

ΚΥΜΑΤΙΚΗ

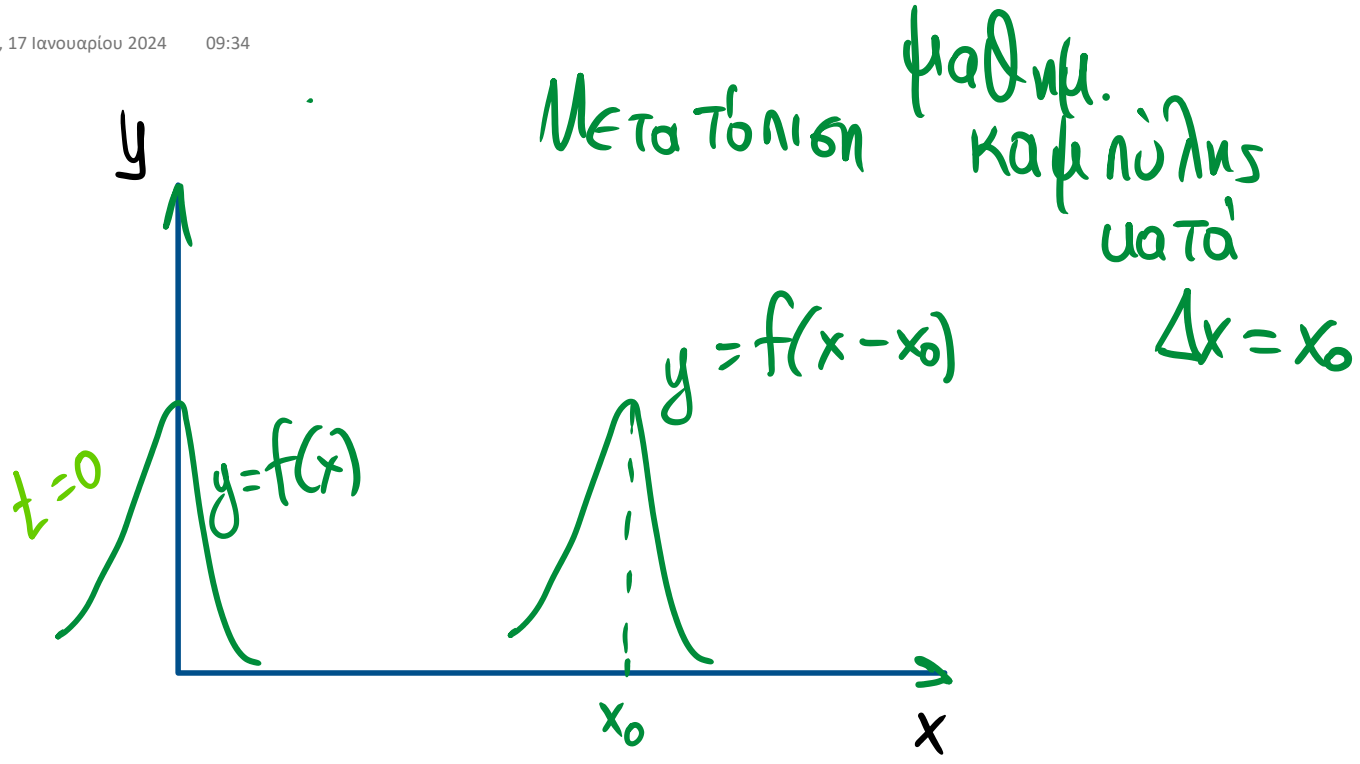
ΚΕΦ 12. ΚΥΜΑΤΑ

Εισαγωγή

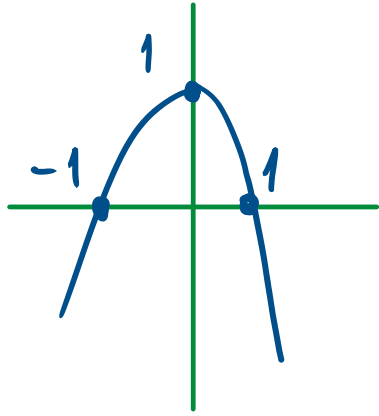
Στην καθημερινή μας ζωή συχνά ακούμε την λέξη "κύμα". Τι ακριβώς όμως είναι το κύμα; Το κύμα είναι μια διαταραχή κάποιας φυσικής ποσότητας η οποία διαδίδεται στο χώρο. Δείτε για παράδειγμα το βίντεο που εμφανίζεται στον εξής ιστότοπο

