Δυναμική & Ρύθμιση Διεργασιών

Φροντιστήριο 2:

Βιοαντιδραστήρας για κατανάλωση αποβλήτων

Δημιουργία δυναμικού συστήματος

Περιγραφή του μοντέλου ως γενικό σύστημα εξισώσεων

- Μεταβλητές και συναρτήσεις ορίζονται ως διανύσματα
- Κομψή περιγραφή αλλά χρειάζεται προσοχή για να αποφευχθούν λάθη
- Βασίζεται σε τυπική σημειογραφία
- Οι μαθηματικές πράξεις γράφονται ως βήματα αλγορίθμου

- Διαταραχή (d)
- Χειριζόμενη μετ. (u)
- Ελεγχόμενη μετ. (y_c)
- Μετρούμενη μετ. (y_m)
- Μετ. Κατάστασης (x)

- Μεταβλητές:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_K \end{bmatrix} \quad y_m = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_L \end{bmatrix}$$

- Συναρτήσεις:

$$f(x,u,d) = \begin{bmatrix} f_1(x,u,d) \\ f_2(x,u,d) \\ \vdots \\ f_N(x,u,d) \end{bmatrix} \quad g_c(u,c) = \begin{bmatrix} g_1(u,c) \\ g_2(u,c) \\ \vdots \\ g_M(u,c) \end{bmatrix} \quad h_m(x,u,d) = \begin{bmatrix} h_1(x,u,d) \\ h_2(x,u,d) \\ \vdots \\ h_L(x,u,d) \end{bmatrix}$$

Περιγραφή στο χώρο κατάστασης

Η συμπτυγμένη περιγραφή είναι κομψή αλλά χρειάζεται προσοχή

- Ο χώρος κατάστασης σημαίνει ότι οι μεταβλητές γράφονται ως διανύσματα

$$x = \begin{bmatrix} x_1 - x_{1,op} \\ x_2 - x_{2,op} \\ \vdots \\ x_N - x_{N,op} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 - u_{1,op} \\ u_2 - u_{2,op} \\ \vdots \\ u_M - u_{M,op} \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} d - d_{1,op} \\ d_2 - d_{2,op} \\ \vdots \\ d_K - d_{K,op} \end{bmatrix} \quad y_m = \begin{bmatrix} y_1 - y_{1,op} \\ y_2 - y_{2,op} \\ \vdots \\ y_L - y_{L,op} \end{bmatrix} \quad y_c = \begin{bmatrix} y_1 - y_{1,sp} \\ y_2 - y_{2,sp} \\ \vdots \\ y_M - y_{M,sp} \end{bmatrix}$$

- Η περιγραφή στο χώρο κατάστασης είναι

$$\frac{du}{dt} = ??, \frac{dy}{dt} = ??$$

- Δυναμική ενεργοποιητή
- Δυναμική αισθητήρα

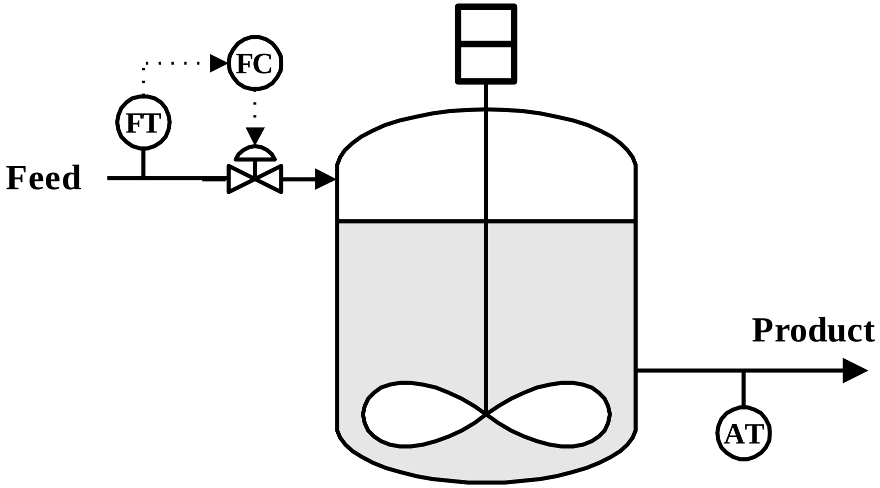
$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd$$
$$y_m = Cx + Du + Ed$$

