



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Αριθμητική Ανάλυση

Ενότητα 4: Εισαγωγή – Βασικές Έννοιες Ειδικά Θέματα
Αριθμητικής Παραγωγίσιμης – Αριθμητική Επίλυση μιας
Αλγεβρικής Εξίσωσης

Φραγκίσκος Κουτελιέρης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Χημικών Μηχανικών

Ειδικά θέματα στην ολοκλήρωση

1. Σφάλμα του Τραπεζίου
2. Κανόνας Simpson $1/3$
3. Κανόνας Simpson $3/8$
4. Μη ισοκατανεμημένα δεδομένα

Τραπεζίο

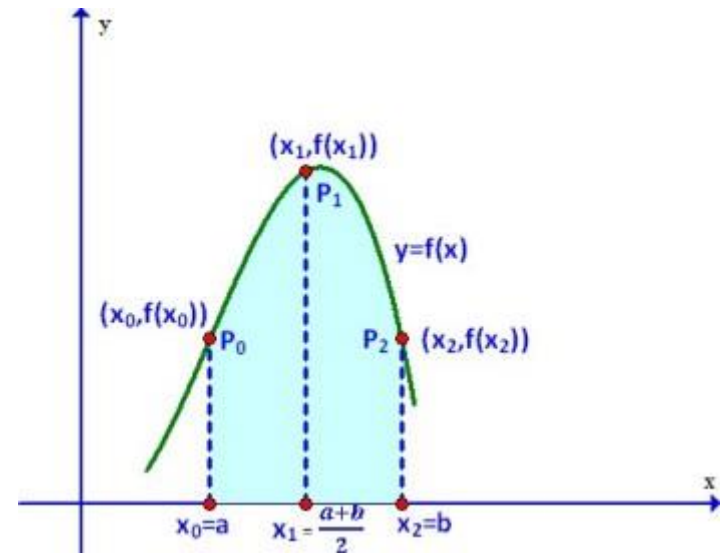
$$\int_a^b f(x) dx = (b-a) \frac{f(a) + f(b)}{2}$$

$$E_t = -\frac{1}{12} f(\xi) (b-a)^3$$

Κανόνας Simpson 1/3

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{(b-a)}{3} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]$$

$$E_t = -\frac{1}{2880} f^{(4)}(\xi) (b-a)^5$$



Κανόνας Simpson 3/8

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{(b-a)}{8}$$

$$\left[f(a) + 3f\left(a + \frac{b-a}{3}\right) + 3f\left(a + 2\frac{b-a}{3}\right) + f(b) \right]$$