http://www.youtube.com/watch?v=jUQkG1A0_Sk





Π.χ. $y = f(x) = 1 - x^2$



Μετατόνιση κατά

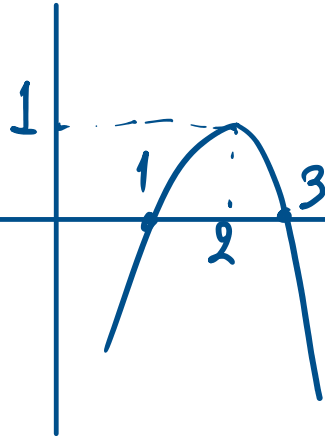
$$\Delta x = 2$$

Νέο y'

$$y' = f(x-2) = 1 - (x-2)^2$$

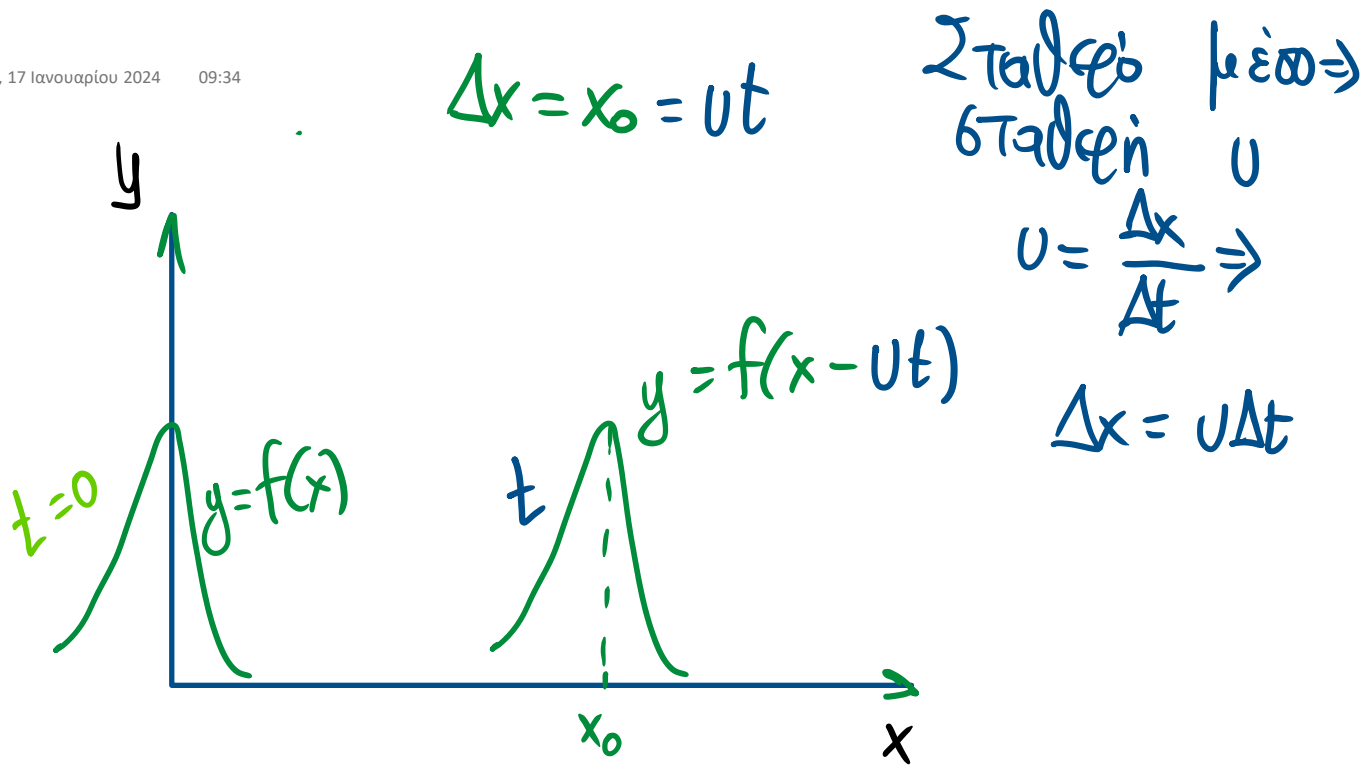
Ριζές: $y' = 0 \Rightarrow 1 - (x-2)^2 = 0$

$$(x-2) = \pm 1 \begin{cases} \rightarrow x = 1 \\ \rightarrow x = 3 \end{cases}$$