- Δυναμική διεργασίας

- Για την εισαγωγή στο θέμα
  - Μία χειριζόμενη μεταβλητή u
  - Μία διαταραχή d
  - Μία μετρούμενη μεταβλητή y_m
  - Μία ρυθμιζόμενη μεταβλητή y_c

  (Αρχικά θα υποθέτουμε $y_m \equiv y_c$)

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ



$$r_{SI} = \mu_{max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

- Θέλουμε να καθαρίσουμε οργανικό συστατικό *S*
  - Η συγκέντρωση ταλαντώνεται
  - Η τροφοδοσία προέρχεται από δεξαμενή
- Έχουμε δοθεί προδιαγραφές εξόδου $S_{E,T}$
- Έχουν προταθεί άλγη, *x*, που θα χρησιμοποιηθούν
  - Γνωρίζουμε τον μηχανισμό των αντιδράσεων
  - Συλλέγονται από διαχωριστή
- Μετράται η συγκέντρωση των αλγών στην έξοδο

- Διαταραχή (d) ________________
- Χειριζόμενη μετ. (u) ________________
- Ελεγχόμενη μετ. (y_c) ________________
- Μετρούμενη μετ. (y_m) ________________
- Μετ. Κατάστασης (x) ________________

University of Patras
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ισοζύγιο μάζας συστατικών

$$\begin{bmatrix}\text{Rate of accumulation}\\ \text{of moles in the system}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\text{Rate of moles}\\ \text{entering the}\\ \text{system}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{Rate of moles}\\ \text{leaving the}\\ \text{system}\end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix}\text{Rate of generation}\\ \text{of moles by reaction}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{Rate of consumption}\\ \text{of moles by reaction}\end{bmatrix}$$

Όρος συσσώρευσης

Component mole balance:

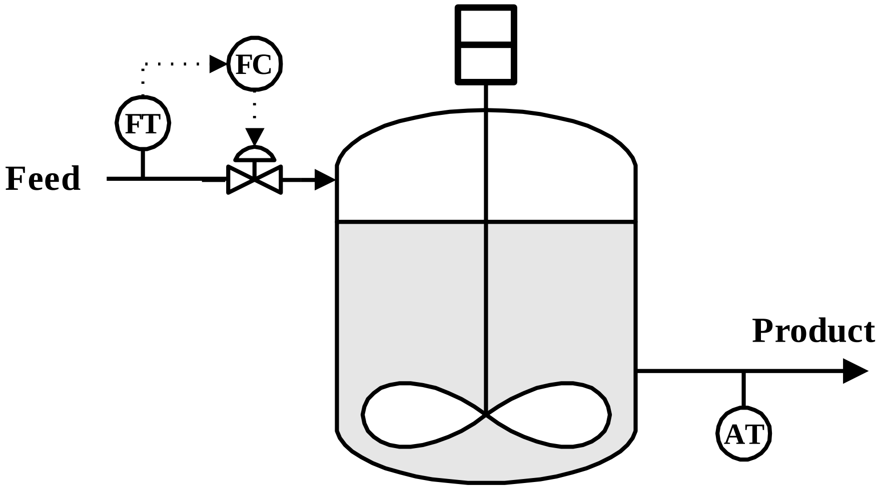
$$\frac{dn_i}{dt} \quad \text{or} \quad \frac{d(VC_i)}{dt}$$

Άλλοι όροι στο ισοζύγιο

Moles of component i entering or leaving the system:
$x_i N$ (based on molar flow rate, N) or
$C_i F_V$ (based on volumetric flow rate (F_V))

