… ΣΥΝΕΧΕΙΑ …

Κινητό κινείται έτσι ώστε οι συντεταγμένες της ταχύτητάς του συναρτήσει του χρόνου να δίνονται από τις

$$v_x(t) = 3e^{-\lambda t}$$

και

$$v_y(t) = 4$$

$\lambda = 4\ s^{-1}$. Την χρονική στιγμή $t = 0$ το κινητό βρίσκεται στο σημείο $(0,2)$, να βρεθεί η τροχιά του κινητού και να γίνει η γραφικής της παράσταση.

Με ολοκλήρωση

$$x(t) = \int 3e^{-4t}\,dt = \frac{1}{-4}\int 3e^{-4t}\,d(-4t) = -\frac{3}{4}e^{-4t} + c_x$$

και

$$x(t) = -\frac{3}{4}e^{-4t} + c_x$$

$$y(t) = 4t + c_y$$

Στο $t = 0$

$$0 = -\frac{3}{4}e^{0} + c_x$$

$$2 = 0 + c_y$$

ή

$$c_x = \frac{3}{4}$$

$$c_y = 2$$

οπότε

$$x(t) = \frac{3}{4}(1 - e^{-4t})$$

$$y(t) = 4t + 2$$

Τροχιά, απαλείφω τον χρόνο, από την δεύτερη

$$4t = y - 2$$

Αντικαθιστώ στην πρώτη και έχω

$$x = \frac{3}{4}(1 - e^{2-y})$$

Γραφική παράσταση, βολεύει x συναρτήσει του y

$$x = \frac{3}{4}(1 - e^{2}e^{-y})$$

Για $y \to -\infty$ το $e^{-y} \to +\infty$ και άρα

$$x \to -\infty$$

Για $y \to +\infty$ το $e^{-y} \to 0$ και άρα

