Παράδειγμα 3.9

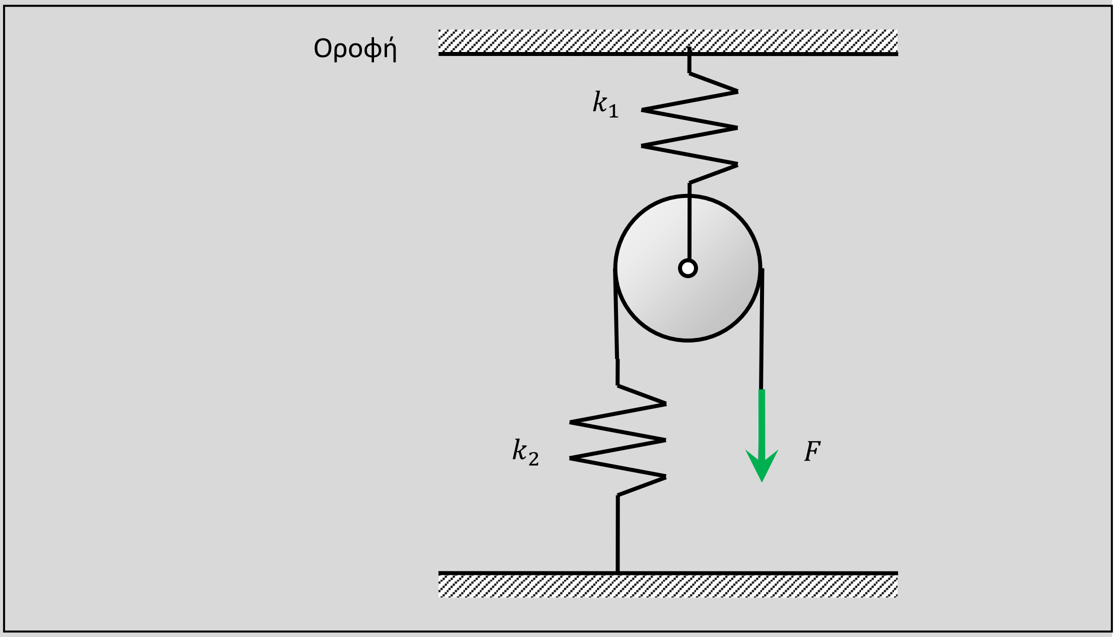
Στο παρακάτω σχήμα, η τροχαλία είναι ιδανική και μια δύναμη $F = 160\ N$ εφαρμόζεται στη δεξιά πλευρά της. Εάν οι σταθερές ελατηρίου είναι $k_1 = 550\ N/m$ και $k_2 = 200\ N/m$ και το όλο σύστημα ισορροπεί, να βρεθούν τα εξής: (α) Η δύναμη που ασκείται στο κάτω ελατήριο (β) Η παραμόρφωση x_2 του ελατηρίου αυτού.

Λύση:

(α) Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, μια ιδανική τροχαλία μεταφέρει την δύναμη από την μια πλευρά της στην άλλη και άρα μια δύναμη ίσου μέτρου με την $F = 160\ N$ θα ασκηθεί στο κάτω ελατήριο