Generation or consumption of component i by reaction:
$V r_i = V \gamma_i r$

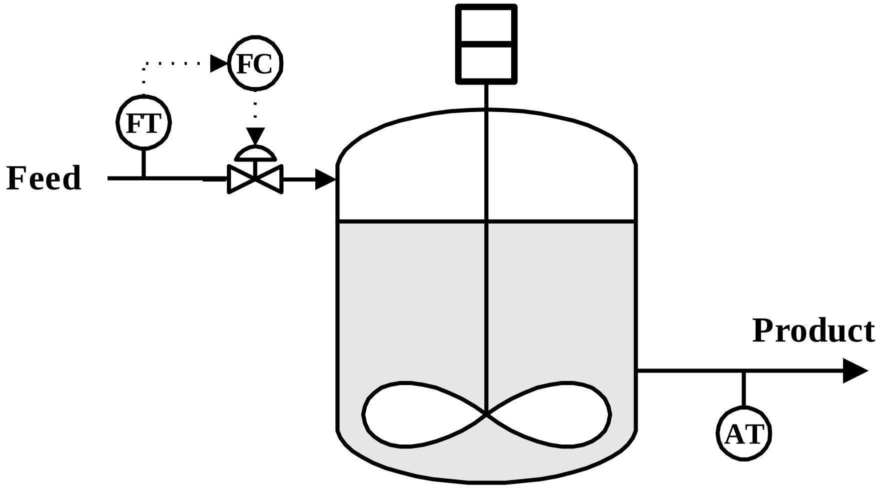
Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου



- Ισοζύγια μάζας
  - υπόστρωμα $V_r \dfrac{dS}{dt} = F[S_F - S] - \dfrac{V_r}{Y_{xS}} r(S,x)$
  - βιομάζα $V_r \dfrac{dx}{dt} = -Fx + V_r r(S,x)$

$$r_{Monod} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S} x \qquad r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

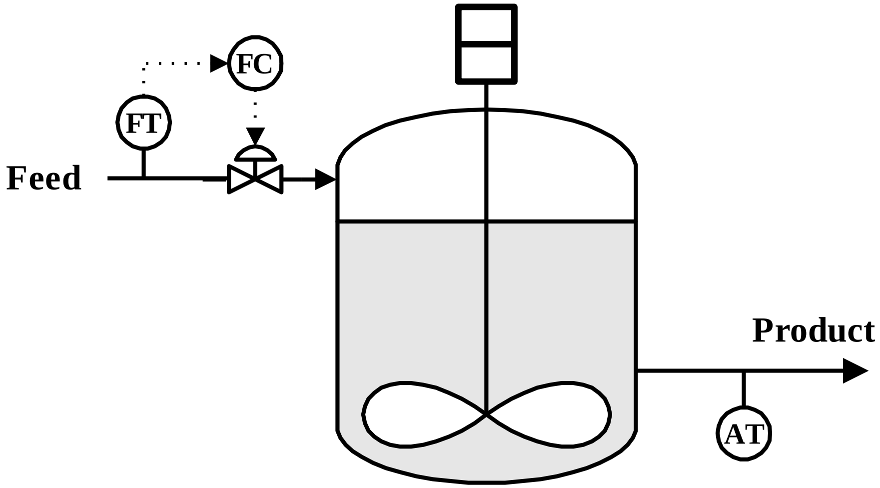
Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου



- Ισοζύγια μάζας σε ισορροπία
  - υπόστρωμα $0 = F[S_F - S] - \frac{V_r}{Y_{xS}} r(S,x)$
  - βιομάζα $0 = -Fx + V_r r(S,x)$

$$r_{Monod} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S} x \qquad r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου



