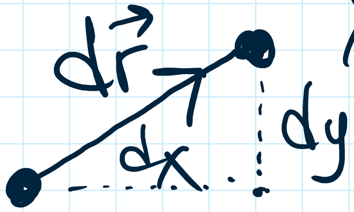
$\vec{b} = c\vec{a}$ εάν $c > 0$

$\vec{b} \parallel \vec{a}$

$\vec{v} = \frac{1}{dt}(dx, dy)$



Χρόνο $t+dt$

$\vec{v} = \frac{1}{dt} d\vec{r}$

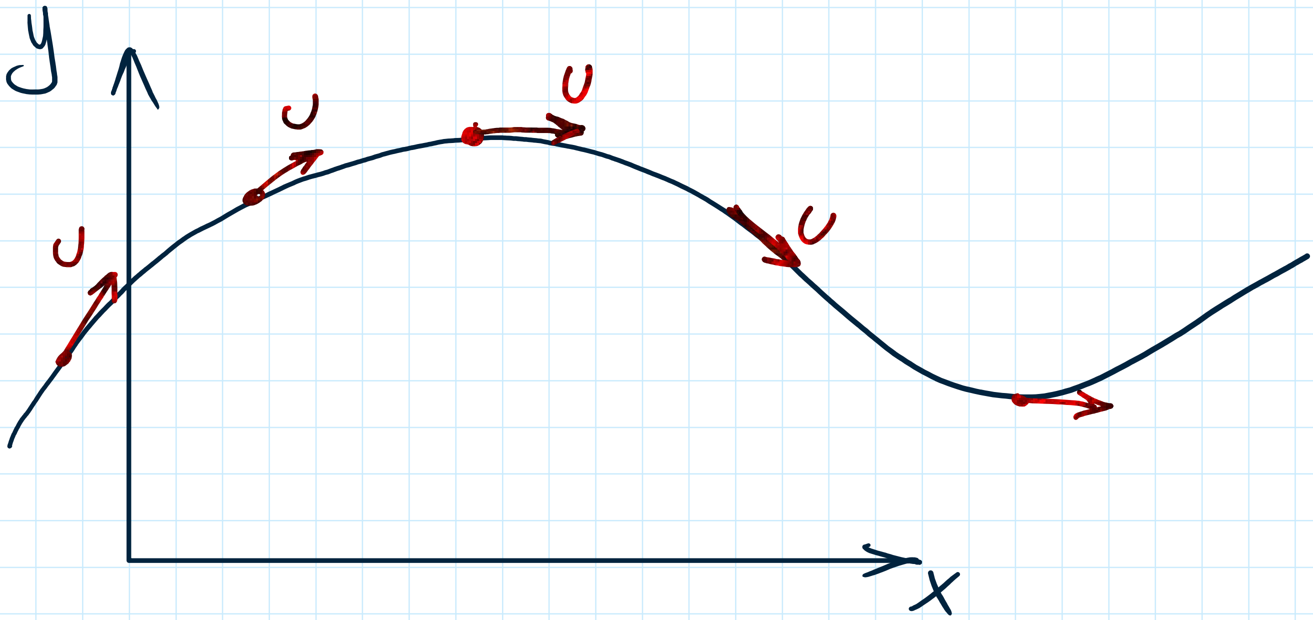
Χρόνο t

$d\vec{r}$: στοιχ. r.

$\vec{v} \parallel d\vec{r}$

στοιχ. μετατ.