(β) Από τον νόμο του Hook Εξ. 33(6) παίρνουμε

$$x_2 = \frac{F}{k_2} = \frac{160}{200} = 0.8\ m$$

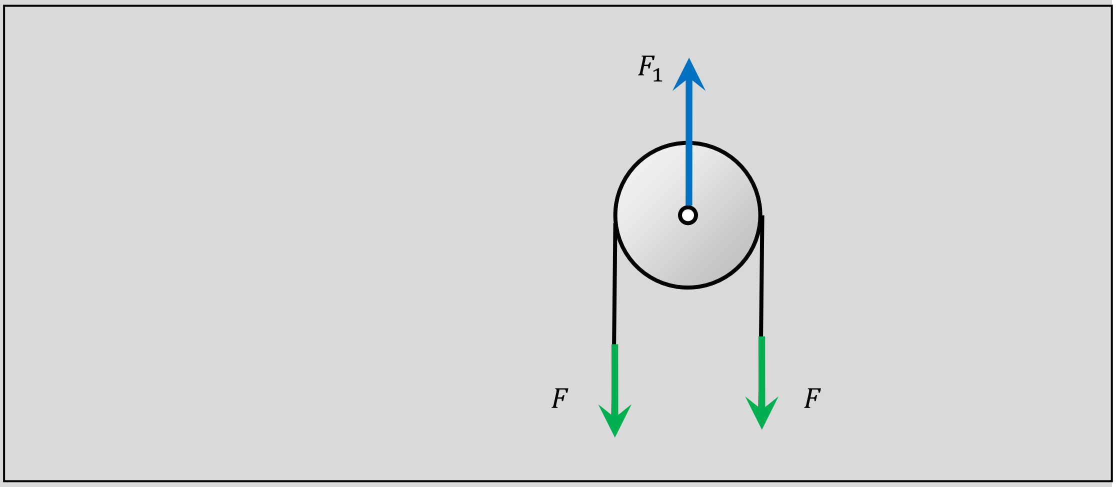


Παράδειγμα 3.10

Στο προηγούμενο παράδειγμα να βρεθεί (α) η δύναμη που ασκείται στο πάνω ελατήριο εάν είναι γνωστό ότι το ελατήριο αυτό έλκει την τροχαλία με την ίδια δύναμη που το έλκει και αυτή (βασικά αυτός είναι ο 3^{ος} νόμος δράσης-αντίδρασης του Νεύτωνα αλλά δεν τον έχουμε αναφέρει ακόμα), (β) Η παραμόρφωση x_1 του ελατηρίου αυτού και (γ) πόσο μήκος ξετυλίχθηκε από το νήμα λόγω εφαρμογή της δύναμης;

Λύση:

(α) Είδαμε ότι στο κάτω ελατήριο εφαρμόζεται δύναμη F ίση με την δεδομένη και σύμφωνα με την εκφώνηση, και το ελατήριο θα ασκεί μια δύναμη F στην τροχαλία προς τα κάτω. Επομένως οι δυνάμεις στην τροχαλία θα είναι όπως στο παρακάτω σχήμα:



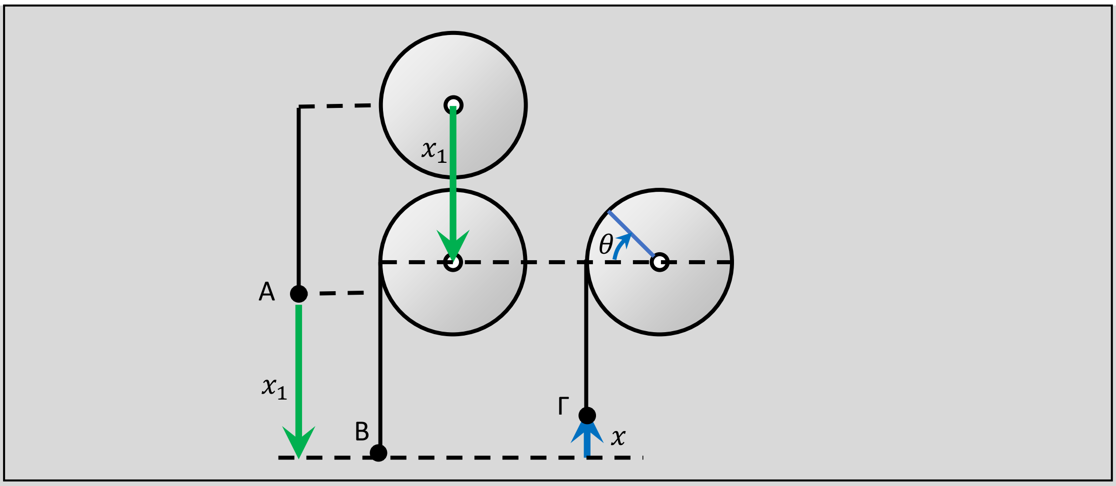
όπου F_1 είναι η δύναμη με την οποία το πάνω ελατήριο έλκει την τροχαλία. Αφού το σύστημα ισορροπεί, τότε πρέπει η F_1 να αναιρεί τις άλλες δυο δυνάμεις και έτσι:

$$F_1 = 2F = 320\ N$$

(β) Σύμφωνα με την εκφώνηση, στο πάνω ελατήριο θα ασκείται μια δύναμη $F_1{}'$ από την τροχαλία ίση με αυτή που το ελατήριο την έλκει, δηλαδή $F_1' = F_1 = 320\ N$. Από τον νόμο του Hook Εξ. 3.6 παίρνουμε

$$x_1 = \frac{F_1{}'}{k_1} = \frac{320}{550} = 0.58\ m$$

(γ) Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, η τροχαλία εκτελεί ταυτόχρονα δυο κινήσεις. Μια μεταφορική προς τα κάτω λόγω παραμόρφωσης του ελατηρίου 1 κατά x_1. Έτσι ένα σημείο Α στο αριστερό κομμάτι του νήματος μετακινείται προς τα κάτω κατά x_1 και έρχεται στο σημείο Β (το νήμα δείχνεται μετατοπισμένο για ευκολία ανάγνωσης). Ταυτόχρονα η τροχαλία εκτελεί περιστροφική κίνηση κατά γωνία θ και έτσι το σημείο Β ανέρχεται στο σημείο Γ κατά x λόγω περιστροφής του νήματος που είναι και το ζητούμενο (και πάλι η τροχαλία δείχνεται μετατοπισμένη για ευκολία ανάγνωσης). Επομένως η συνολική μετατόπιση προς τα κάτω του νήματος στα αριστερά είναι $x_1 - x$ και αφού αυτό το νήμα είναι συνδεδεμένο στο ελατήριο 2, αυτή είναι και η παραμόρφωση του κάτω ελατηρίου x_2 .



Επομένως $x_2 = x - x_1$. Λύνοντας

$$x = x_2 + x_1 = 0.80 + 0.58 = 1.38\, m$$

Ισορροπία Υλικού Σημείου

Σε πολλές περιπτώσεις δρουν περισσότερες της μιας δύναμης $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots$ σε ένα υλικό σημείο. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η συνολική (συνιστάμενη) δύναμη $\Sigma\vec{F}$ προκύπτει με διανυσματικό άθροισμα όλων των δυνάμεων

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \ldots$$

(το σύμβολο "Σ" συμβολίζει την άθροιση στα Μαθηματικά). Εάν η συνολική δύναμη είναι μηδέν και το σώμα ακίνητο, τότε αυτό δεν τείνει να μετακινηθεί. Δηλαδή εάν το σώμα έχει αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0 = 0$, θα παραμείνει εσαεί ακίνητο. Αυτή η κατάσταση είναι γνωστή ως "ισορροπία". Θυμηθείτε ότι στα μέχρι τώρα κεφάλαια, τα σώματα που εξετάζουμε έχουν την μορφή ενός υλικού σημείου επομένως η παρακάτω συνθήκη ισορροπίας

$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \ldots = 0$ και $\vec{v}_0 = 0$	ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ	(3.9)

ισχύει μόνο για σημειακά σώματα. Θα δούμε στο Κεφ. 8 την πιο γενική περίπτωση ισορροπίας ενός στερεού σώματος και πως γενικεύεται η παραπάνω Εξίσωση 3.9. Προσέξτε ότι αυτή η εξίσωση είναι διανυσματική που σημαίνει ότι πρέπει να ισχύει τόσο για τις x-

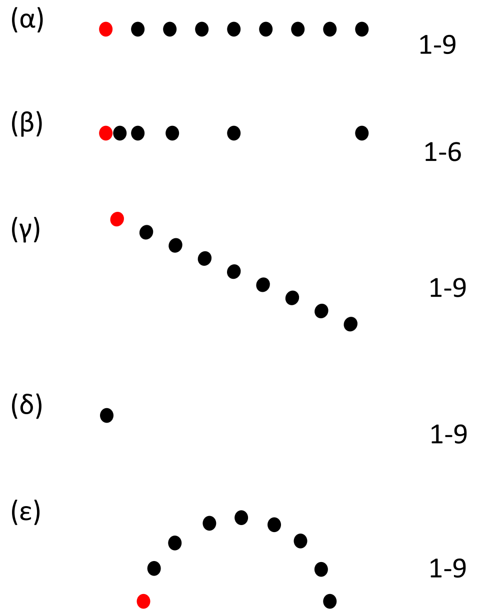
συνιστώσες όσο και για τις y. Τα παρακάτω παραδείγματα θα αποσαφηνίσουν καλύτερα την έννοια της ισορροπίας.