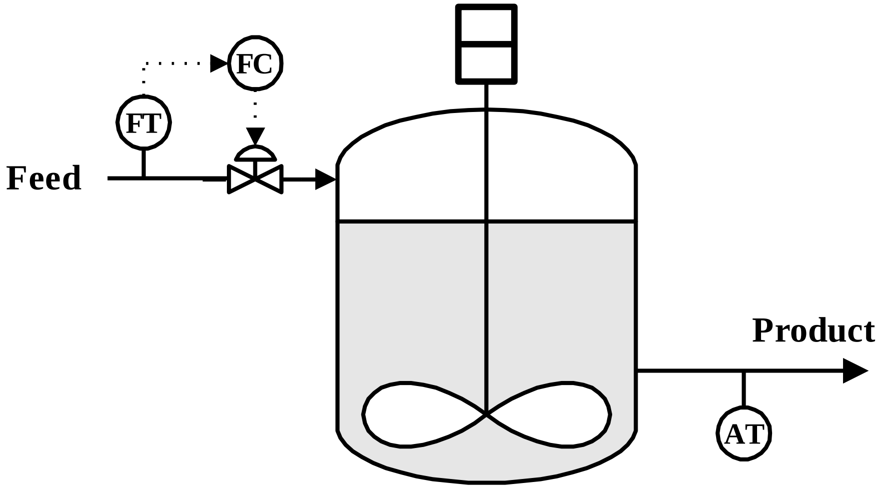
- Ισοζύγια μάζας σε ισορροπία
  - υπόστρωμα $0 = F[S_F - S] - \frac{V_r}{Y_{xS}} r(S,x)$
  - βιομάζα $0 = -Fx + V_r r(S,x)$

$$r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

- Πληροφορία
  - $K_m = 0.12$ g/L
  - $K_1 = 0.4545$ g/L
  - $\mu_{max} = 0.53$ 1/h
  - $Y_{x,S} = 0.4$

- Προδιαγραφές
  - $S_{F,s} = 4$ g/L
  - $S_{E,T} = 0.15$ g/L

Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου



$$r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

- $K_m = 0.12$ g/L
- $K_1 = 0.4545$ g/L
- $\mu_{max} = 0.53$ 1/h
- $Y_{x,S} = 0.4$

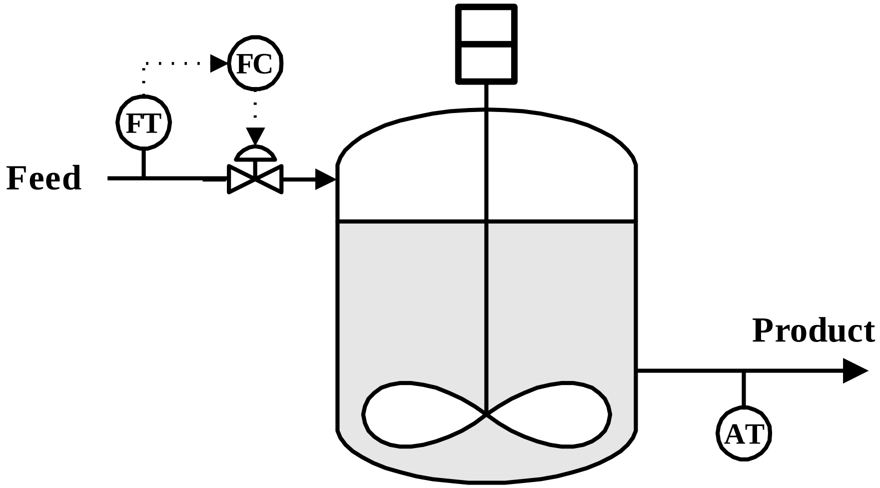
- Προδιαγραφές
  - $S_{F,s} = 4$ g/L
  - $S_{E,T} = 0.15$ g/L

$$0 = F[S_F - S] - \frac{V_r}{Y_{xS}} r(S,x)$$

$$0 = -Fx + V_r r(S,x)$$

- Λύση προβλήματος σχεδιασμού
  - $\mathrm{F}/V = D_s = 0.2837$ 1/h
  - $x_s = 1.54$ g/L

Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου



$$r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

- $K_m = 0.12$ g/L
- $K_1 = 0.4545$ g/L
- $\mu_{max} = 0.53$ 1/h
- $Y_{x,S} = 0.4$