Στο $x = 2$

$$y' = 1 - 0^2 = 1$$



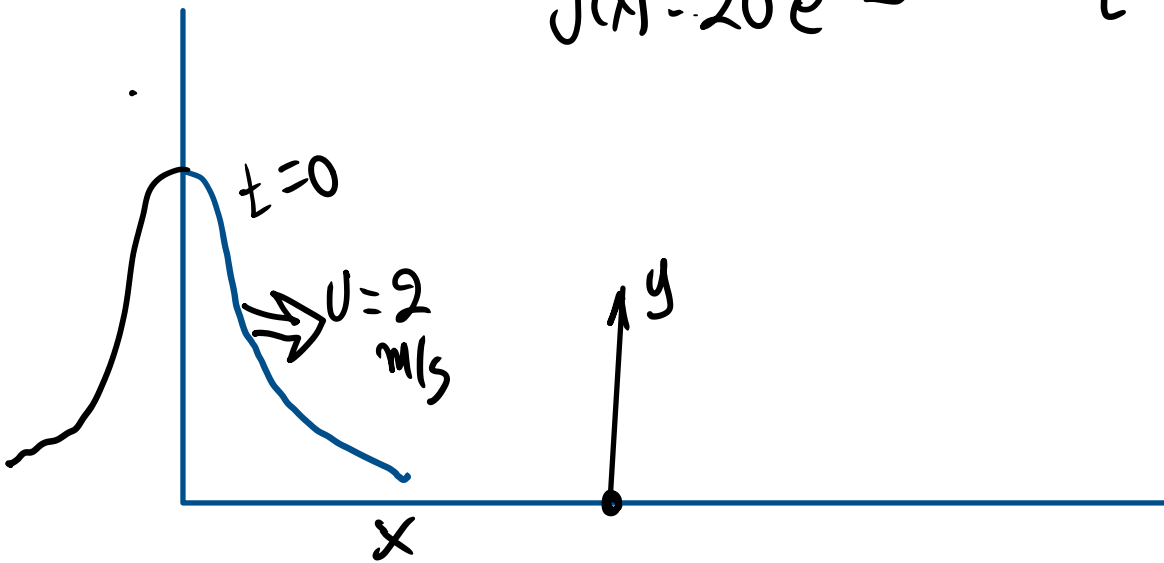
$$y = f(x - ut) \quad \text{εξίσωση κύματος} \\ u \rightarrow$$

$$y = f(x + ut) \quad \text{εξίσωση κύματος} \\ u \leftarrow$$

Παράδειγμα 12.1

Χορδή βρίσκεται τανυσμένη επάνω στον άξονα x . Ξαφνικά ένα κύμα σε μορφή παλμού διαδίδεται επάνω σε αυτή προς τα δεξιά με ταχύτητα $v = 2 \text{ m/s}$ έτσι ώστε τα μόριά της να ταλαντεύονται κατακόρυφα όταν ο παλμός περνάει από αυτά. Εάν στο $t = 0$ ο παλμός περιγράφεται από την εξίσωση $y = 20e^{-0.5x^2}$, να βρεθεί η κατακόρυφη απόσταση από τον άξονα x ενός σημείου της χορδής το οποίο βρίσκεται στο $x = 3.5$ κατά τις χρονικές στιγμές $t = 0, 1, 2, 3$ (όλες οι μονάδες σε S.I.).

