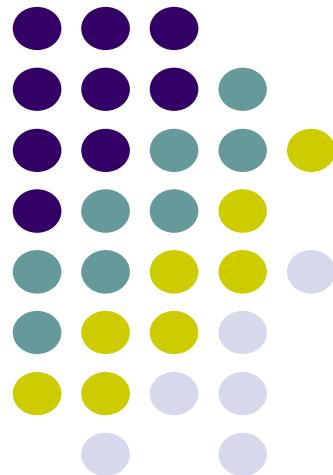


# Δυναμική & Ρύθμιση Διεργασιών

**Διάλεξη 14:**  
Αναγνώριση συστημάτων



# Βήματα της Ρύθμισης Διεργασιών, μέρος Α

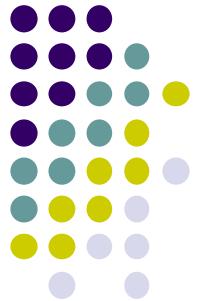


## 1. Καθορίστε τη διεργασία που εξετάζεται

- a. Διατύπωση υποθέσεων
- b. Ταξινόμηση μεταβλητών (χειριζόμενες, διαταραχές, εσωτερικές, ελεγχόμενες, μετρούμενες)
- c. Διατύπωση μοντέλου διεργασίας
- d. Προσδιορισμός του επιθυμητού σημείου λειτουργίας
- e. Διατύπωση περιγραφής χώρου κατάστασης
- f. Διατύπωση περιγραφής συναρτήσεων μεταφοράς
- g. **Αναγνώριση διεργασιών (αν χρειάζεται)**

## 2. Ανάλυση Διεργασίας

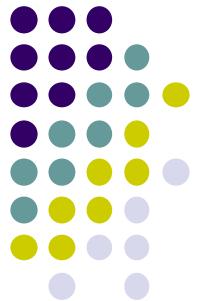
- a. Ανάλυση παρατηρησιμότητας
- b. Ανάλυση ελεγξιμότητας / ρυθμισιμότητας
- c. Ανάλυση ευστάθειας
- d. Ανάλυση δυναμικής συμπεριφοράς
  - a. Απόκριση σε παλμική αλλαγή
  - b. Απόκριση σε ημιτονική αλλαγή



# Εξερεύνηση δυναμικής συμπεριφοράς

- Η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος είναι απαραίτητο να κατανοηθεί για εγγυηθεί η ασφαλής και επιτυχής λειτουργία διεργασίας.
  - Να βρεθεί ο ελάχιστος αριθμός μεταβλητών που να την περιγράφουν (προσεγγιστικά).
- Για την εξερεύνηση της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος πρότυπες μεταβολές της εισόδου χρησιμοποιούνται.
  - Βήμα
  - Παλμός / Κρουστικός παλμός
  - Γραμμική μεταβολή
  - Ημίτονο
- Είναι όμως εύκολο να έχουμε μια περιγραφή για το σύστημα;
  - Ο εξοπλισμός επηρεάζει την περιγραφή: Πρέπει να έχουμε την περιγραφή του
  - Η κατασκευή μοντέλου μιας διεργασίας μέσω ισοζυγίων μπορεί να είναι δύσκολη

**Κατασκευή εμπειρικού μοντέλου για χρήση στην ανάλυση και ρύθμιση**



# Εξερεύνηση δυναμικής συμπεριφοράς

- Η μεταβατική συμπεριφορά του συστήματος είναι απαραίτητο να κατανοηθεί και να βρεθεί ένα ελάχιστος αριθμός μεταβλητών που να την περιγράφουν (προσεγγιστικά).

- 

**ΠΧΚ**

**DS**

$$y(t) = Ku(t - \theta)$$

**ΠΕΕ**

$$y(t) = Ku(t - \theta)$$

**FOS**

$$\tau \frac{dy}{dt} = -y + Ku(t)$$

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = Ku(t)$$

**FODS**

$$\tau \frac{dy}{dt} = -y + Ku(t - \theta)$$

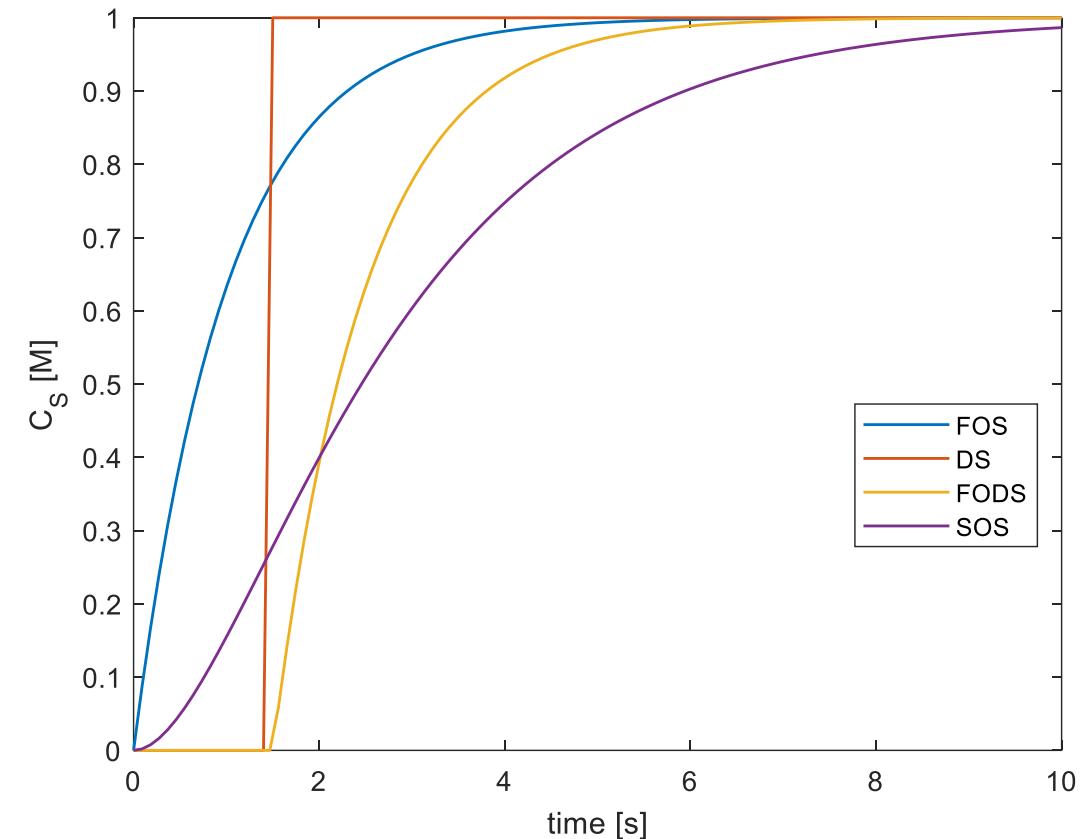
$$\tau \frac{dy}{dt} + y = Ku(t - \theta)$$

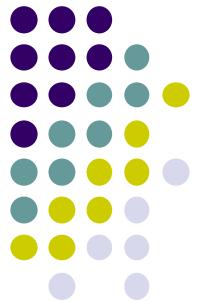
**SODS**

$$\tau \frac{dy_1}{dt} = -y_1 + Ku(t - \theta)$$

$$\tau_2 \frac{dy_2}{dt} = -y_2 + y_1$$

$$\tau \frac{d^2y}{dt^2} + \tau\zeta \frac{dy}{dt} + y = Ku(t - \theta)$$

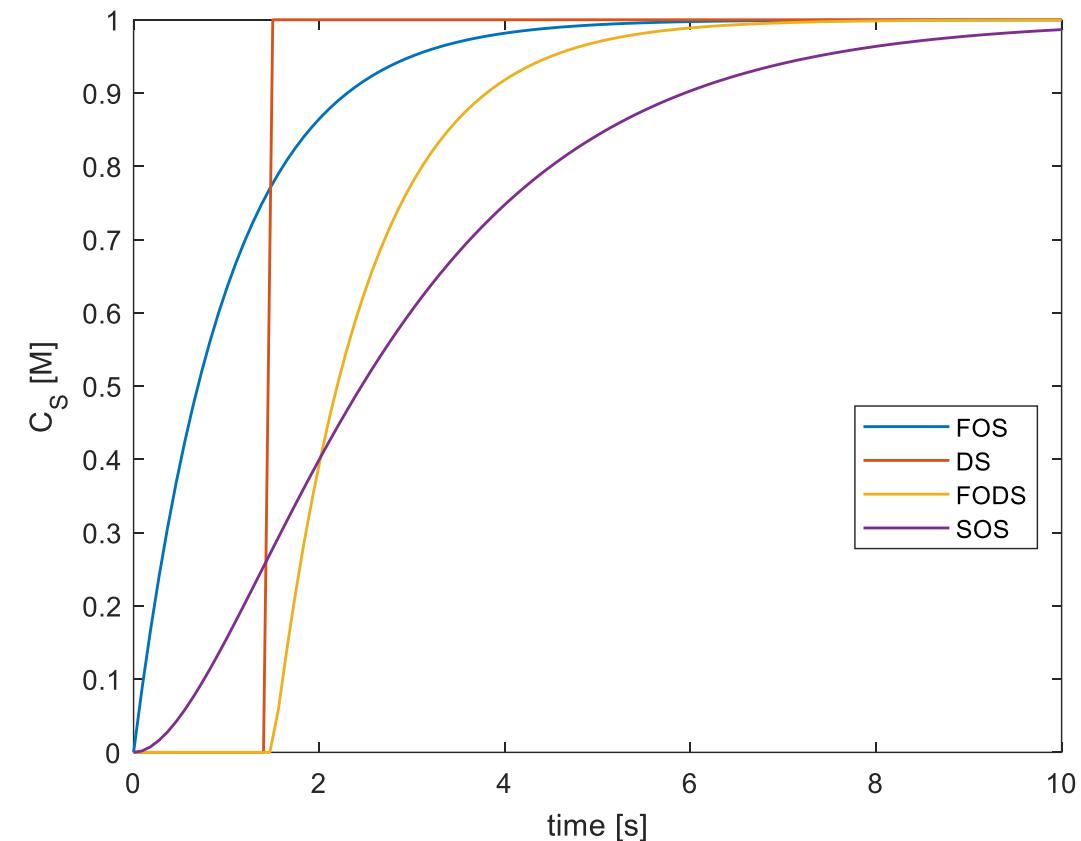


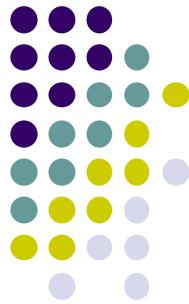


# Εξερεύνηση δυναμικής συμπεριφοράς

- Η μεταβατική συμπεριφορά του συστήματος είναι απαραίτητο να κατανοηθεί και να βρεθεί ένα ελάχιστος αριθμός μεταβλητών που να την περιγράφουν (προσεγγιστικά).