$$x \to 3/4$$

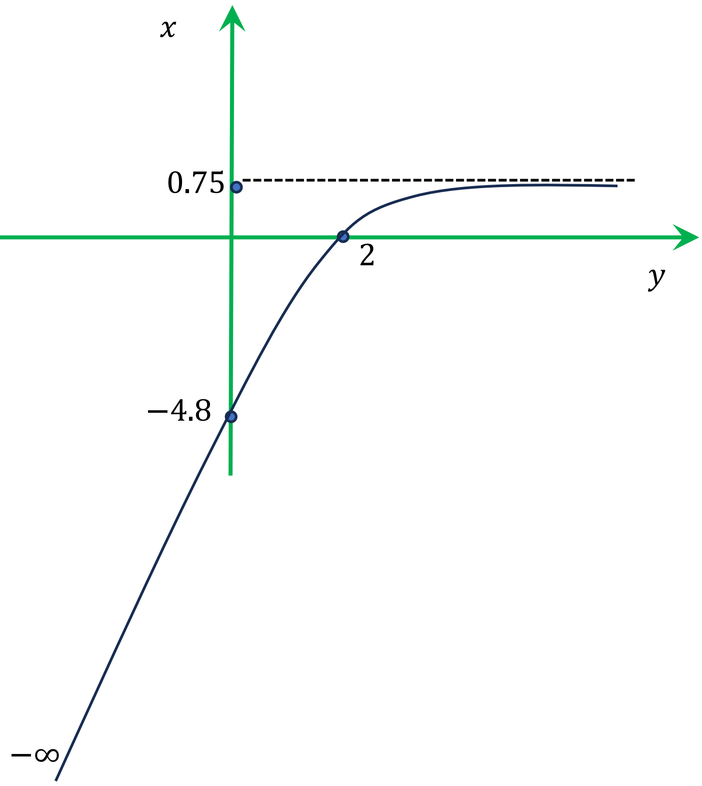
Για $y \to 0$ το $e^{-y} \to 1$ και άρα

$$x = \frac{3}{4}(1 - e^{2}) \approx -4.8$$

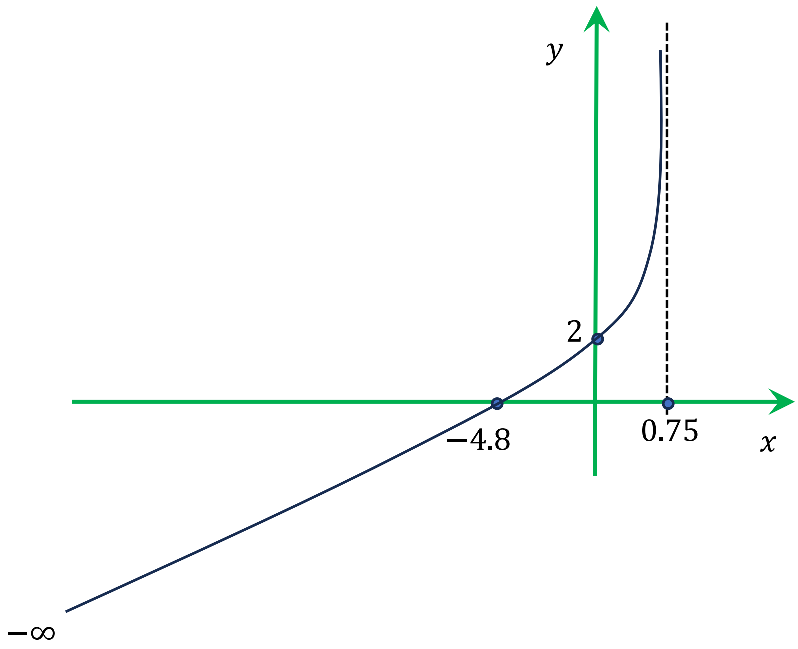
Ρίζα του

$$x = \frac{3}{4}(1 - e^{2}e^{-y})$$

είναι το $y = 2$



Με λίγη φαντασία μπορούμε να αντιστρέψουμε τους άξονες:



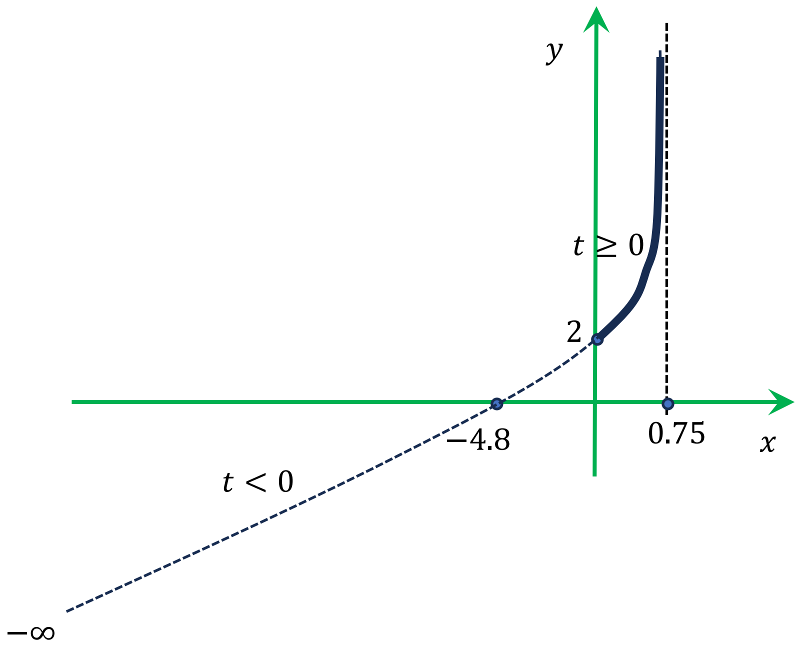
ΠΡΟΣΟΧΗ:

Μας δίνεται ότι στο $t = 0$ το κινητό ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ στο σημείο $(0,2)$

Δηλαδή δεν υπάρχει περιορισμός στο t, μπορεί να παίρνει τόσο θετικές όσο και αρνητικές τιμές και απλά γνωρίζουμε τι γίνεται στο $t = 0$ οπότε το πεδίο ορισμού του x είναι $(-\infty, +\infty)$ και παίρνουμε όλη την γραφική, τόσο πριν το $(0,2)$ όσο και μετά

Εάν η εκφώνηση αντ' αυτού έλεγε στο $t = 0$ το κινητό ΕΚΚΙΝΕΙ από το σημείο $(0,2)$

τότε θα έπρεπε να σχεδιάσουμε το $(0,2)$ ως ΑΡΧΙΚΟ ΣΗΜΕΙΟ της καμπύλης μας και η γραφική θα ήταν μόνο ένα τμήμα της παραπάνω, δηλαδή κάπως έτσι

