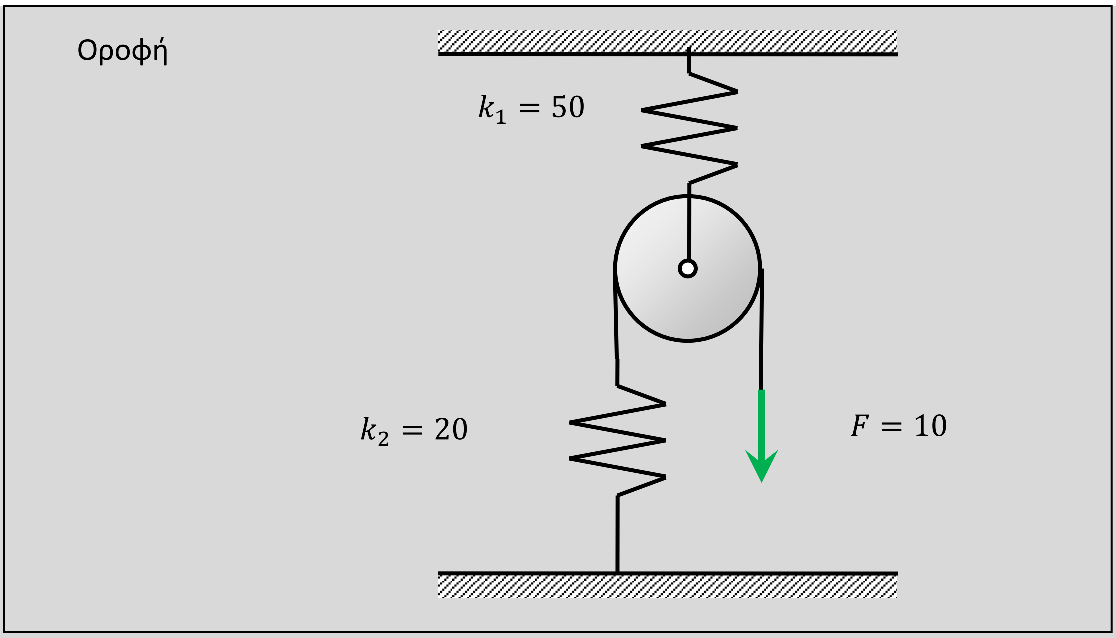
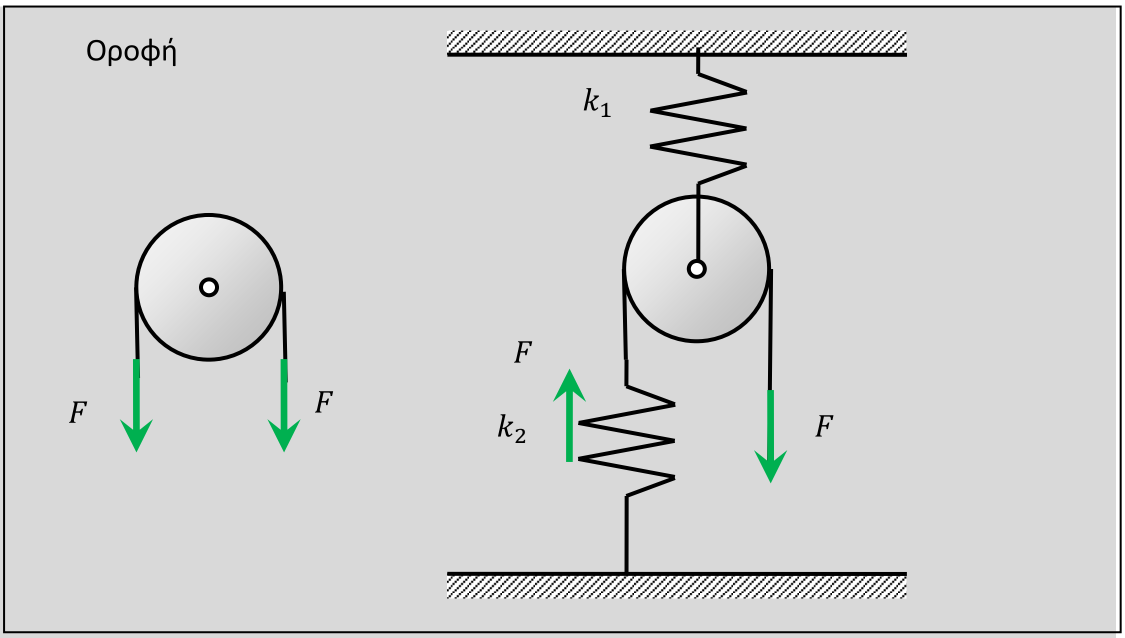
Παράδειγμα:

Θα λύσουμε ένα παράδειγμα με τροχαλίες και ελατήρια. Στο παρακάτω σχήμα αναζητούμε το μήκος που ξετυλίχθηκε η τροχαλία κατά την εφαρμογή της δύναμης $F = 10\ N$. Πριν την εφαρμογή της δύναμης ελατήρια θεωρούνται απαραμόρφωτα και η τροχαλία μπορεί και περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από το κέντρο της στο οποίο έχει συνδεθεί το πάνω ελατήριο. Θεωρήστε ισορροπία πριν και μετά την εφαρμογή της δύναμης.