$$y(x) = 20e^{-\frac{1}{2}x^2} \quad t=0$$

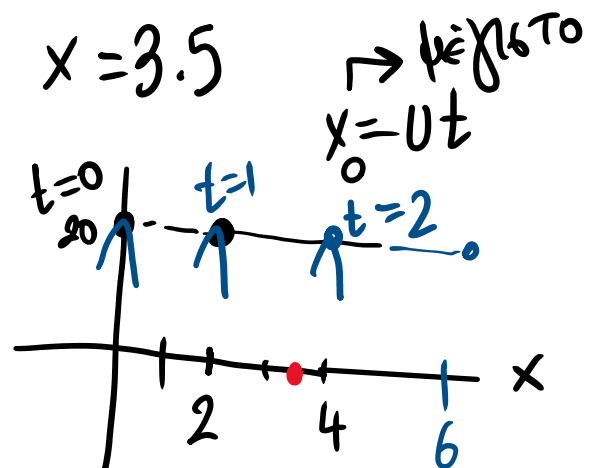


$$y(x,t) = 20e^{-\frac{1}{2}(x-ut)^2}$$

$$x = 3.5 \quad y(3.5, t) = 20e^{-\frac{1}{2}(3.5 - 2t)^2} \quad t=0, 1, 2, 3$$

Απάντηση

t	y
0	0.04
1	6.5
2	17.6
3	0.9



Αρμονικά κύματα

$$t=0$$

$$y = f(x) = A \sin kx$$

$$t \neq 0$$

$$y = f(x-ut) = A \sin k(x-ut)$$

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

$$\text{Θέτω } kv = \omega$$

Εάν η διεύθυνση βρίσκεται στο $x=0$

Τότε $y(0,t) = A \sin(-\omega t) = -A \sin \omega t$

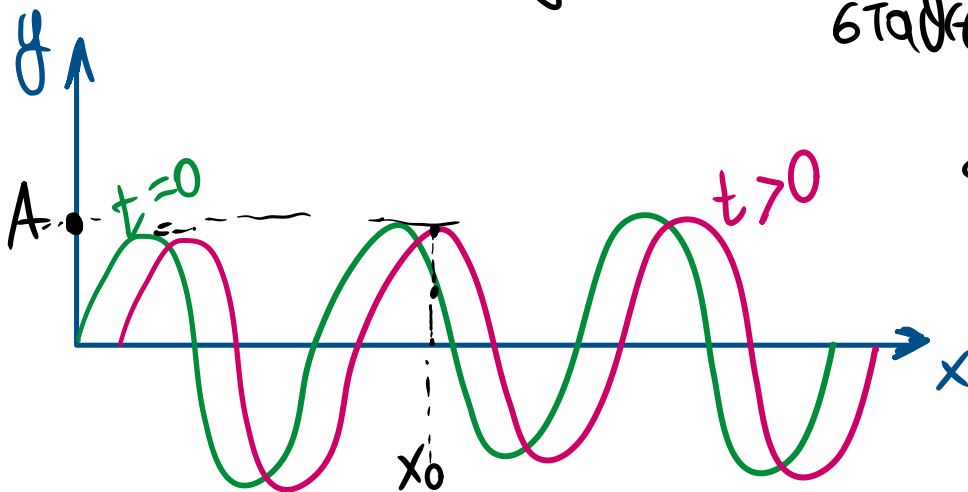
Εξίσωση αρμονικών ταλανωτή

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

σταθερό $x = x_0$

$$y = A \sin(kx_0 - \omega t) = -A \sin(\omega t - \phi_0)$$

$$\phi_0 = kx_0$$



Όλα τα σημεία ταλαντώνονται κατακόρυφα με
ίδιο ω , ίδιο πλάτος A , αλλά φάση διαφορετική
το υαβέρα