	<b>ΠΧΚ</b>	<b>ΠΣΜ</b>
<b>DS</b>	$y(t) = Ku(t - \theta)$	$Y(s) = Ke^{-\theta s} U(s)$
<b>FOS</b>	$\tau \frac{dy}{dt} = -y + Ku(t)$	$Y(s) = \frac{K}{\tau s + 1} U(s)$
<b>FODS</b>	$\tau \frac{dy}{dt} = -y + Ku(t - \theta)$	$Y(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} U(s)$
<b>SODS</b>	$\tau \frac{dy_1}{dt} = -y_1 + Ku(t - \theta)$ $\tau_2 \frac{dy_2}{dt} = -y_2 + y_1$	$Y(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} U(s)$

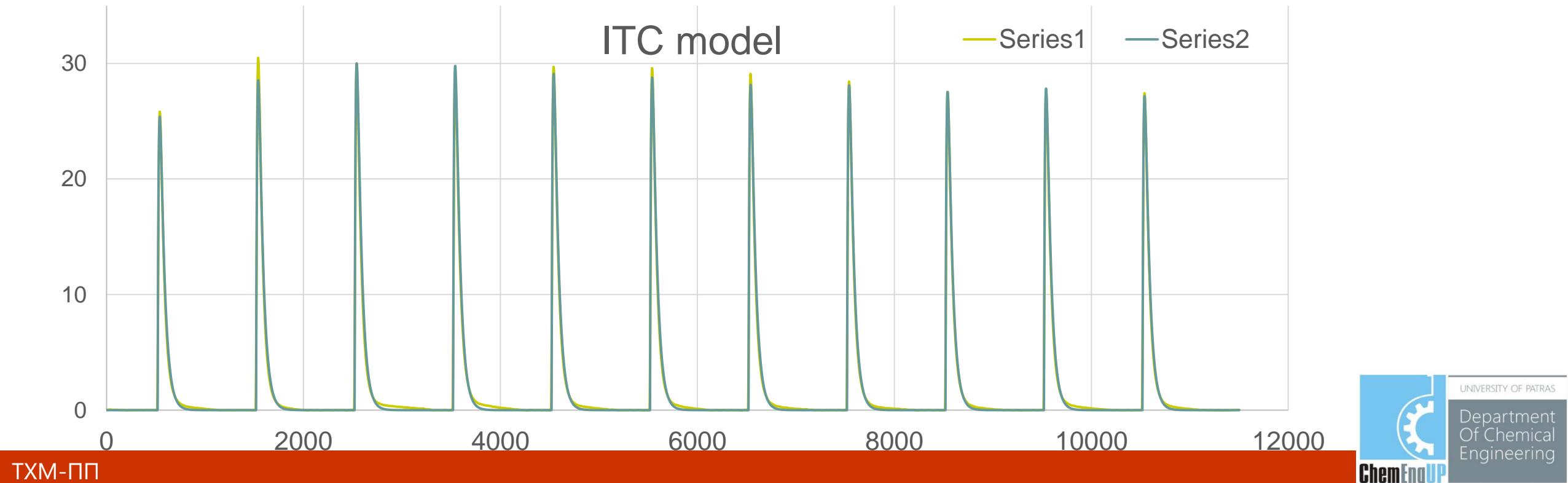


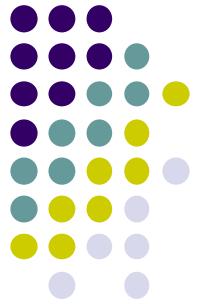


# Κατασκευή δυναμικού μοντέλου

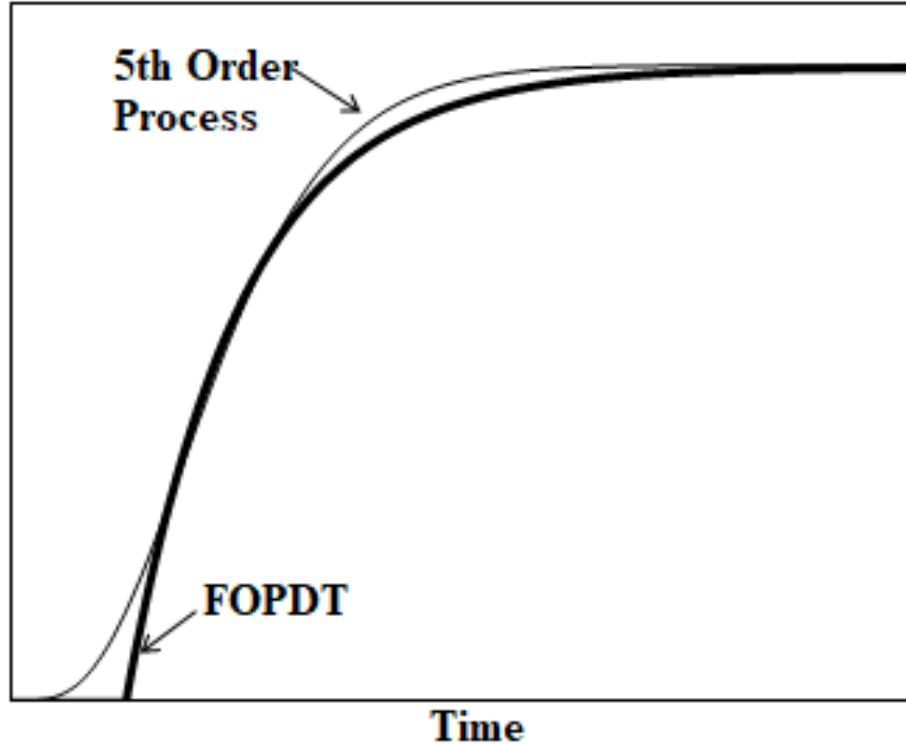
1. Εξασφαλίστε ότι η διεργασία είναι ασφαλής
2. Εισάγετε διάφορα σήματα εισόδου (διέγερση της διεργασίας)
3. Συλλέξετε δεδομένα
4. Λύστε πρόβλημα παραμετρικής βελτιστοποίησης

## Data and Model Output Comparison

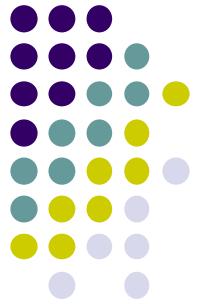




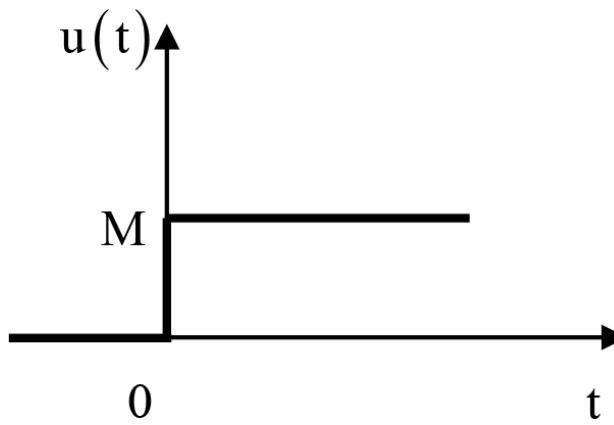
# Αναγνώριση συστήματος FOPDT (=FODS).



- Συστήματα υψηλής τάξης αντιπροσωπεύονται καλά από τα μοντέλα FOPDT. Ως αποτέλεσμα, τα μοντέλα FOPDT κάνουν καλύτερη δουλειά στην προσέγγιση των βιομηχανικών διεργασιών από άλλα εξιδανικευμένα δυναμικά μοντέλα.
- **Οι διεργασίες δεν παρουσιάζουν σημαντικές ταλαντώσεις ή σημαντικές αντίστροφες αποκρίσεις.**

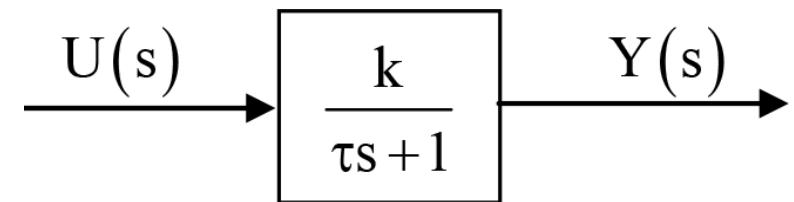


# Απόκριση συστήματος 1<sup>η</sup>ς τάξης σε βηματική μεταβολή της εισόδου



$$u(t) = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ M & , t \geq 0 \end{cases}$$

$$U(s) = \frac{M}{s}$$



$$Y(s) = \frac{k}{\tau s + 1} \cdot \frac{M}{s} = \frac{k \frac{M}{\tau}}{\left(s + \frac{1}{\tau}\right)s} = \frac{kM}{s} - \frac{kM}{s + \frac{1}{\tau}}$$

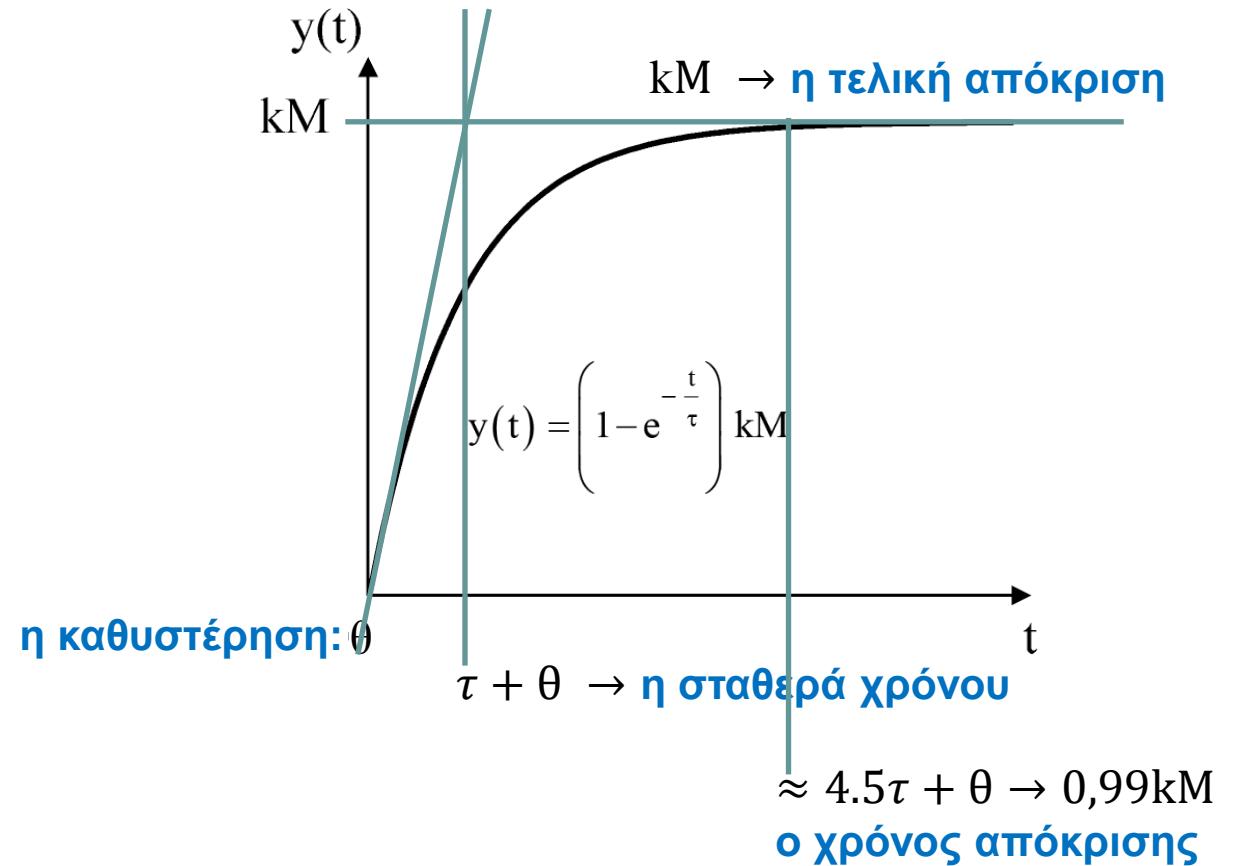
➡

$$y(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) kM$$

# Αναγνώριση παραμέτρων FODS. Τρόπος A



Αναγνώριση από την τελική απόκριση και από την αρχική κλήση  
(ή καλύτερα τον χρόνο απόκρισης)