$\vec{v}$ εφαπτόμενο

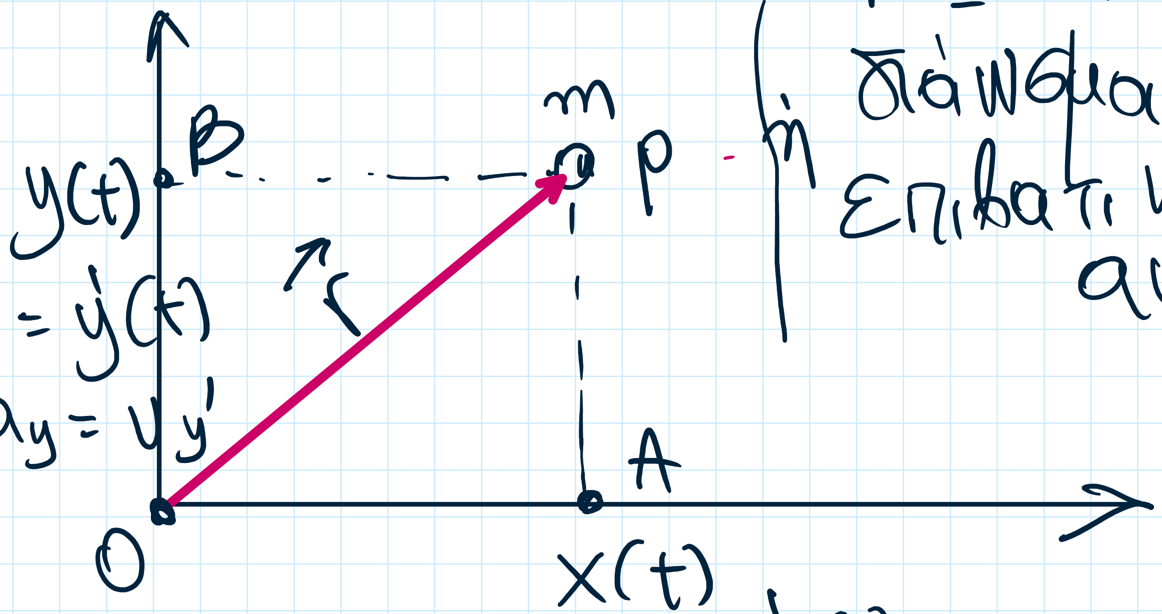


Πέμπτη, 10 Οκτωβρίου 2024 15:32

Προβολές A B

$\vec{r} = \vec{OP}$

διάνυσμα θέσης ή επιβατική ακτίνα



$U_y = \dot{y}(t)$

$a_y = U_y'$

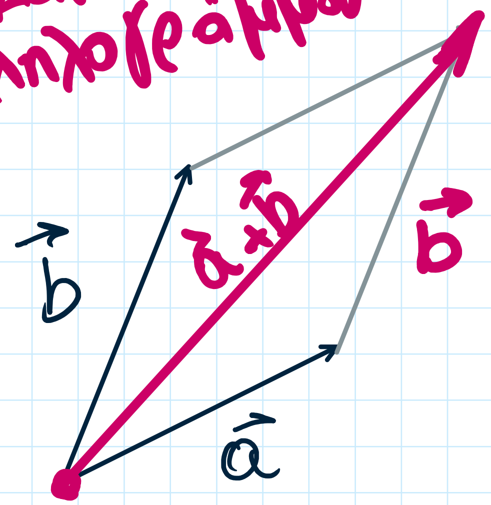
$U_x = \dot{x}(t) \qquad a_x = U_x'$

$$\vec{r} = (x, y)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \vec{U}$$

Παρέμβαση πρόσθεση διανυσμάτων

Ή κανόνας παραλληλογράμμου

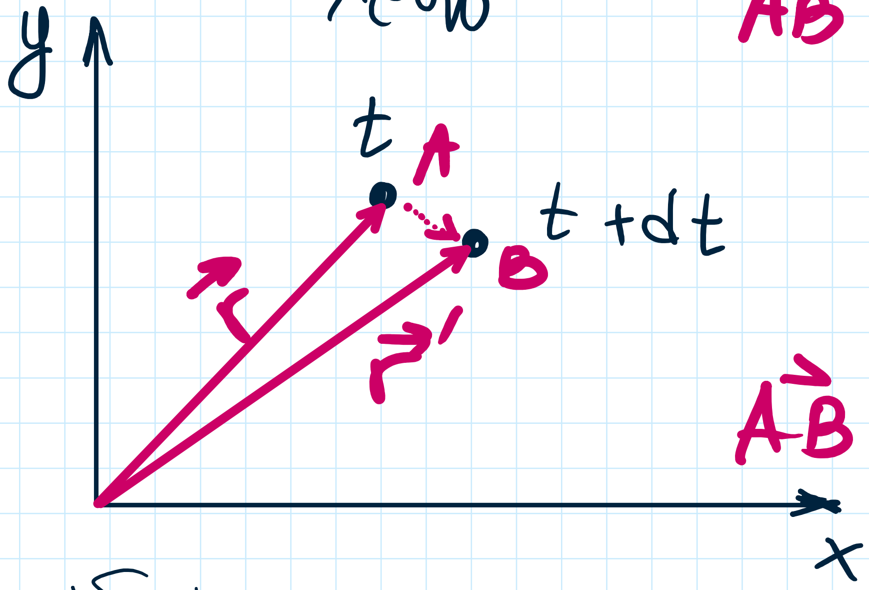


Ή

Εάν φέρω την αρχή του $\vec{b}$ στο τέλος του $\vec{a}$ τότε το $\vec{a}+\vec{b}$ είναι το διάνυσμα από αρχή $\vec{a}$ έως τέλος $\vec{b}$ (κανόνας μύτης - αρχής)