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

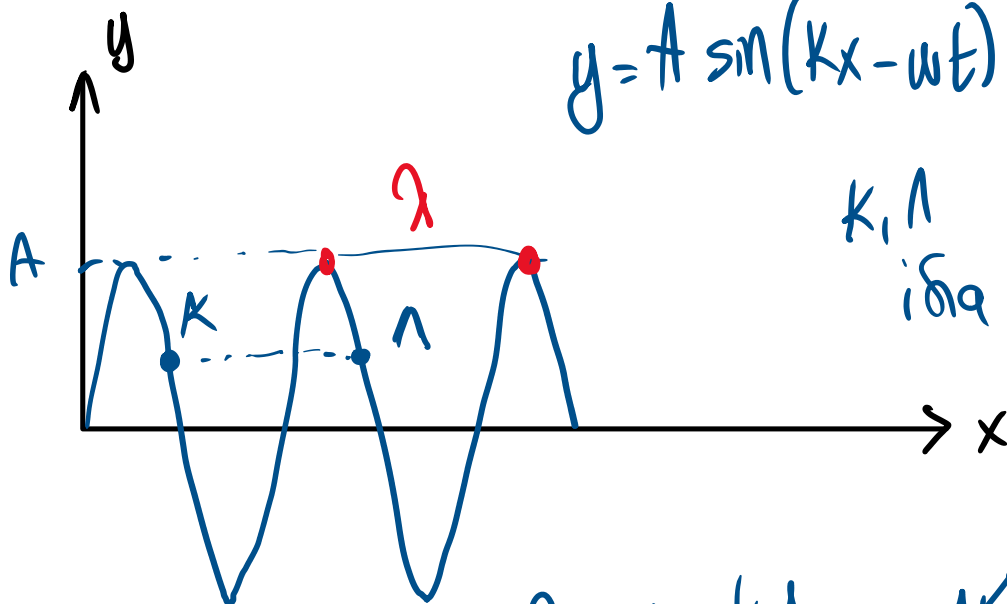
$$\phi = kx - \omega t$$

φάση

2 Τίχμιό του no κύματος

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

$t = \text{σταθερό}$



k, λ ίδιο y διαδοχικά
ίδια x λίσση
τότε

$$\Delta\phi = 2\pi$$

$$\text{Ίδιο } t, \Delta\phi = 2\pi \Rightarrow k\Delta x - \omega\Delta t = 2\pi \Rightarrow$$

δύο διαδοχικά ισοδύναμα σημεία $k = \frac{2\pi}{\Delta x}$

Αυτή η απόσταση Δx δύο διαδοχ. ισοδύναμων σημείων (όπως πχ τα μέγιστα) ονομάζεται μήκος κύματος λ

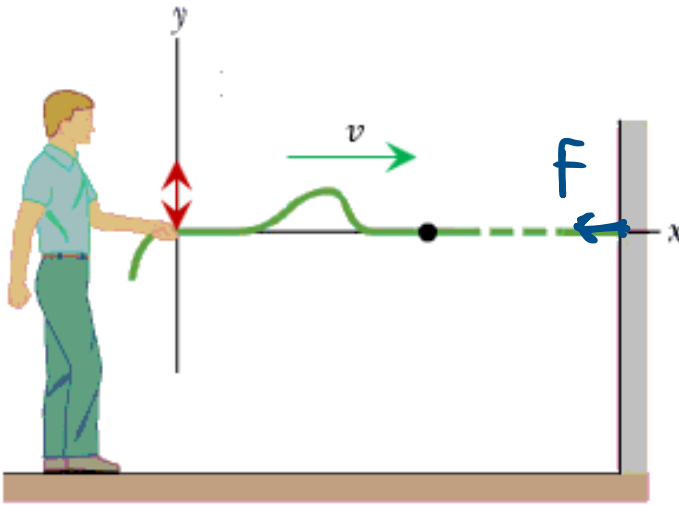
$$y = A \sin kx \rightarrow A \sin k(x - vt) = A \sin(kx - \omega t)$$

Θέσουμε $\omega = kv \Rightarrow$

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΣΧΕΣΗ

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad v = \lambda f \quad \frac{\omega}{T} = \frac{\omega}{\lambda} v \Rightarrow$$

Κύματα σε χορδές



F : τάση νήματος

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

μ : γραμμική πυκνότητα

$$\mu = \frac{m}{L} \quad \frac{\text{μάζα}}{\text{μήκος}}$$

Είδος κύματος	Παράδειγμα	Πηγή	Μέσο	Κατεύθυνση	Τυπικό v
Μηχανικά κύματα	Κραδασμοί σε κινητήρες, δρόμους, γέφυρες	Κινητήρες, κινούμενα οχήματα, αέρας	Ύλη	Κυρίως εγκάρσια	Μερικά m/s
Σεισμικά		Τεκτονικές πλάκες	Φλοιός της γης	Κυρίως διαμήκη	Μερικά km/h
Ήχος	Ομιλία, Θόρυβος, Μουσική	Φωνητικές Χορδές + γλώσσα, Κίνηση, Μουσικά όργανα	Αέρας	Διαμήκη	330 m/s
Ηλεκτρομαγνητικά	Τηλεπικοινωνίες, TV, Ράδιο, Ακτίνες – Χ, Φως	Κεραία	Αέρας-Κενό	Εγκάρσια	$3 \times 10^8 m/s$
Θαλάσσια		Αέρας + Σεισμοί (tsunami!)	Νερό	Κυρίως εγκάρσια	Μερικά m/s

Τύποι για ταχύτητα

Χορδή

$$\sqrt{F/\mu}$$

Μηχαν.
κύματα

$$\sqrt{E/\rho}$$

E: σταθερά ελαστικ.
ρ: πυκνότητα m/v

Ήχος

$$331 \sqrt{\frac{0+273}{273}} \text{ m/s}$$

E/M κύματα
φως

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$