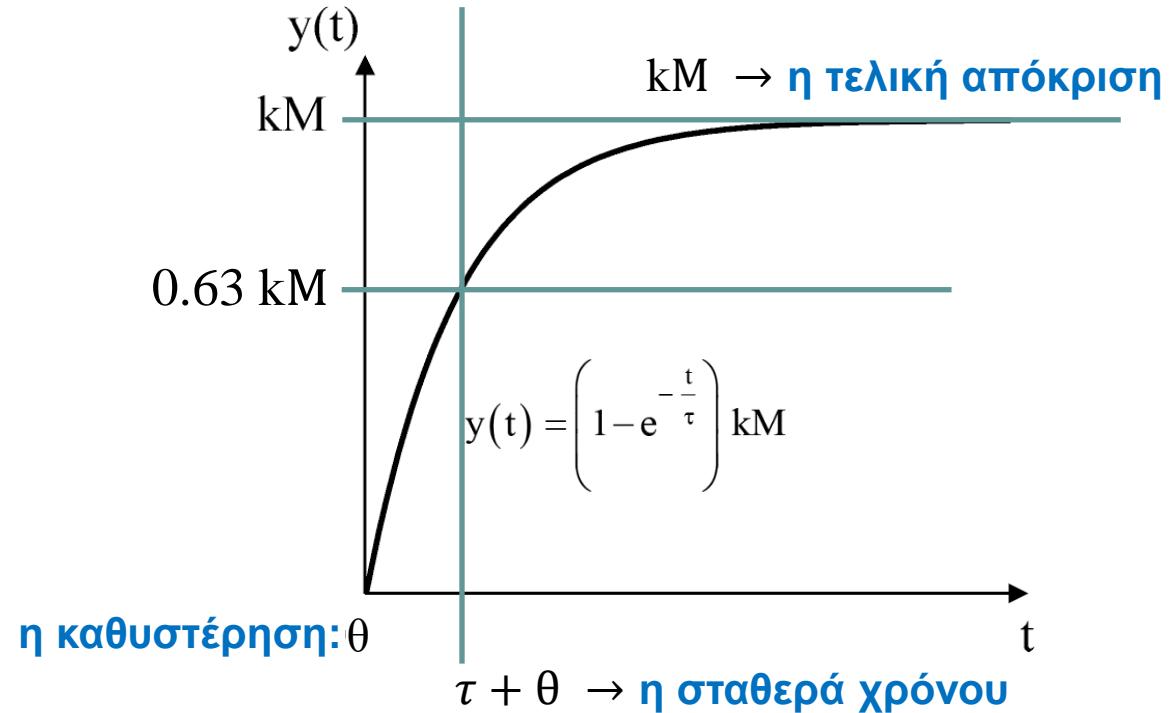


$t$	$y(t) / kM$
0	0
$\tau$	0,632
$2\tau$	0,865
$3\tau$	0,950
$4\tau$	0,982
$5\tau$	0,993

# Αναγνώριση παραμέτρων FODS. Τρόπος Β



Αναγνώριση από την τελική απόκριση και από τον χρόνο 63% απόκρισης

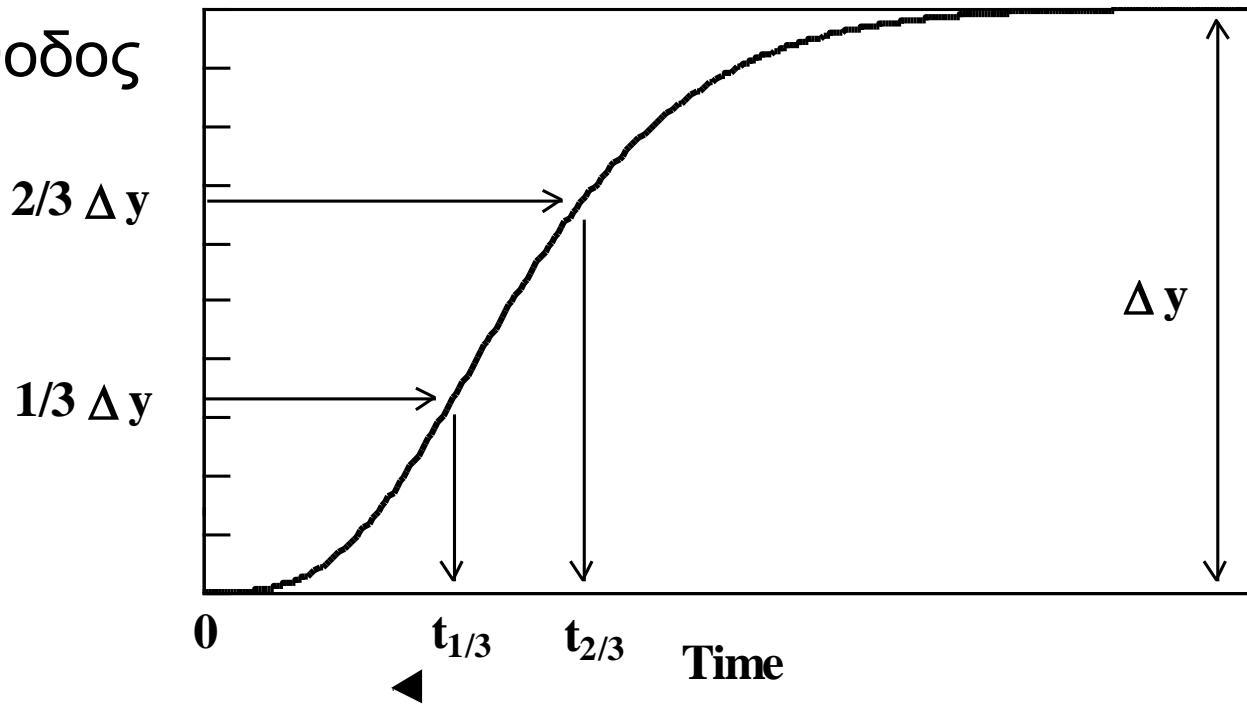


$t$	$y(t) / kM$
0	0
$\tau$	0,632
$2\tau$	0,865
$3\tau$	0,950
$4\tau$	0,982
$5\tau$	0,993

# Αναγνώριση παραμέτρων FODS. Τρόπος Γ

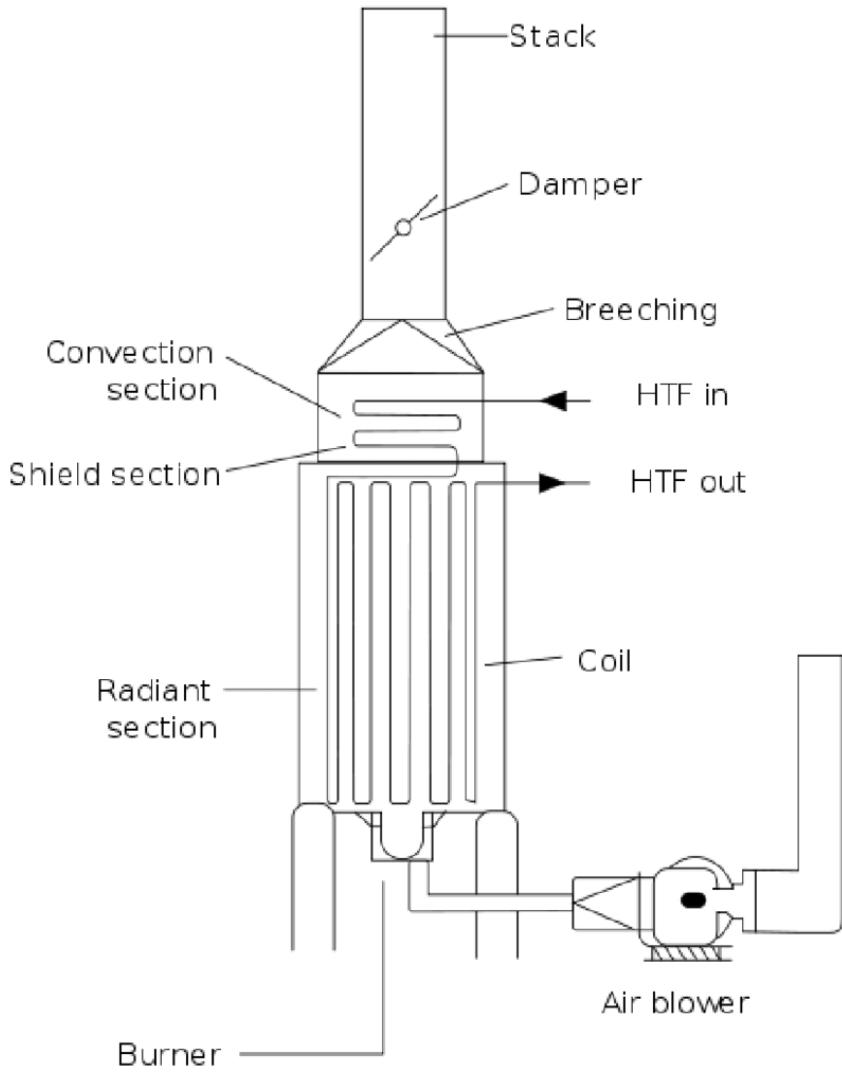
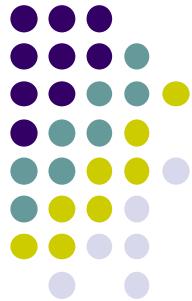


H 1/3 2/3 μέθοδος

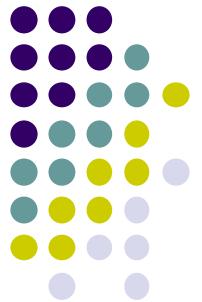


- Προσδιορίστε το χρόνο έως το ένα τρίτο της συνολικής αλλαγής και το χρόνο έως τα δύο τρίτα της συνολικής αλλαγής μετά από μια αλλαγή εισόδου
- Παράμετροι FODS:  $\tau_p = \frac{t_{2/3} - t_{1/3}}{0.7}$     $\theta_p = t_{1/3} - 0.4\tau_p$     $K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{y(\infty) - y(0)}{M}$