- Προδιαγραφές
  - $S_{F,s} = 4$ g/L
  - $S_{E,T} = 0.15$ g/L

$$0 = F[S_F - S] - \frac{V_r}{Y_{xS}} r(S, x)$$

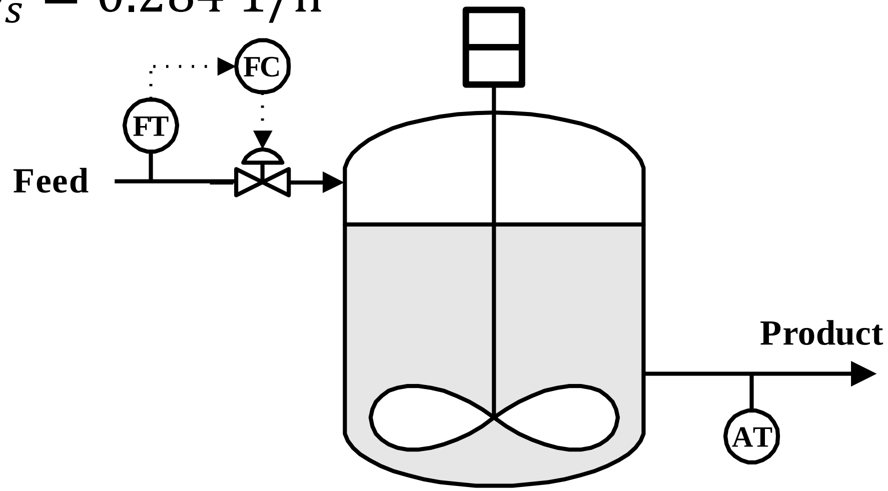
$$0 = -Fx + V_r r(S, x)$$

- Λύση προβλήματος σχεδιασμού
  - $\mathrm{F}/V = D_s = 0.2837$ 1/h
- Πολλαπλότητα κατάστασης!
  1. $S_s = 1.76$ g/L, $x_s = 0.90$ g/L
  2. $S_s = 0.15$ g/L, $x_s = 1.54$ g/L
  3. $S_s = 4.00$ g/L, $x_s = 0.00$ g/L

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου

- Προδιαγραφές
  - $S_{F,s} = 4\ \mathrm{g/L}$
  - $S_{E,T} = 0.15\ \mathrm{g/L}$
  - $D_s = 0.284\ \mathrm{1/h}$



$$r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

- $K_m = 0.12\ \mathrm{g/L}$
- $K_1 = 0.4545\ \mathrm{g/L}$
- $\mu_{max} = 0.53\ \mathrm{1/h}$
- $Y_{x,S} = 0.4$

$$V_r \frac{dS}{dt} = F[S_F - S] - \frac{V_r}{Y_{xS}} r(S,x)$$

$$V_r \frac{dx}{dt} = -Fx + V_r r(S,x)$$

1. $S_s = 1.76\ \mathrm{g/L}, x_s = 0.90\ \mathrm{g/L}$

$$x = \begin{bmatrix} x - 0.9 \\ S - 1.76 \end{bmatrix}, u = D - 0.284, d = S_F - 4$$

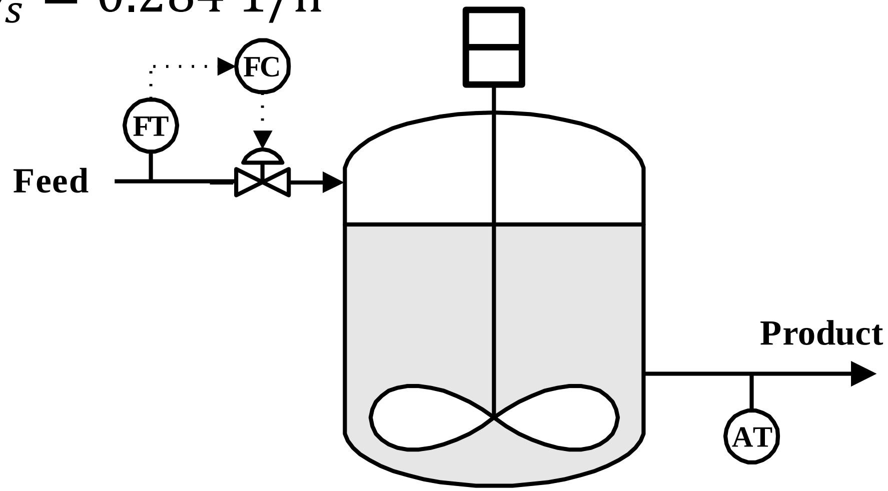
$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -0.057 \\ -0.709 & -0.142 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -0.896 \\ 2.240 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.284 \end{bmatrix} d$$