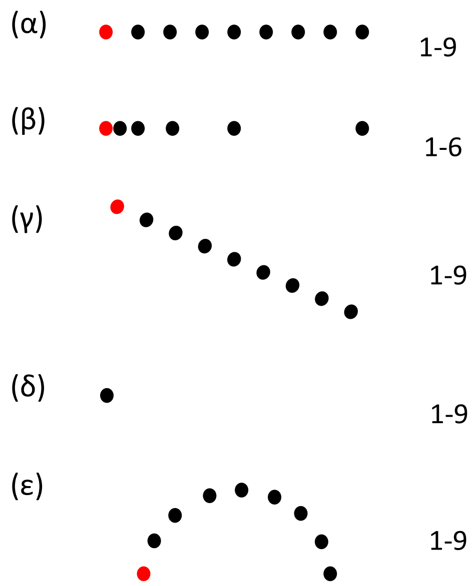


(Σημείωση: Πως ξέρουμε ότι για $t \geq 0$ το αντίστοιχο τμήμα της καμπύλης είναι το πάνω και όχι το κάτω; Από την $x(t)$ εύκολα βλέπουμε ότι για $t \geq 0$ έχουμε αποκλειστικά $y > 0$)

----- Η ΠΡΟΟΔΟΣ ΕΝΑ μέχρι εδώ -------------------------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

1^{ΟΣ} Νόμος Αδράνειας



3^{ΟΣ} Νόμος Δράση Αντίδραση (τον είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ειδικά στις δυνάμεις επαφής)

2^{ΟΣ} Νόμος

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

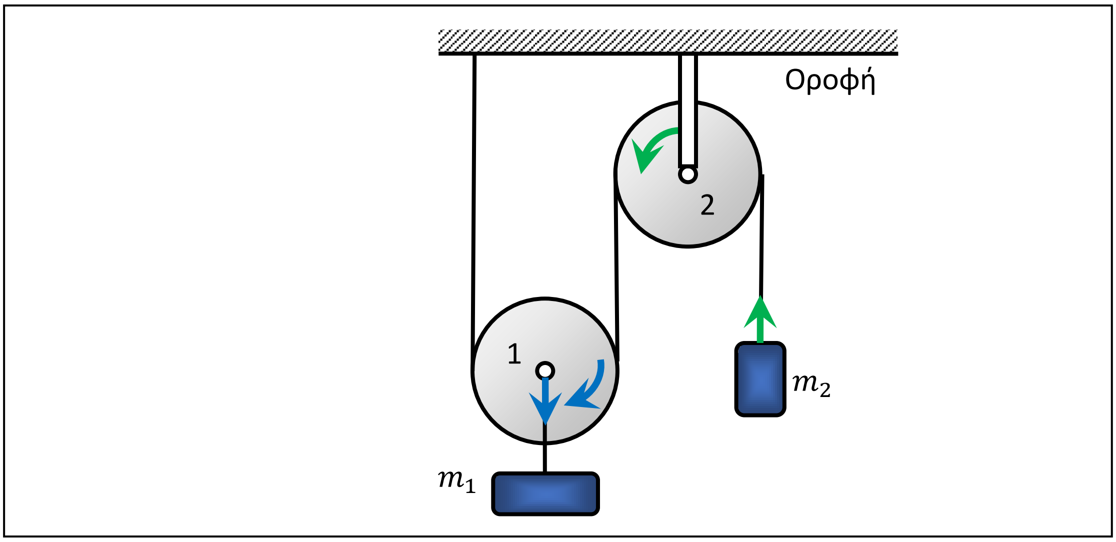
- Πολλαπλασιασμός θετική σταθερά m επί διάνυσμα $\vec{a}$ οδηγεί σε ομόρροπο διάνυσμα $\Sigma\vec{F}$ => επιτάχυνση // συνισταμένη δύναμη
- Κατά μέτρο η επιτάχυνση είναι ανάλογη της δύναμης
- Συνιστώσες

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

Παράδειγμα 4.5

Στο παρακάτω σχήμα οι τροχαλίες είναι ιδανικές. Εάν $m_1 = 20\ kg$ και $m_2 = 8\ kg$, Να βρεθεί η επιτάχυνση της μάζας m_2. Έστω $g = 10\ ms^{-2}$ για ευκολία.



Λύση:

Αναλύουμε σε δυνάμεις, έχοντας κατά νου ότι οι τροχαλίες είναι ιδανικές και άρα η τάση του νήματος T είναι παντού η ίδια κατά μήκος του.

(… Συνεχίζεται …)