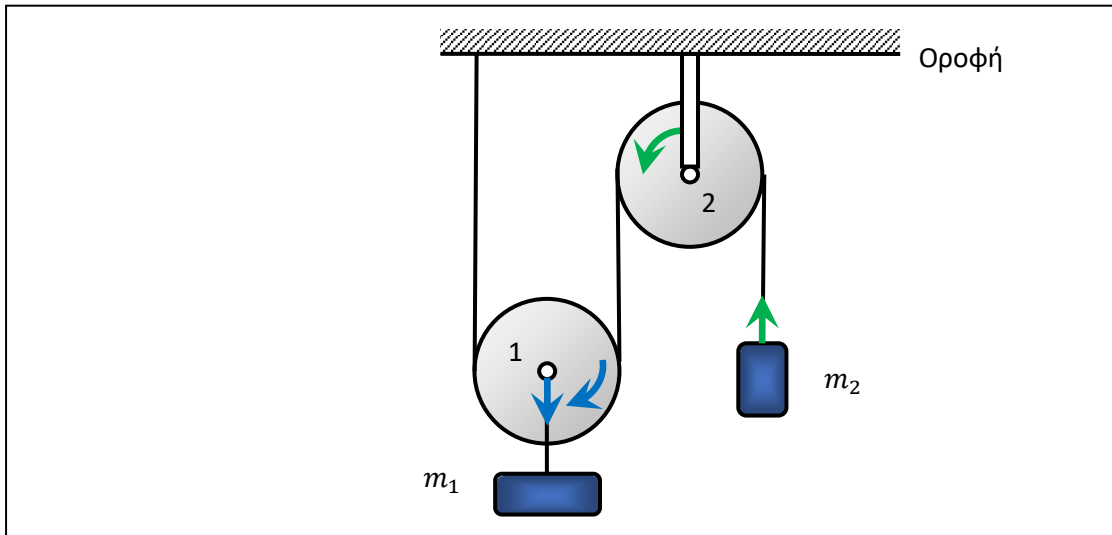
$$F > 1.5 mg$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι η παρακάτω



Παράδειγμα 2

Στο παρακάτω σχήμα οι τροχαλίες είναι ιδανικές. Εάν $m_1 = 20 kg$ και $m_2 = 8 kg$, Να βρεθεί η επιτάχυνση της μάζας m_2 . Έστω $g = 10 m/s^2$ για ευκολία.



Λύση:

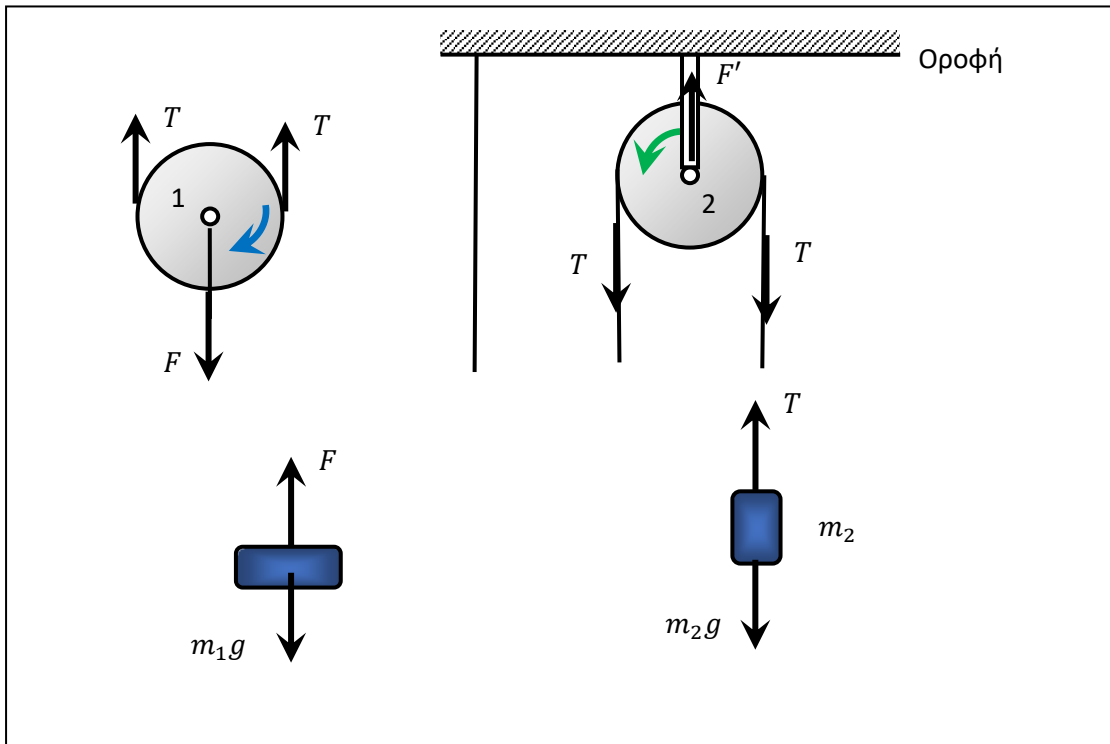
Οι δυνάμεις του προβλήματος είναι οι εξής