$$y = [1 \quad 0]x + 0u + 0d$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου

- Προδιαγραφές
  - $S_{F,s} = 4 \text{ g/L}$
  - $S_{E,T} = 0.15 \text{ g/L}$
  - $D_s = 0.284 \text{ 1/h}$



$$V_r \frac{dS}{dt} = F[S_F - S] - \frac{V_r}{Y_{xS}} r(S,x)$$

$$V_r \frac{dx}{dt} = -Fx + V_r r(S,x)$$

1. $S_s = 1.76 \text{ g/L}, x_s = 0.90 \text{ g/L}$

$$x = \begin{bmatrix} x - 0.9 \\ S - 1.76 \end{bmatrix}, u = D - 0.284, d = S_F - 4$$

$$r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

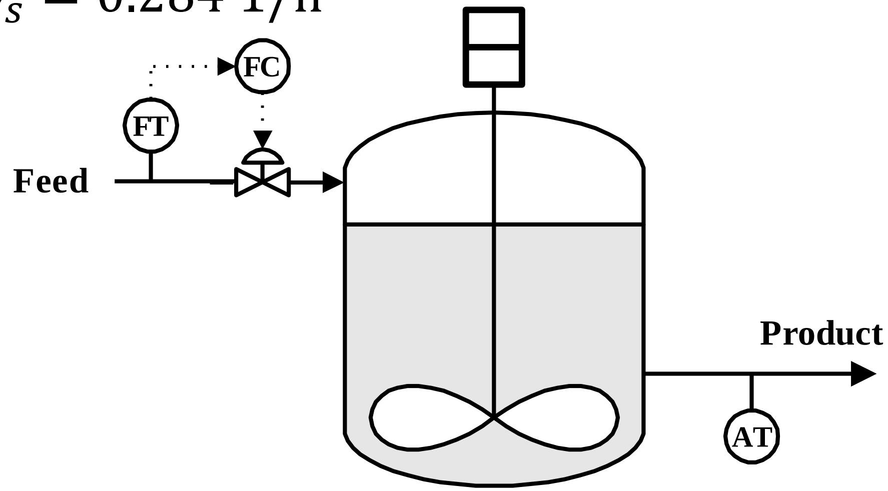
- $K_m = 0.12 \text{ g/L}$
- $K_1 = 0.4545 \text{ g/L}$
- $\mu_{max} = 0.53 \text{ 1/h}$
- $Y_{x,S} = 0.4$

$$Y = \frac{-0.896}{s - 0.141} U + \frac{0.0161}{s^2 + 0.142s - 0.0401} D$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου

- Προδιαγραφές
  - $S_{F,s} = 4\ \mathrm{g/L}$
  - $S_{E,T} = 0.15\ \mathrm{g/L}$
  - $D_s = 0.284\ 1/\mathrm{h}$



$$V_r \frac{dS}{dt} = F[S_F - S] - \frac{V_r}{Y_{xS}} r(S,x)$$

$$V_r \frac{dx}{dt} = -Fx + V_r r(S,x)$$

2. $S_s = 0.15\ \mathrm{g/L}, \mathrm{x_s} = 1.54\ \mathrm{g/L}$

$$x = \begin{bmatrix} x - 1.54 \\ S - 0.15 \end{bmatrix}, u = D - 0.284, d = S_F - 4$$

$$r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

- $K_m = 0.12\ \mathrm{g/L}$
- $K_1 = 0.4545\ \mathrm{g/L}$
- $\mu_{max} = 0.53\ 1/\mathrm{h}$
- $Y_{x,S} = 0.4$