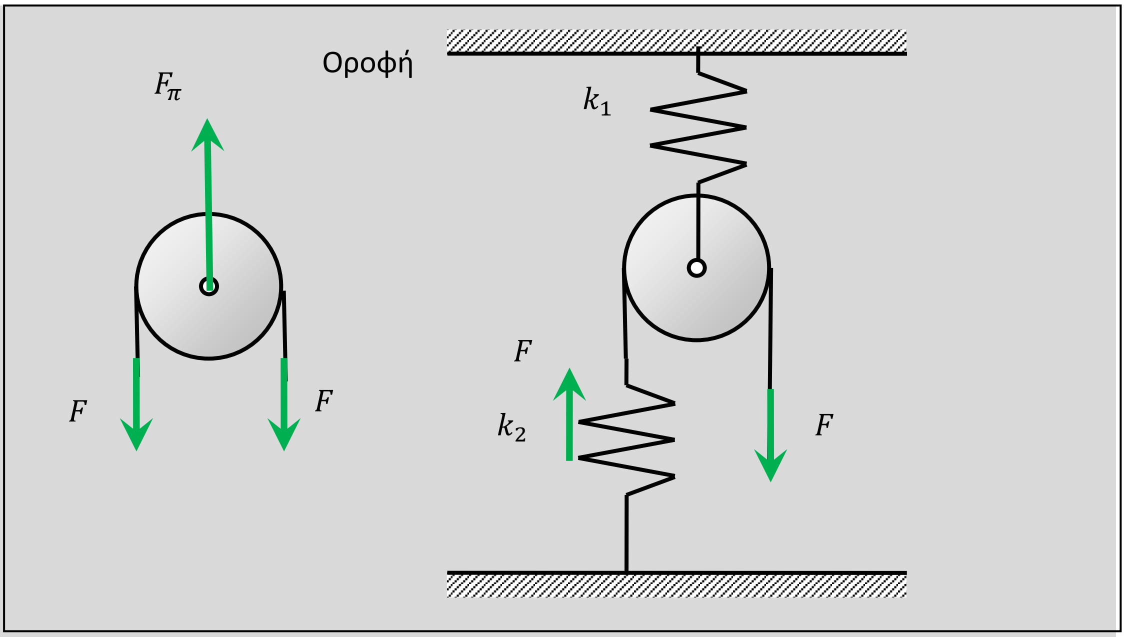


Λύση:

Θα κάνω ανάλυση δυνάμεων. Ιδανικη τροχαλια απλά αλλάζει τη φορά της δύναμης και τη μεταφέρει από την άλλη μεριά στο ελατήριο 2



Η δύναμη στα αριστερά εφαρμόζεται στο ελατήριο προς τα πάνω αλλά ταυτόχρονα η αντίδραση του ελατηρίου εμφανίζεται στην τροχαλία. Εφόσον το σύστημα ισορροπεί πρέπει να υπάρχει και τρίτη δύναμη η οποια είναι η δύναμη από το πάνω ελατήριο



Αφού η τροχαλία ισορροπεί τότε

$$F_\pi = 2F$$

Έστω x_1 και x_2 οι παραμορφώσεις των ελατηρίων

$$x_2 = \frac{F}{k_2} = \frac{10}{20} = 0.5\ m$$

$$x_1 = \frac{F_\pi}{k_1} = \frac{20}{50} = 0.4\ m$$

Έστω χ λοιπά η το μήκος του νήματος που ξετυλίχτηκε. Η τροχαλία εκτελεί σύνθετη κίνηση, μια μεταφορική του κέντρου της κατά x_1, και μια περιστροφική λόγω ξετυλίγματος του νήματος κατά x. Το αριστερό άκρο του νήματος πηγαίνει προς τα κάτω κατά x_1 λόγω της μεταφοράς αλλά πηγαίνει προς τα πάνω κατά x λόγω της περιστροφής και παρασέρνει αντίστοιχα το κάτω ελατήριο. Επομένως μπορούμε να γράψουμε ότι

$$-x_1 + x = x_2$$

ή

$$x = x_1 + x_2 = 0.5 + 0.4 = 0.9\ m$$

<u>Πρόβλημα 2.24 Βιβλίου</u>

Κινητό κινείται έτσι ώστε οι συντεταγμένες της ταχύτητάς του συναρτήσει του χρόνου να δίνονται από τις

$$v_x(t) = Ae^{-\lambda t}$$

και

$$v_y(t) = B$$

όπου A και B είναι θετικές σταθερές σε μονάδες m/s και $\lambda = 4\ s^{-1}$. Εάν το μέτρο της ταχύτητας σε πολύ μεγάλους χρόνους τείνει στην τιμή $4\ m/s$ ενώ την χρονική στιγμή $t = 0$ αυτό το μέτρο είναι ίσο με $5\ m/s$ και το κινητό βρίσκεται στο σημείο $(0,2)$, να βρεθεί η τροχιά του κινητού και να γίνει η γραφικής της παράσταση.

<u>Λύση</u>:

Για να βρούμε την τροχιά πρέπει πρώτα να βρούμε τις απομακρύνσεις x και y του κινητού κατά τους αντίστοιχους άξονες και μετά να απαλείψουμε το χρόνο από αυτές τις δυο

$$x(t) = -\frac{1}{\lambda}Ae^{-\lambda t} + c_x$$

και

$$y(t) = Bt + c_y$$

Όπου οι c_x και c_y Είναι σταθερές ολοκλήρωσης.

Πρώτα πρέπει να βρούμε τις σταθερές Α και Β από τις δεδομένες πληροφορίες

$$v_x(t) = Ae^{-\lambda t}$$

και

$$v_y(t) = B$$

Μέτρο

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{A^2 e^{-2\lambda t} + B^2}$$

$$v^2 = A^2 e^{-2\lambda t} + B^2$$

Εφαρμόζω τις δεδομένες πληροφορίες

$$v(0) = 5$$

$$v(\infty) = 4$$

$$25 = A^2 + B^2$$

$$16 = B^2$$

Λύση $B = 4, A = 3$

Τώρα εφαρμόζουμε τις αρχικές συνθήκες της απομάκρυνσης για να βρούμε τις σταθερές ολοκλήρωσης.