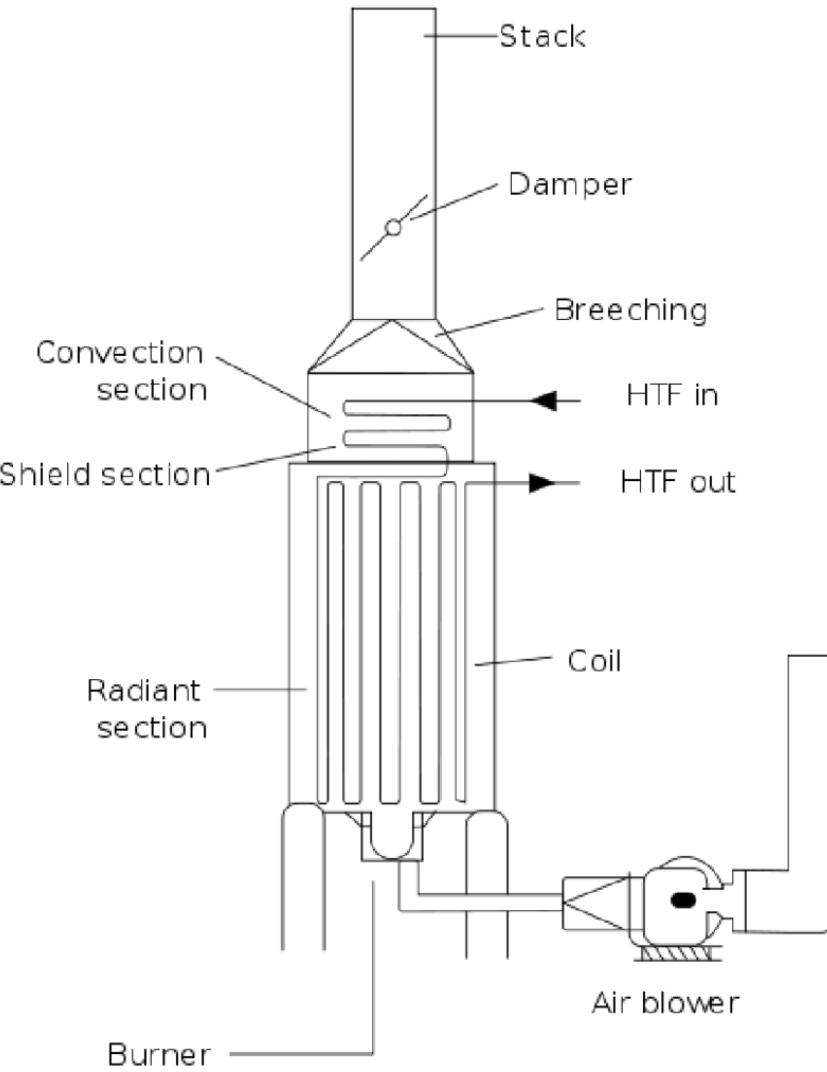
# Παράδειγμα: Φούρνος



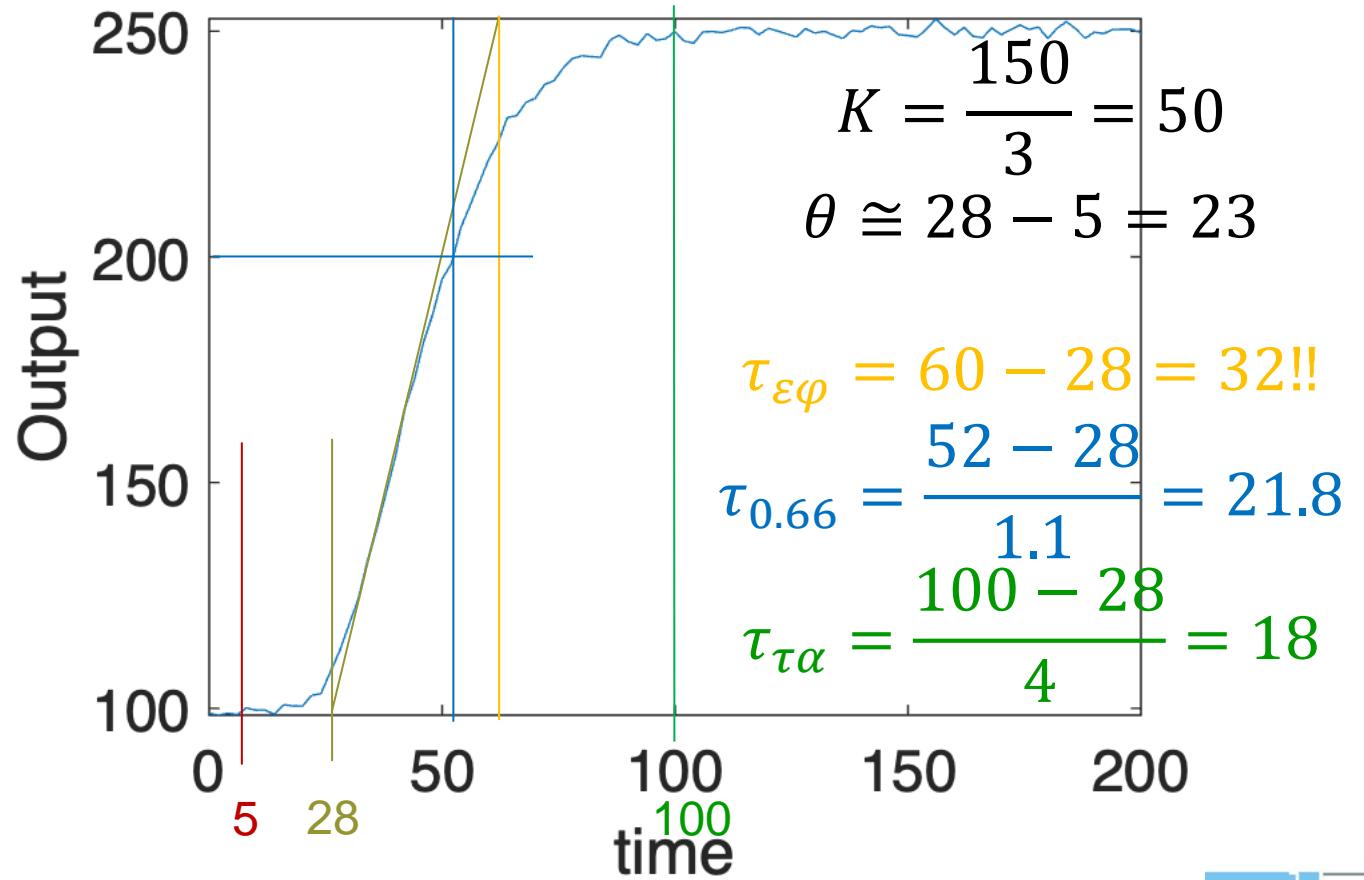
- Απόκριση σε βηματική αλλαγή στην είσοδο
  - Αύξηση στη βάνα καυσίμου από 10% σε 13%
    - Ο παλμός γίνεται την στιγμή  $t=5$  sec.
    - Άρα  $\Delta u = 13 - 10 = 3$  (αυτό είναι το M μας)
  - Μέτρηση ανά δευτερόλεπτο
  - Θόρυβος



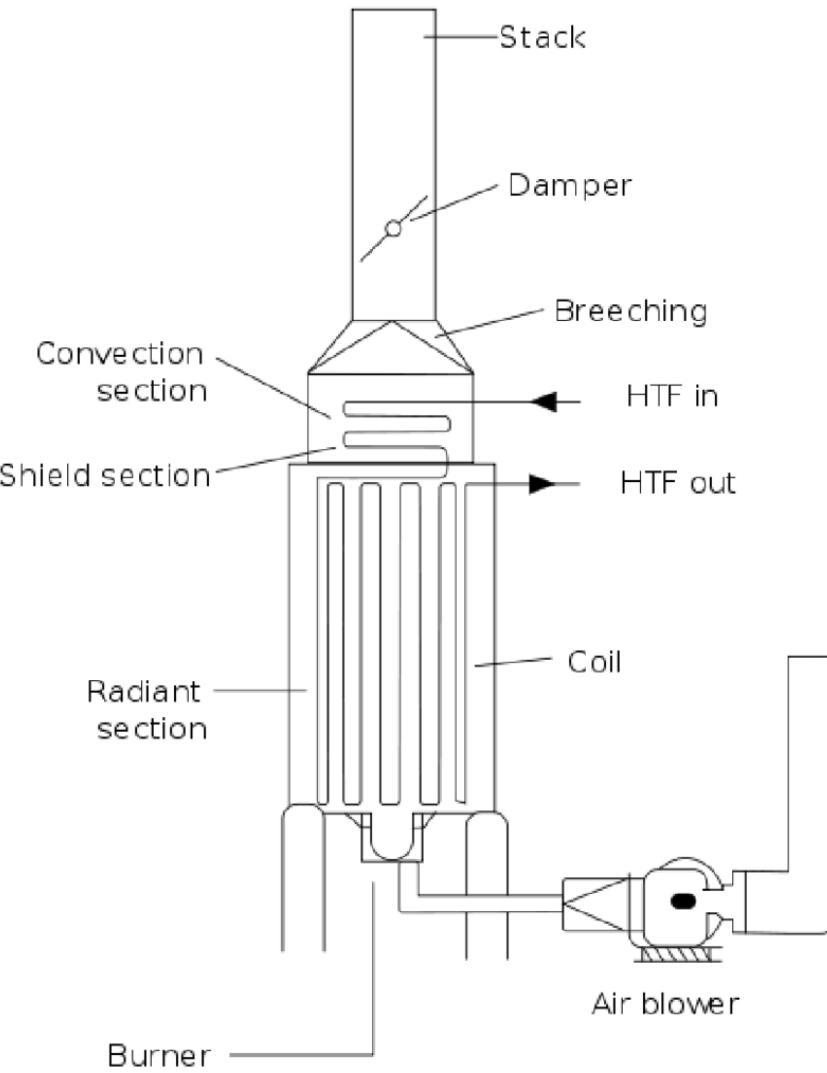
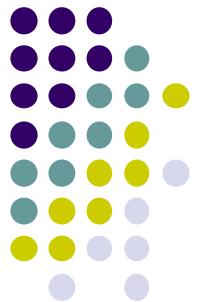
# Παράδειγμα: Φούρνος (τρόπος A, B)



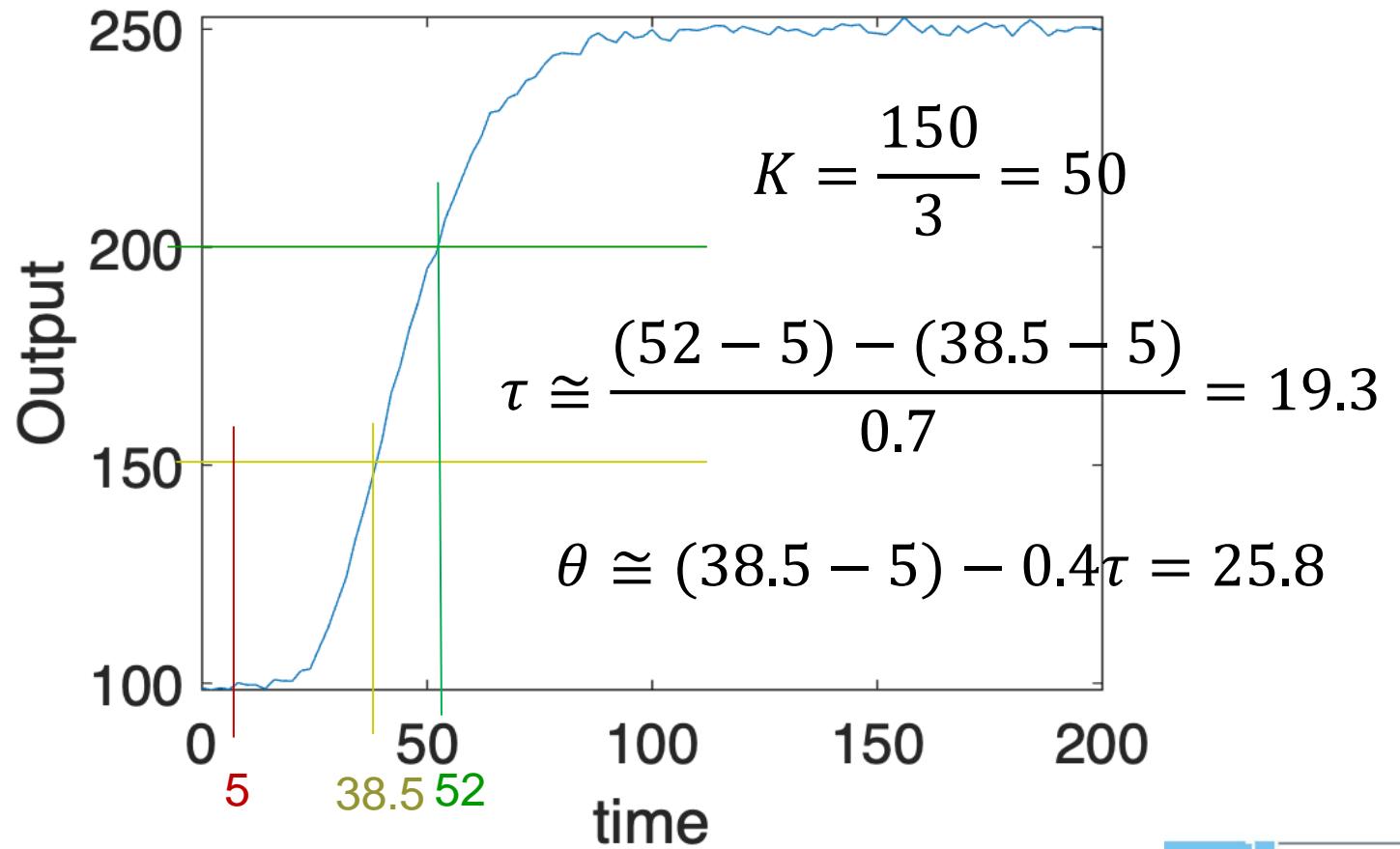
- FODS:  $G = \frac{50}{21.8s+1} e^{-23s}$