$$E_t = -\frac{1}{6480} f^{(4)}(\xi) (b-a)^5$$

4. Αριθμητική επίλυση μιας αλγεβρικής εξίσωσης

Αλγεβρική εξίσωση

- **απευθείας επίλυση (direct methods)**

κιβωτισμός διαστημάτων

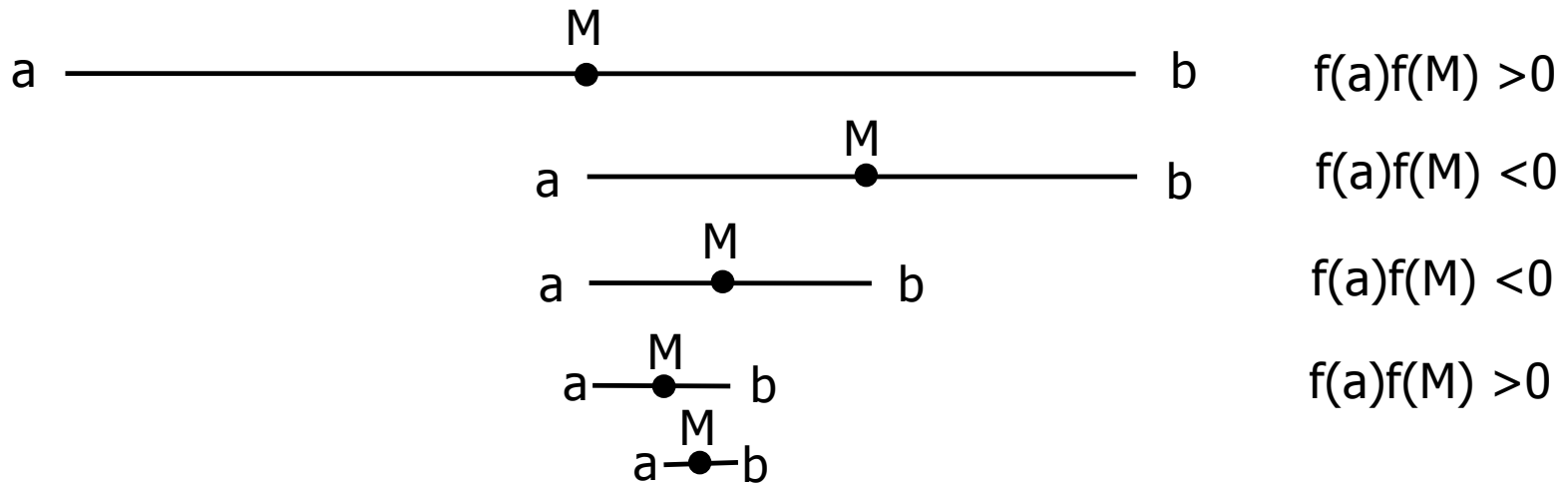
- **επαναληπτική επίλυση (iterative methods)**

ακολουθία διαδοχικών τιμών

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{G}(\mathbf{x}_n)$$

Απευθείας επίλυση

Μέθοδος Διχοτόμησης



Απευθείας επίλυση

Μέθοδος Διχοτόμησης

- Βρίσκουμε το μέσο $M = (a+b)/2$ του διαστήματος $[a,b]$
- Ελέγχουμε αν $f(M)=0$.
- Αν ισχύει αυτό, τότε η ρίζα είναι το M και η διαδικασία τελειώνει.
- Αν δεν ισχύει, ελέγχουμε το πρόσημο $f(a)f(M)$.
- Αν αυτό είναι θετικό, τότε η ρίζα βρίσκεται στο διάστημα $[M,b]$ και έτσι επαναλαμβάνουμε την πιο πάνω διαδικασία αντικαθιστώντας το $[a,b]$ με το $[M,b]$.
- Αν το γινόμενο είναι αρνητικό, τότε η ρίζα βρίσκεται στο διάστημα $[a,M]$ και έτσι επαναλαμβάνουμε την πιο πάνω διαδικασία αντικαθιστώντας το $[a,b]$ με το $[a,M]$.

Ερώτημα

... επαναλαμβάνουμε την πιο πάνω διαδικασία ...



ΜΕΧΡΙ ΠΟΤΕ ;;;



**ΕΩΣ ΟΤΟΥ ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΓΙΝΕΙ ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ ΑΠ'Ο
ΤΗΝ ΕΠΙΘΥΜΗΤΗ ΑΚΡΙΒΕΙΑ**

Αριθμητική Ανάλυση


Επαναληπτική επίλυση

Μέθοδος Newton-Raphson

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Ερωτήματα

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

1. $x_0 =$ 



ΔΕΝ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΧΕΙ ΣΗΜΑΣΙΑ

2. Πόσες επαναλήψεις 



**ΕΩΣ ΟΤΟΥ ΔΥΟ ΔΙΑΔΟΧΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΑΠΕΧΟΥΝ
ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΠΙΘΥΜΗΤΗ ΑΚΡΙΒΕΙΑ**

Ερωτήματα

**... ΔΥΟ ΔΙΑΔΟΧΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΑΠΕΧΟΥΝ
ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΚΡΙΒΕΙΑ ...**



ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ΠΑΝΤΑ ;;;



X_0



**ΜΟΡΦΗ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗΣ
ΣΧΕΣΗΣ**

«Το υλικό της παρουσίασης προέρχεται από τις πανεπιστημιακές παραδόσεις του
καθηγητή Φρ. Κουτελιέρη».

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.