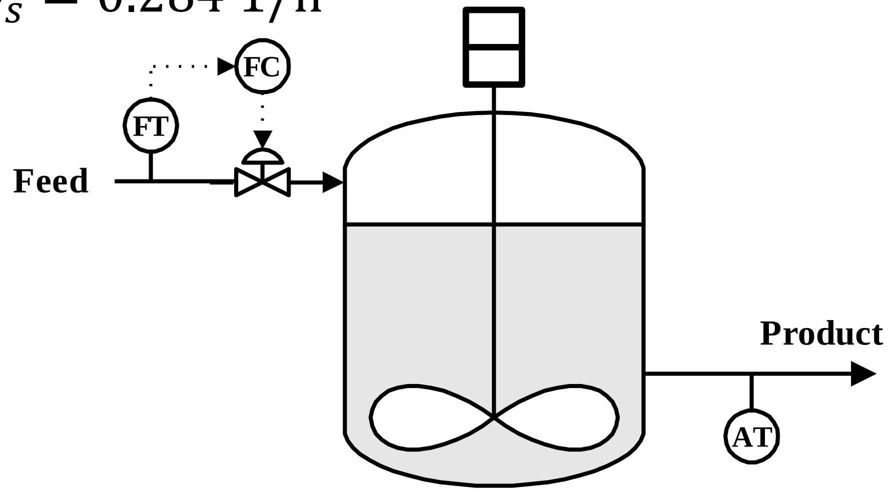
$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1.141 \\ -0.709 & -3.136 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -1.540 \\ 3.850 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.284 \end{bmatrix} d$$

$$y = [1 \quad 0]x + 0u + 0d$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου

- Προδιαγραφές
  - $S_{F,s} = 4$ g/L
  - $S_{E,T} = 0.15$ g/L
  - $D_s = 0.284$ 1/h



$$V_r \frac{dS}{dt} = F[S_F - S] - \frac{V_r}{Y_{xS}} r(S,x)$$

$$V_r \frac{dx}{dt} = -Fx + V_r r(S,x)$$

2. $S_s = 0.15$ g/L, $x_s = 1.54$ g/L

$$x = \begin{bmatrix} x - 1.54 \\ S - 0.15 \end{bmatrix}, u = D - 0.284, d = S_F - 4$$

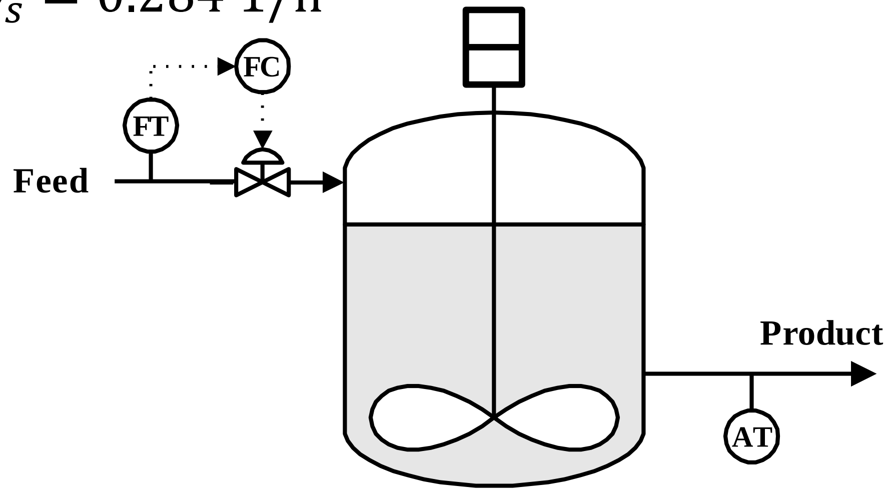
$$r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