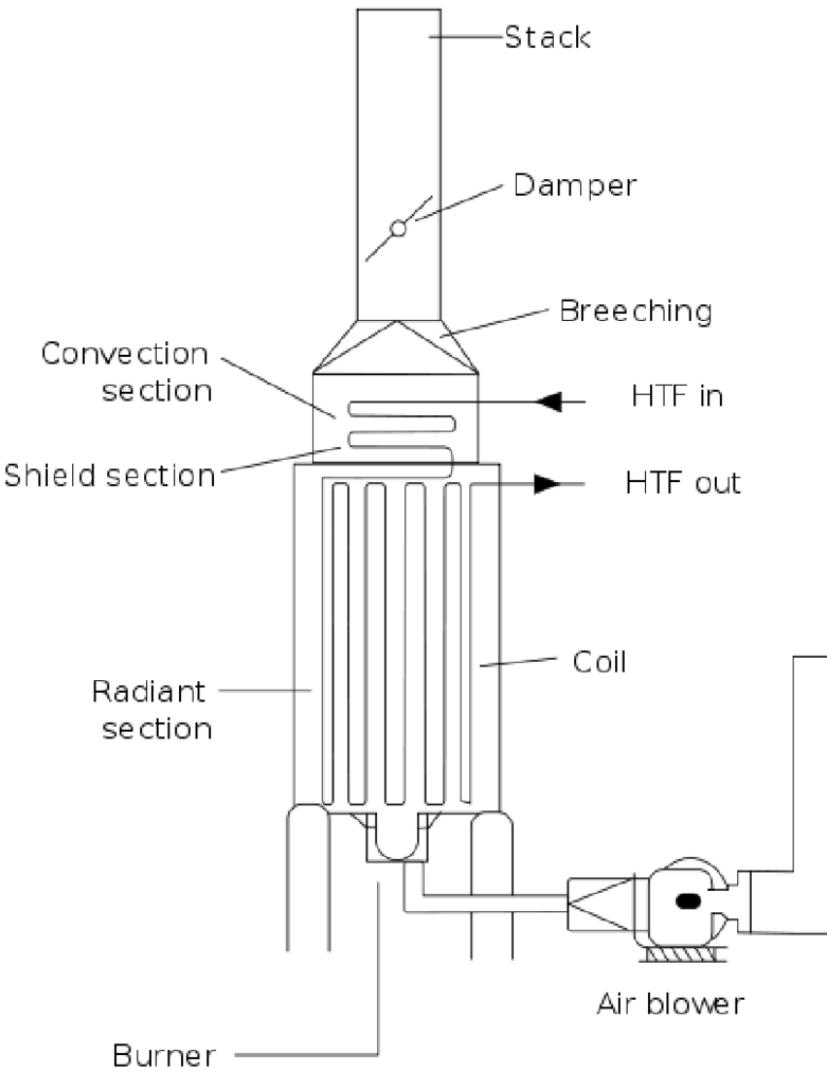
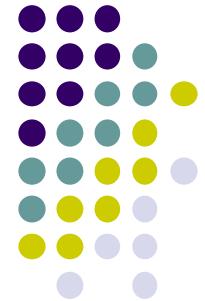
# Παράδειγμα: Φούρνος (τρόπος Γ)



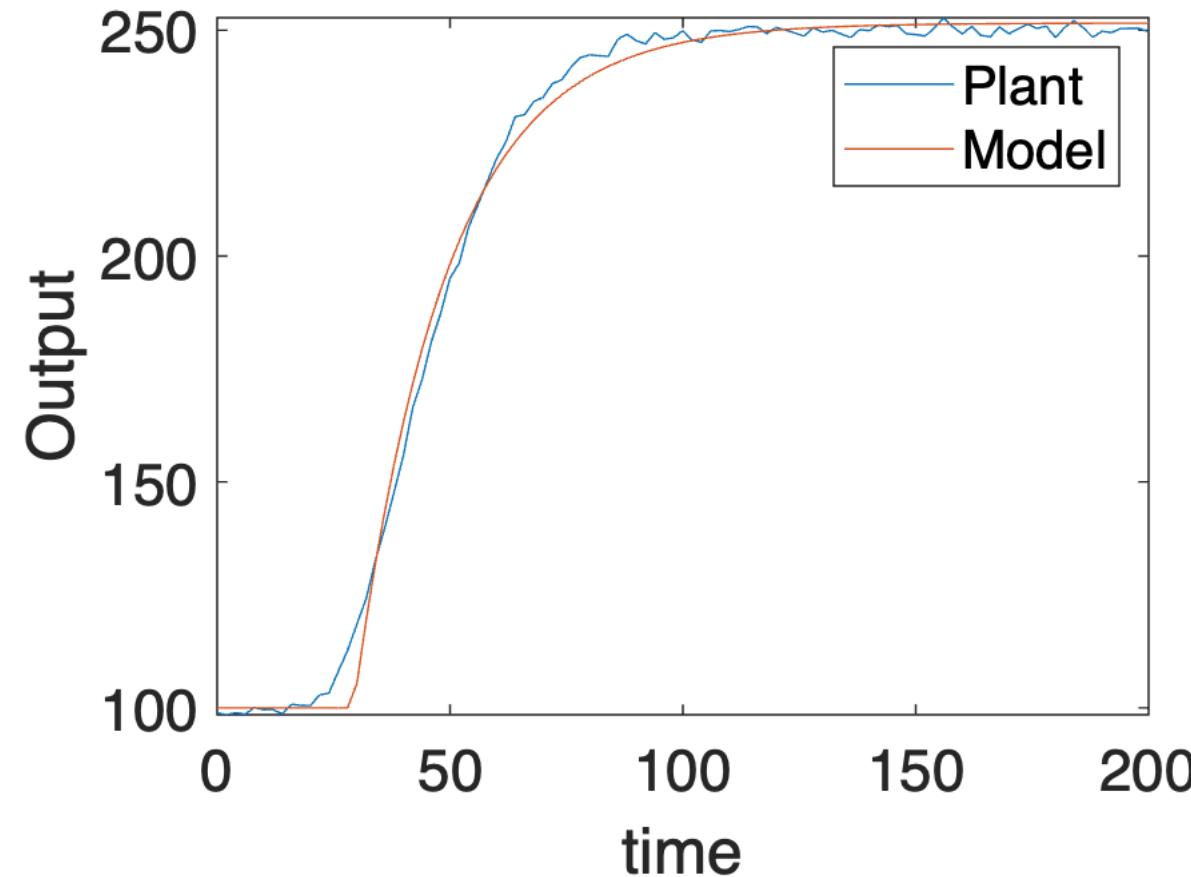
- FODS:  $G = \frac{50}{19.3s+1} e^{-25.8s}$



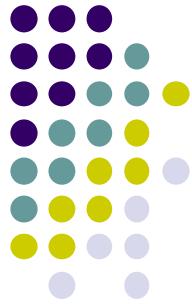
# Παράδειγμα: Φούρνος (από βελτιστοποίηση)



- FODS:  $G = \frac{50.5}{20s+1} e^{-24s}$

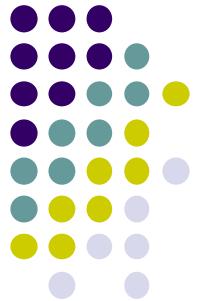


# Αναγνώριση συστήματος FODS. Τρόπος Δ



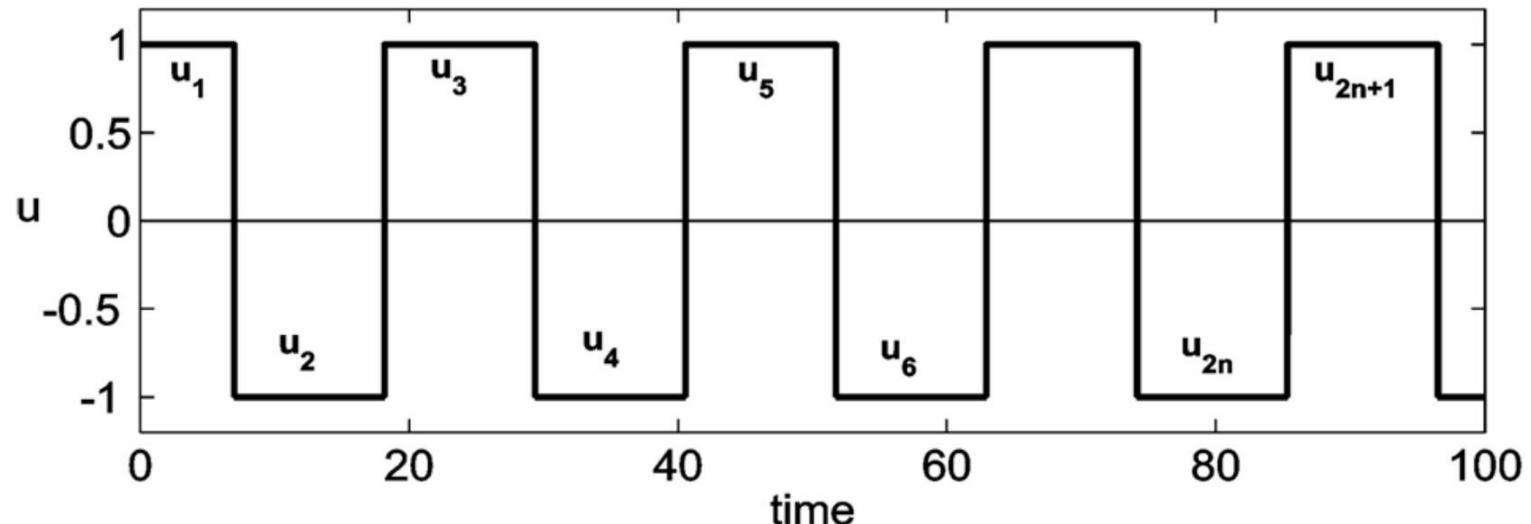
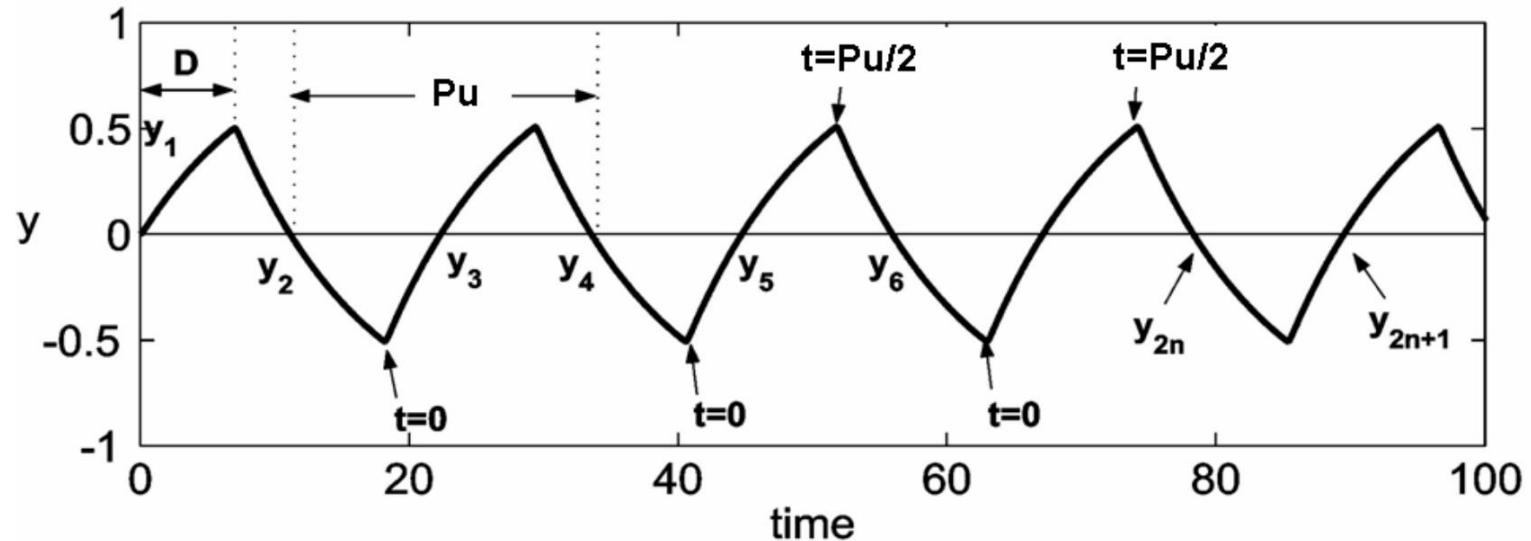
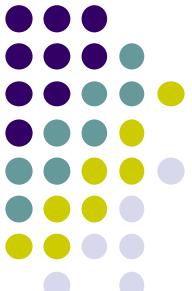
- Χρήση ενός βήματος για σήμα εισόδου
  - Δίνει απλή καμπύλη απόκρισης
    - Εύκολοι υπολογισμοί
    - Μπορεί να γίνει χαρακτηρισμός από το διάγραμμα
  - Το σύστημα μπορεί να έχει μεγάλη απόκριση
    - Μη γραμμική συμπεριφορά μπορεί να παρουσιαστεί
- Χρήση παλμών για σήμα εισόδου (ATV=AutoTuneVariables)
  - Προσεγγίζει το ημιτονοειδές σήμα
    - Πλουσιότερη απόκριση ⇒ καλύτερος χαρακτηρισμός συμπεριφοράς
    - Συνεχής διέγερση διεργασίας ⇒ καλύτερος χαρακτηρισμός
  - Περιπλοκότερο διάγραμμα απόκρισης
    - Το σύστημα ταλαντώνεται γύρω από το σημείο λειτουργίας
    - Χαρακτηρισμός μέσω προβλήματος βελτιστοποίησης
  - Το σήμα εισόδου είναι «δυσκολότερο» να βελτιστοποιηθεί