T τάση του νήματος παντού σταθερή κατά μήκος του νήματος

F δύναμη που τραβάει η τροχαλία 1 τη μάζα 1

F' δύναμη από την οροφή

τα βάρη m_1g και m_2g

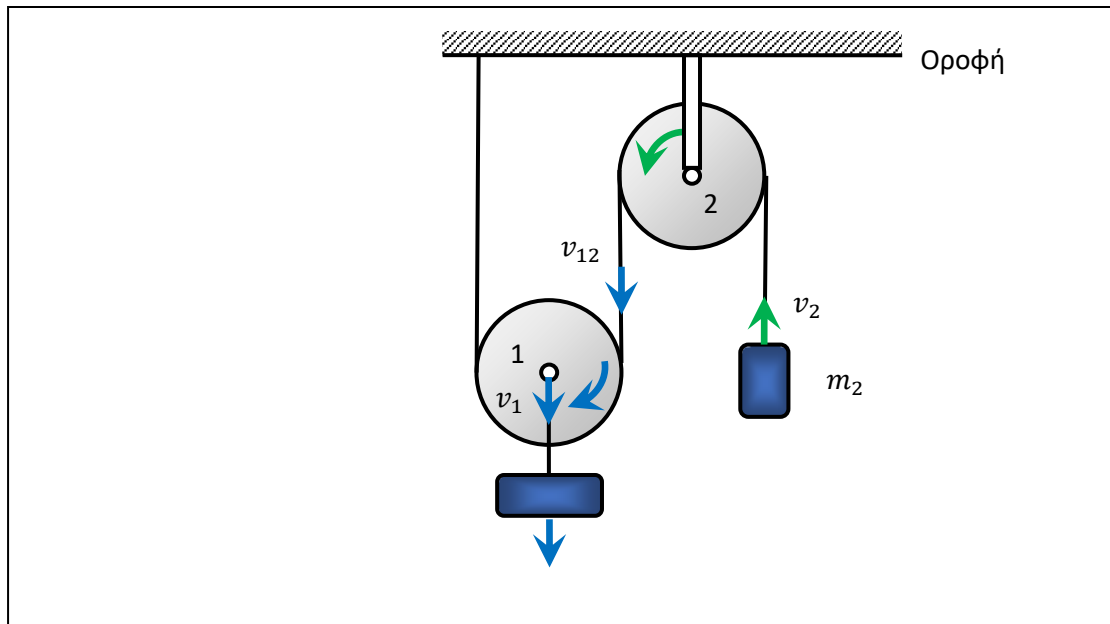


Τροχαλία 1 ιδανική και άρα αβαρής που σημαίνει

$$\Sigma F = ma = 0$$

$$2T - F = 0 \Rightarrow F = 2T$$

Οι ταχύτητες του προβλήματος είναι οι εξής



Έστω v_1 η ταχύτητα της μάζας 1, τότε το κέντρο της τροχαλίας 1 κινείται επίσης με v_1 ενώ η ταχύτητα

$$v_{12} = 2v_1$$

οπότε η ταχύτητα της μάζας 2 είναι ίση με

$$v_2 = v_{12} = 2v_1$$

Παραγωγίζοντας ως προς τον χρόνο,

$$\frac{dv_2}{dt} = 2 \frac{dv_1}{dt}$$

βρίσκουμε για τις επιταχύνσεις a_1 και a_2 των δυο μαζών

$$a_2 = 2a_1$$