1ος νόμος του Νεύτωνα

Ο 1ος νόμος του Νεύτωνα, γνωστός και ως ο "**νόμος της αδράνειας**", είναι ο εξής: Απουσία δυνάμεων σε ένα σώμα, αυτό διατηρεί την κινητική του κατάσταση, δηλαδή εάν κινούνταν με ταχύτητα $\vec{v}$, τότε θα συνεχίσει να κινείται σε ευθεία γραμμή με την ίδια ταχύτητα $\vec{v}$ ενώ εάν ήταν ακίνητο, θα παραμείνει εσαεί ακίνητο.

Παράδειγμα 4.6

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται διάφορες περιπτώσεις κίνησης (α)-(ε) ενός υλικού σημείου. Σε κάθε κίνηση, πάρθηκαν περιοδικά στιγμιότυπα κάθε $\Delta t = 2\ ms$ με το κόκκινο στιγμιότυπο να είναι το αρχικό. Ο αριθμός των στιγμιότυπων φαίνεται δίπλα από την κάθε κίνηση. Να σχολιασθεί περιγραφικά το είδος της κάθε κίνησης του κινητού και να σχολιασθεί εάν σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Νεύτωνα δρα κάποια δύναμη σε αυτό στην κάθε περίπτωση



Λύση:

(α) Σε αυτή την κίνηση φαίνεται το κινητό να διαγράφει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση οπότε το κινητό διατηρεί την κινητική του κατάσταση. Σύμφωνα με τον 1ο νόμο τότε δεν επιδρά πάνω του καμία δύναμη.

(β) Το κινητό φαίνεται να επιταχύνει οπότε δεν διατηρεί την κινητική του κατάσταση και άρα δρα πάνω του κάποια δύναμη.

(γ) Ομοίως με την περίπτωση (α) το κινητό εκτελεί ομαλή ευθύγραμμη κίνηση οπότε δεν δρα πάνω του καμία δύναμη.

(δ) Προφανώς το υλικό σημείο είναι ακίνητο οπότε διατηρεί την κινητική του κατάσταση και άρα δεν δρα πάνω του καμία δύναμη.

(ε) Αυτή η περίπτωση είναι κάπως αξιοπερίεργη. Εκ πρώτης όψεως το κινητό κινείται με σταθερή ταχύτητα οπότε θα περίμενε κανείς να μη δρα πάνω του κάποια δύναμη. Εντούτοις το κινητό αλλάζει συνεχώς κατεύθυνση (κινείται πάνω σε τόξο) οπότε από αυτή την άποψη δεν διατηρεί την κινητική του κατάσταση. Πρέπει να θυμόμαστε ότι ο νόμος του Νεύτωνα είναι διανυσματικός νόμος και όταν έχουμε να κάνουμε με διανύσματα όπως η ταχύτητα, για να είναι σταθερή πρέπει τόσο το μέτρο της όσο και η κατεύθυνσή της να είναι σταθερά. Αλλιώς είναι μεταβλητή ποσότητα και άρα το κινητό διανυσματικά δεν διατηρεί την κινητική του κατάσταση και επομένως ασκείται δύναμη επάνω του. Ας δούμε αναλυτικά γιατί συμβαίνει αυτό. Το μέτρο της ταχύτητας δίνεται από την $v^2 = {v_x}^2 + {v_y}^2$ το οποίο είναι σταθερό σε αυτή την περίπτωση όμως αυτό δεν σημαίνει ότι και οι συνιστώσες v_x και v_y είναι σταθερές. Για παράδειγμα στο πάνω σημείο της τροχιάς η ταχύτητα του κινητού είναι οριζόντια και άρα $v_y = 0$. Αντιθέτως στο πρώτο στιγμιότυπο το κινητό φαίνεται να κινείται κατακόρυφα και άρα εκεί $v_x = 0$. Αυτό σημαίνει ότι οι συνιστώσες v_x και v_y είναι συναρτήσεις του χρόνου και άρα οι αντίστοιχες επιταχύνσεις a_x και a_y είναι διάφορες του μηδενός και σύμφωνα με τον 2^{o} νόμο υπάρχουν δυνάμεις F_x και F_y που δρουν στο κινητό.