# Αναγνώριση συστήματος FODS. Τρόπος Δ

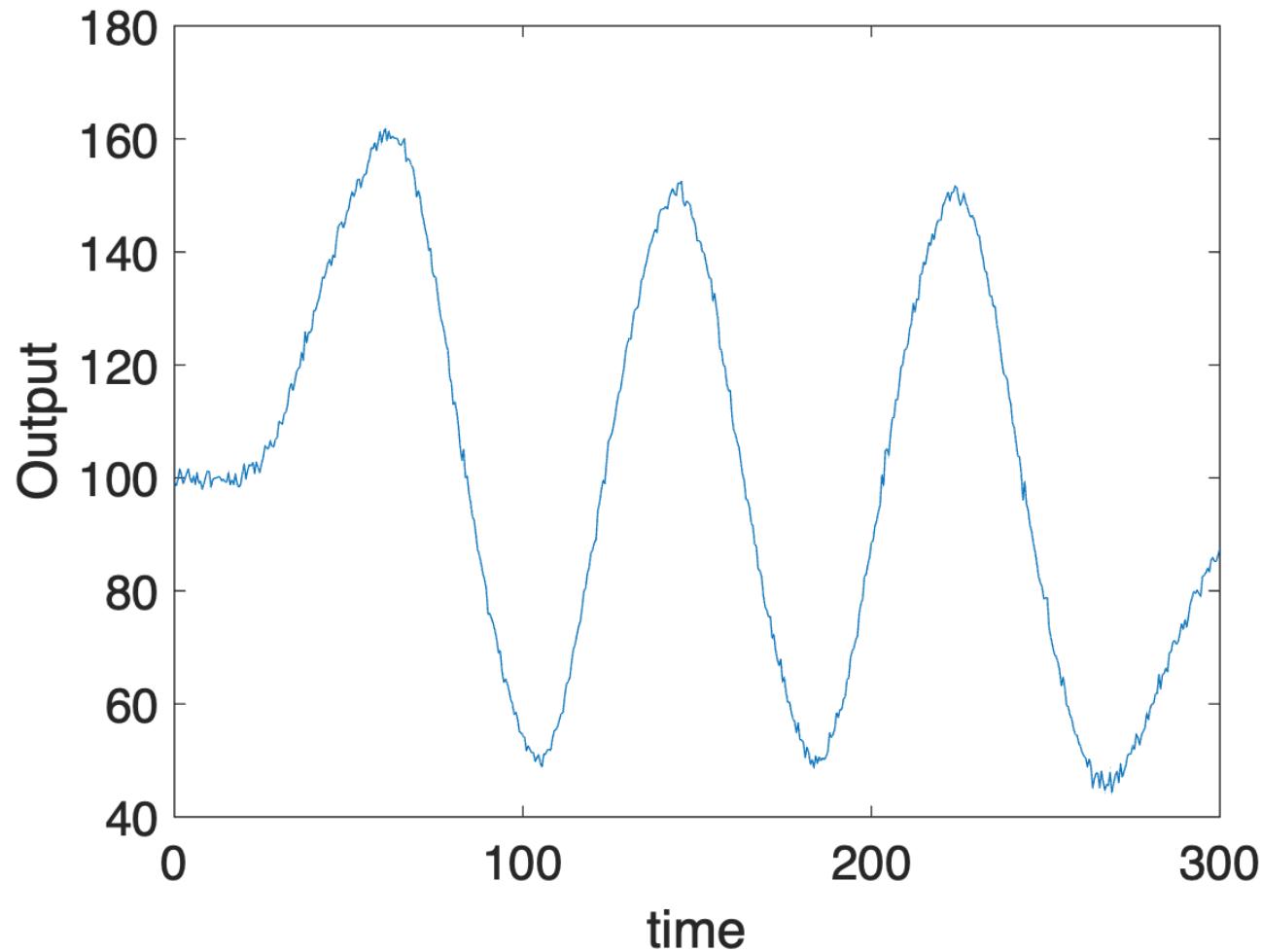
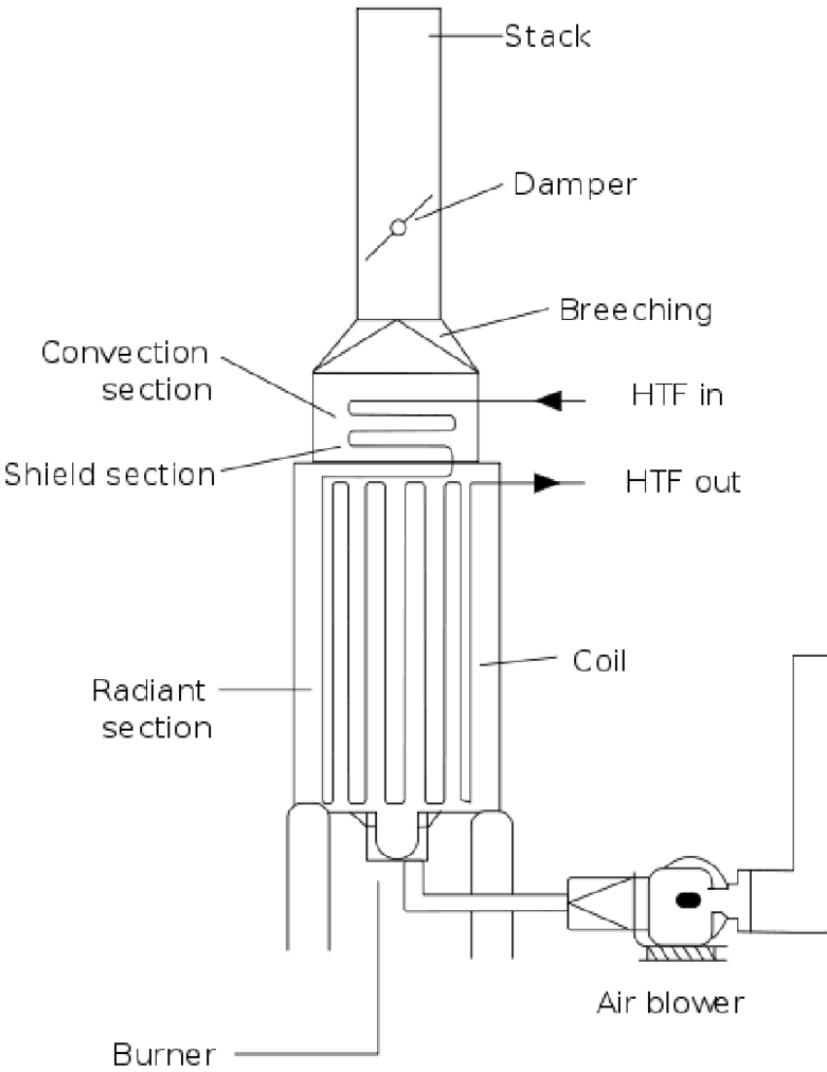
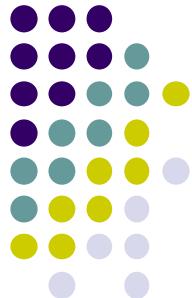


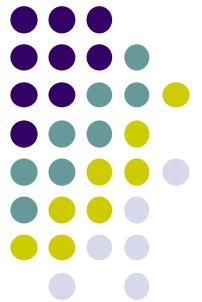
- Χρήση παλμών για σήμα εισόδου (ATV)
  - Το σήμα εισόδου είναι  $u = u_0$ . Η διεργασία ισορροπεί στο  $y_0$ .
  - Το σήμα εισόδου είναι  $u = u_0 + \delta u$ .
    - Μετράται ο χρόνος μέχρι να αρχίσει να αποκρίνεται. Χρόνος  $t = \theta$ .
    - Η διεργασία αποκρίνεται και δημιουργείται  $\delta y$
  - Μετά από λίγο σήμα εισόδου είναι  $u = u_0 - \delta u$ . Το  $\delta y$  μειώνεται.
  - Όταν γίνει  $\delta y < 0$ , τότε  $u = u_0 + \delta u$ . Χρόνος  $t = 0$ .
  - Όταν γίνει  $\delta y > 0$ , τότε  $u = u_0 - \delta u$ . Χρόνος  $t = T_u$ .
  - Επαναλαμβάνουμε μέχρι να σταθεροποιηθεί η τιμή του  $T_u$  (*κρίσιμη περίοδος*)
  - Υπολογίζουμε το  $K_u = \frac{4}{\pi} \frac{\delta u}{\max(\delta y)}$  (*κρίσιμη ενίσχυση*)
- Ορίζουμε  $\tau = \frac{T_u}{2\pi} \tan\left(\pi - \frac{2\pi \theta}{T_u}\right)$  και  $K = \frac{\sqrt{4\pi^2 \tau^2 + T_u^2}}{T_u K_u}$