Πέμπτη, 10 Οκτωβρίου 2024 15:42

Χρόνο



$\vec{AB} = \vec{r}' - \vec{r}$

Απ' το σχήμα

$\vec{r} + \vec{AB} = \vec{r}'$

$\vec{AB} = \vec{r}' - \vec{r} = d\vec{r}$

Παράδειγμα

Ένα υλικό σημείο κινείται έτσι ώστε οι συντεταγμένες του να δίνονται από τις

$x(t) = b sin(\omega t)$

και

$y(t) = -d cos(\omega t)$.

Να βρεθεί η γωνία σε μοίρες που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας με τον άξονα x κατά τη χρονική στιγμή $t = 1\ s$. Να θεωρηθεί ότι η γωνία είναι στο 1ο τεταρτημόριο. Δίνονται οι σταθερές b, d, και ω αντίστοιχα: $10\ m$ $20\ m$ $1.2\ rad/s$

Λύση

$x'(t) = b\omega \cos(\omega t)$

$y'(t) = d\omega \sin(\omega t)$

$\tan\theta = \frac{y'}{x'} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{d\omega \sin(\omega t)}{b\omega \cos(\omega t)} = \frac{20}{10} \tan(1{,}2t) =$

$= 2 \cdot \tan(1{,}2) \simeq 5.144 \implies \theta = \operatorname{atan}(5{,}144) \simeq$

$= 2 \cdot \tan(1{,}2) \simeq 5.144$

rad

$\theta = \text{atan}(5.144) \simeq$

$\simeq 79°$

Σημειακό σώμα Α που βρίσκεται στο $t = 0$ σε ηρεμία στο Ο(0,0), δέχεται ξαφνικά επιτάχυνση με συνιστώσες $a_x = c_1 t^2$ και $a_y = c_2 t$. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας την χρονική στιγμή $t = t_0$. Δίνονται οι σταθερές c_1, c_2, και t_0 αντίστοιχα: $9\ m/s^4$ $20\ m/s^3$ $2\ s$

Λύση:

$a_x = 9t^2$, $a_y = 20t$

$v_x = \int a_x dt = \int 9t^2 dt = 3t^3 + c_3$

για $t=0$, $v_x = 0 \Rightarrow 3\cdot 0 + c_3 = 0 \Rightarrow c_3 = 0$

άρα $\boxed{v_x = 3t^3}$

ομοίως:

$v_y = \int a_y dt = \int 20t\, dt = 10t^2 + c_4$

για $t=0$, $v_y = 0 \Rightarrow c_4 = 0$

άρα $\boxed{v_y = 10t^2}$

Για $t = 2$ sec: $v_x = 24$ m/s, $v_y = 40$ m/s

Από Π.Θ.:

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{576 + 1600} \simeq 46,6$ m/s

Στο προηγούμενο πρόβλημα να σχεδιασθεί η τροχιά του κινητού

Πρέπει να βρω $y = f(x)$

Εγώ μπορώ να βρω $x(t)$, $y(t)$

Εξισώσεις Νικον $\quad \upsilon_x = 3t^3$

$\upsilon_y = 10t^2$

ολοκληρώνω $\quad x = \frac{3t^4}{4}$

$y = 10\frac{t^3}{3}$

Λύνω την 2.Ε.Ν. $\quad t = \left(\frac{3}{10}y\right)^{1/3}$

Αντικαθιστώ στην 1.Ε.Ν. $\quad x = \frac{3}{4}\left(\frac{3}{10}y\right)^{4/3}$

$\Rightarrow \boxed{y = \text{σταθ}\ x^{3/4}}$

$$\Rightarrow \boxed{y = \text{σταθ}\ x^{5/4}}$$