- $K_m = 0.12$ g/L
- $K_1 = 0.4545$ g/L
- $\mu_{max} = 0.53$ 1/h
- $Y_{x,S} = 0.4$

$$Y = \frac{-1.54}{s + 2.852} U + \frac{0.3237}{s^2 + 3.136s + 0.809} D$$

Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου

- Προδιαγραφές
  - $S_{F,s} = 4$ g/L
  - $S_{E,T} = 0.15$ g/L
  - $D_s = 0.284$ 1/h



$$V_r \frac{dS}{dt} = F[S_F - S] - \frac{V_r}{Y_{xS}} r(S,x)$$

$$V_r \frac{dx}{dt} = -Fx + V_r r(S,x)$$

3. $S_s = 4.00$ g/L, $x_s = 0.00$ g/L

$$x = \begin{bmatrix} x - 0 \\ S - 4 \end{bmatrix}, u = D - 0.284, d = S_F - 4$$

$$r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

- $K_m = 0.12$ g/L
- $K_1 = 0.4545$ g/L
- $\mu_{max} = 0.53$ 1/h
- $Y_{x,S} = 0.4$

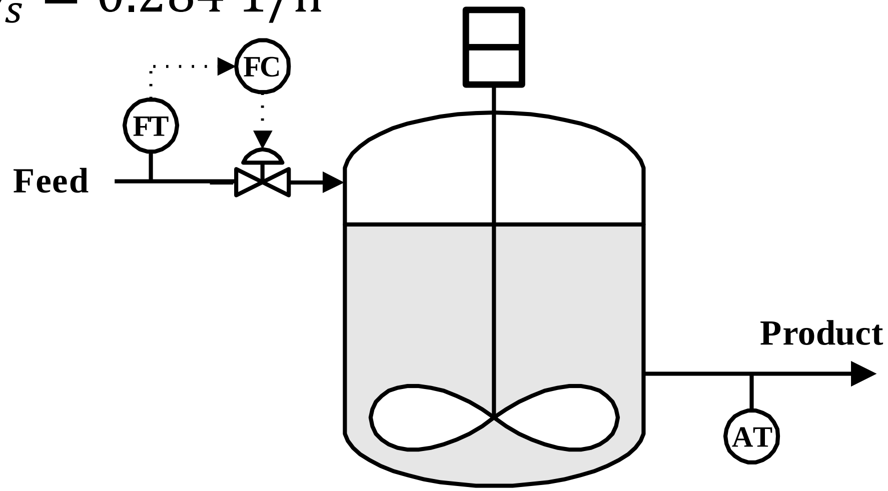
$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0.098 & 0.00 \\ -0.465 & -0.284 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.284 \end{bmatrix} d$$

$$y = [1 \quad 0]x + 0u + 0d$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: Καθαρισμός υγρού αποβλήτου

- Προδιαγραφές
  - $S_{F,s} = 4 \text{ g/L}$
  - $S_{E,T} = 0.15 \text{ g/L}$
  - $D_s = 0.284 \text{ 1/h}$



$$V_r \frac{dS}{dt} = F[S_F - S] - \frac{V_r}{Y_{xS}} r(S,x)$$

$$V_r \frac{dx}{dt} = -Fx + V_r r(S,x)$$

3. $S_s = 4.00 \text{ g/L}, x_s = 0.00 \text{ g/L}$

$$x = \begin{bmatrix} x - 0 \\ S - 4 \end{bmatrix}, u = D - 0.284, d = S_F - 4$$

$$r_{SI} = \mu_{\max} \frac{S}{K_M + S + K_I S^2} x$$

- $K_m = 0.12 \text{ g/L}$
- $K_1 = 0.4545 \text{ g/L}$
- $\mu_{max} = 0.53 \text{ 1/h}$
- $Y_{x,S} = 0.4$

$$Y = 0U + 0D$$