# Αναγνώριση συστήματος FODS. Τρόπος Δ

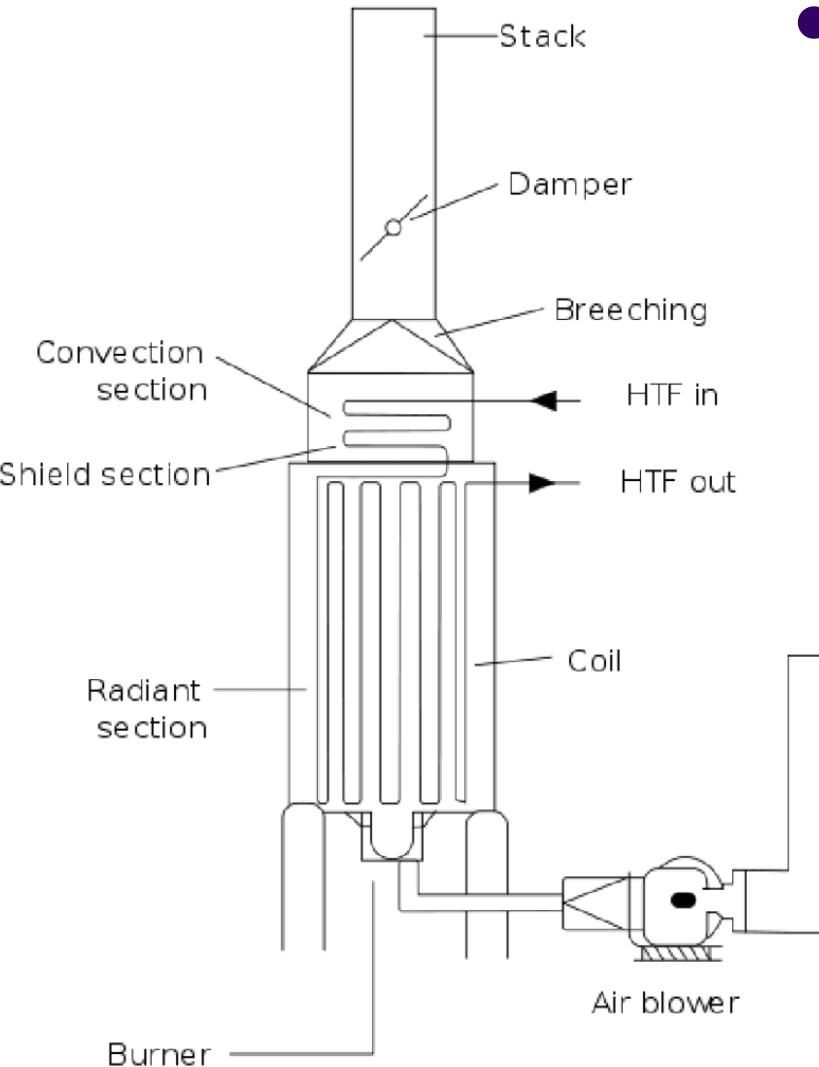


# Παράδειγμα: Φούρνος

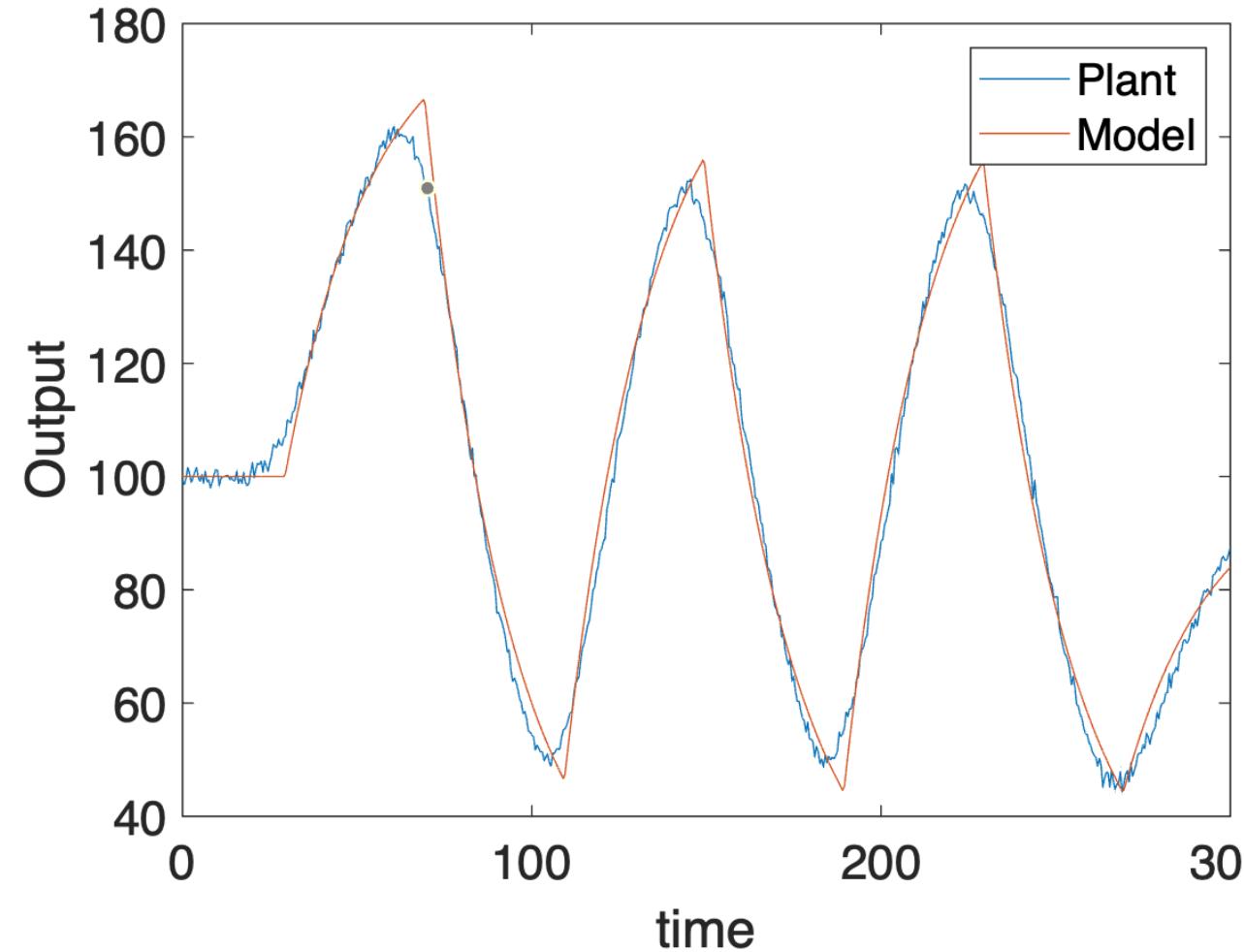




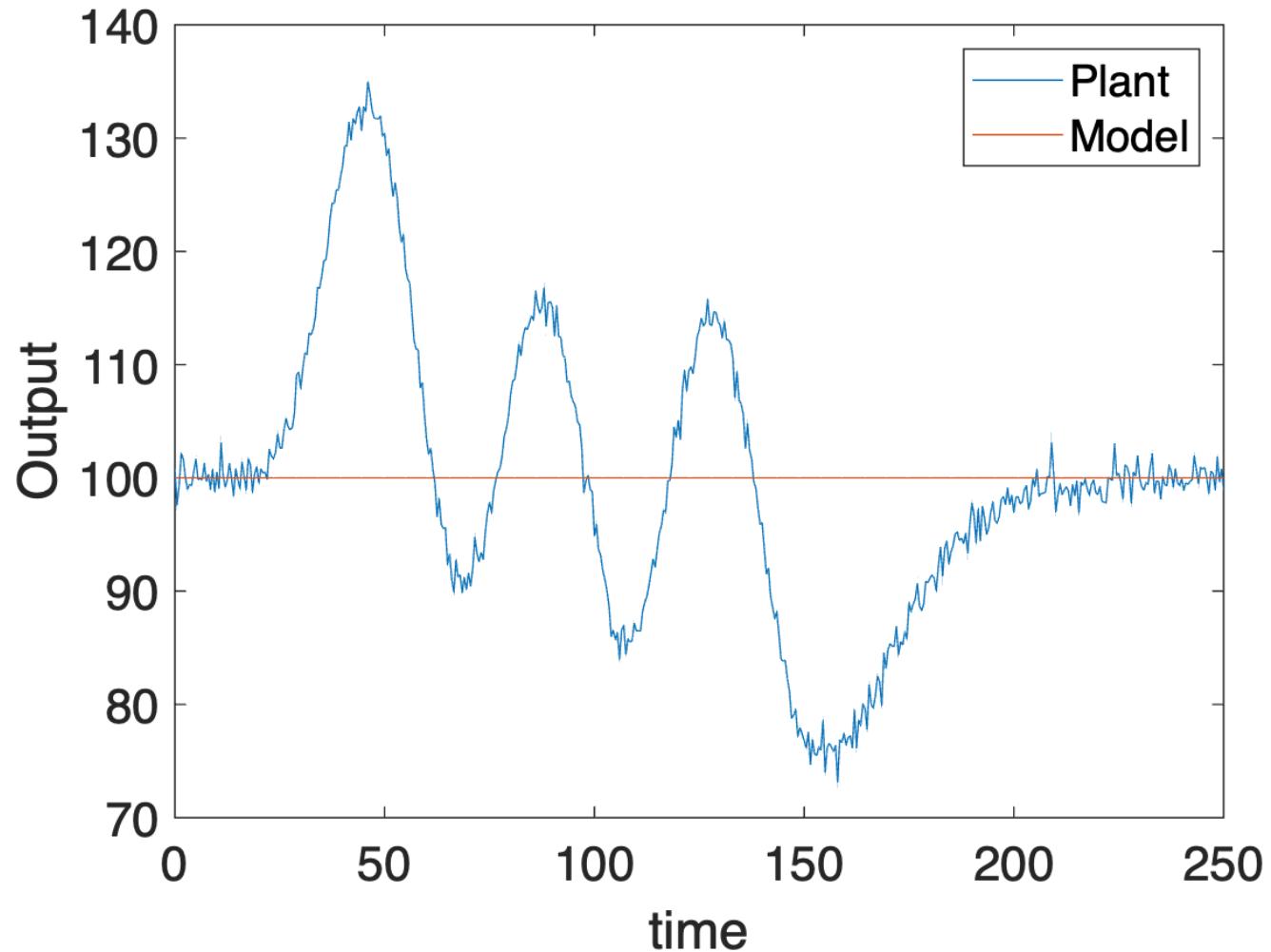
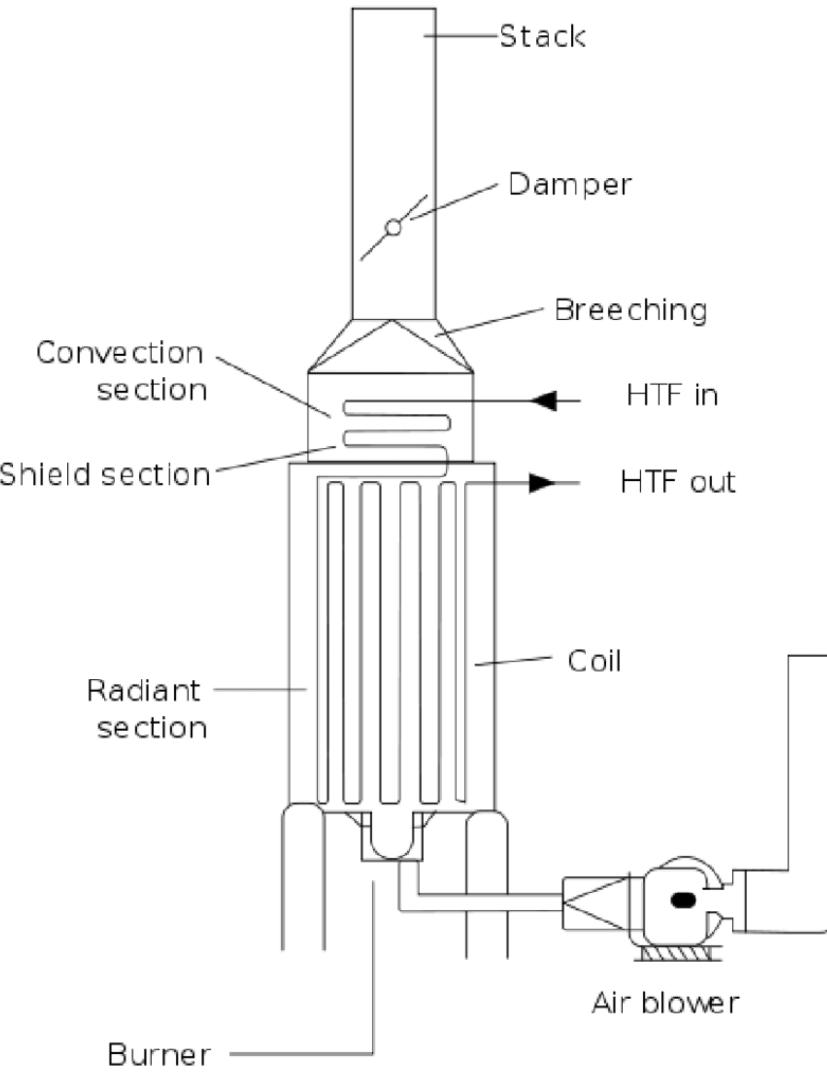
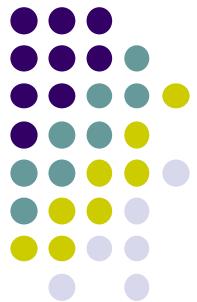
# Παράδειγμα: Φούρνος (από βελτιστοποίηση)



- Διεργασία 1<sup>ης</sup> τάξης:  $G = \frac{55.5}{24s+1} e^{-24s}$

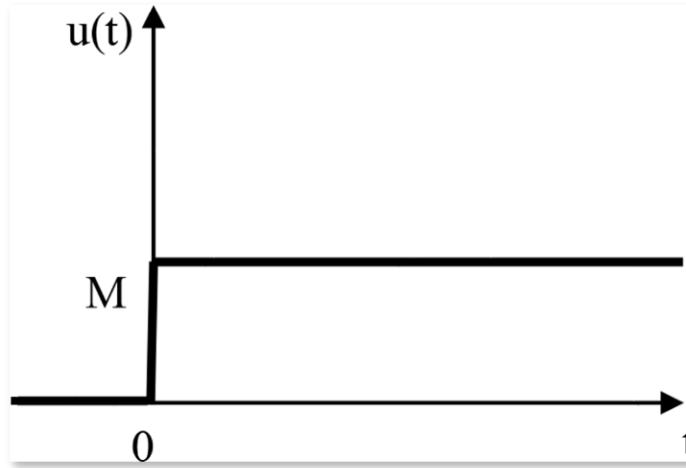


# Παράδειγμα: Φούρνος



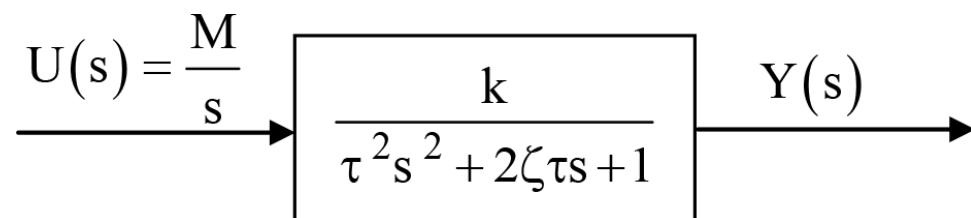


# Απόκριση συστήματος 2<sup>η</sup>ς τάξης σε βηματική μεταβολή της εισόδου

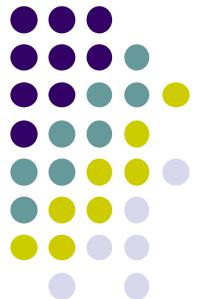


$$u(t) = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ M & , t \geq 0 \end{cases}$$

$$U(s) = \frac{M}{s}$$

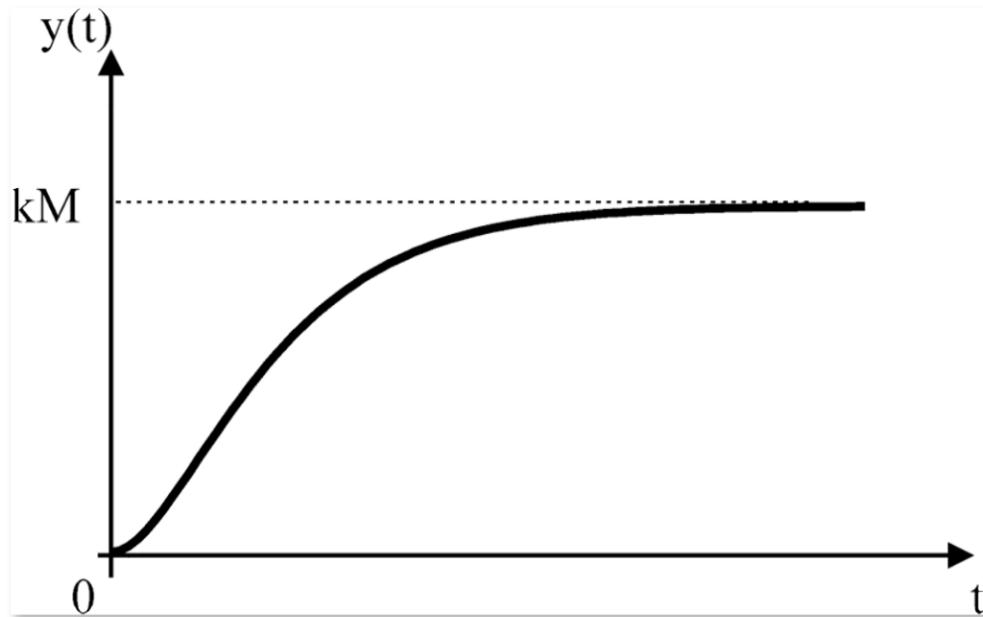


$$Y(s) = \frac{kM}{s(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)}$$



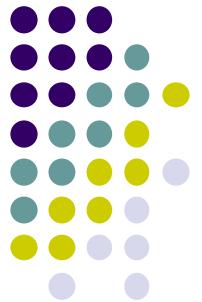
# Συντελεστής απόσβεσης $\zeta > 1$

$$Y(s) = \left\{ \frac{1}{s} - \frac{\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \right)}{s + \frac{\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau}} - \frac{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \right)}{s + \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau}} \right\} kM$$



$$y(t) = \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \right) \exp \left\{ - \left( \frac{\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau} \right) t \right\} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \right) \exp \left\{ - \left( \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau} \right) t \right\} \right] kM$$

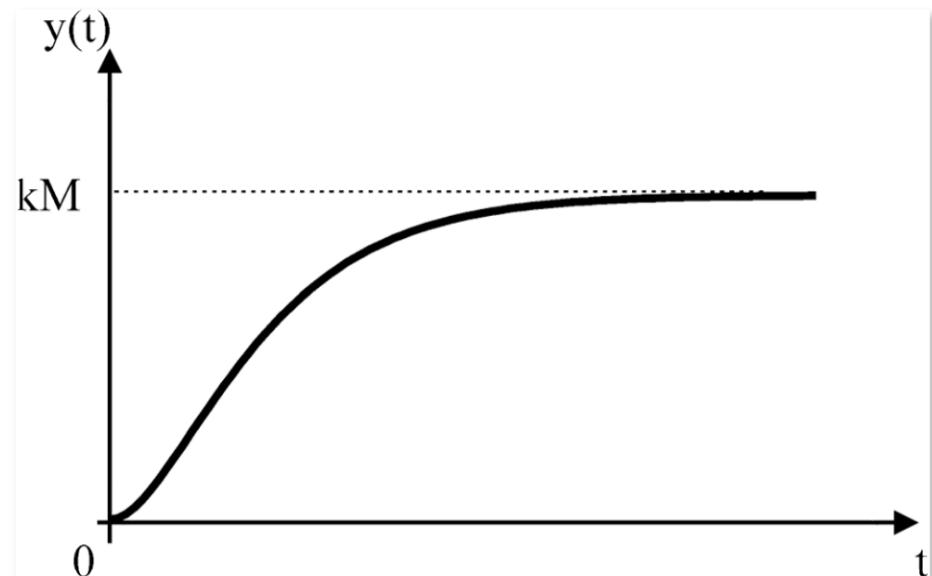
$$= \left[ 1 - e^{-\frac{\zeta}{\tau}t} \left( \cosh \left\{ \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau} t \right\} + \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \sinh \left\{ \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau} t \right\} \right) \right] kM$$

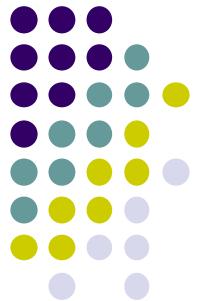


# Συντελεστής απόσβεσης $\zeta=1$

$$Y(s) = \frac{kM}{s(\tau s + 1)^2}$$
$$= \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} - \frac{\frac{1}{\tau}}{\left(s + \frac{1}{\tau}\right)^2} \right) kM$$

$$y(t) = \left( 1 - \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \right) kM$$



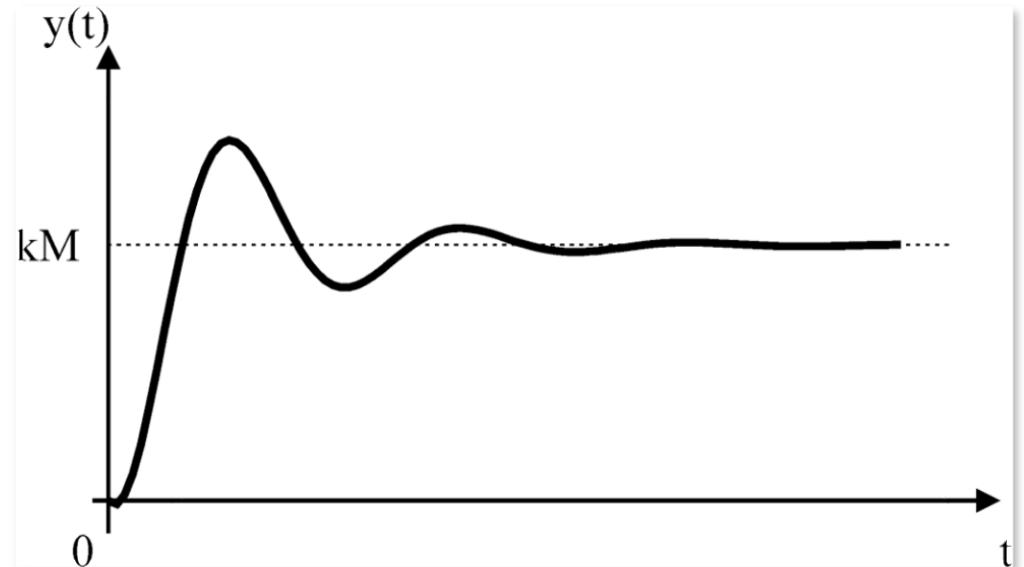


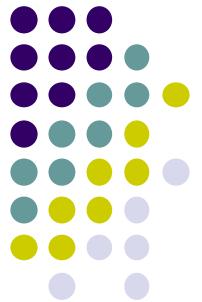
# Συντελεστής απόσβεσης $0 < \zeta < 1$

$$Y(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} - \frac{\frac{1}{2}\left(1+i\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}{s + \frac{\zeta-i\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}} - \frac{\frac{1}{2}\left(1-i\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}{s + \frac{\zeta+i\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}} \\ \end{bmatrix} kM$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{s} - \frac{s + \frac{\zeta}{\tau}}{\left(s + \frac{\zeta}{\tau}\right)^2 + \frac{1-\zeta^2}{\tau^2}} - \frac{\frac{\zeta}{\tau}}{\left(s + \frac{\zeta}{\tau}\right)^2 + \frac{1-\zeta^2}{\tau^2}} \\ \end{bmatrix} kM$$

$$y(t) = \left[ 1 - e^{-\frac{\zeta}{\tau}t} \left[ \cos\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}t\right) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}t\right) \right] \right] kM$$

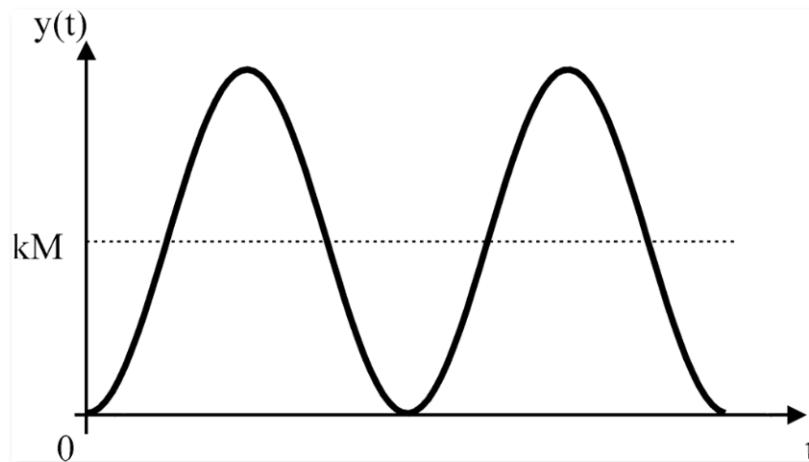


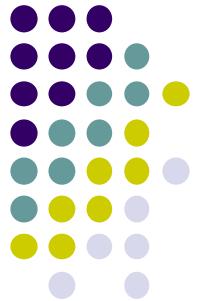


# Συντελεστής απόσβεσης $\zeta=0$

$$Y(s) = \frac{kM}{s(\tau^2 s^2 + 1)} = \left[ \frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \frac{1}{\tau^2}} \right] kM$$

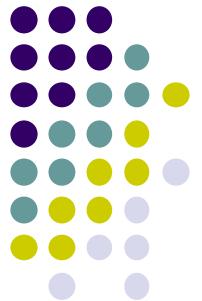
$$y(t) = \left( 1 - \cos\left(\frac{t}{\tau}\right) \right) kM$$



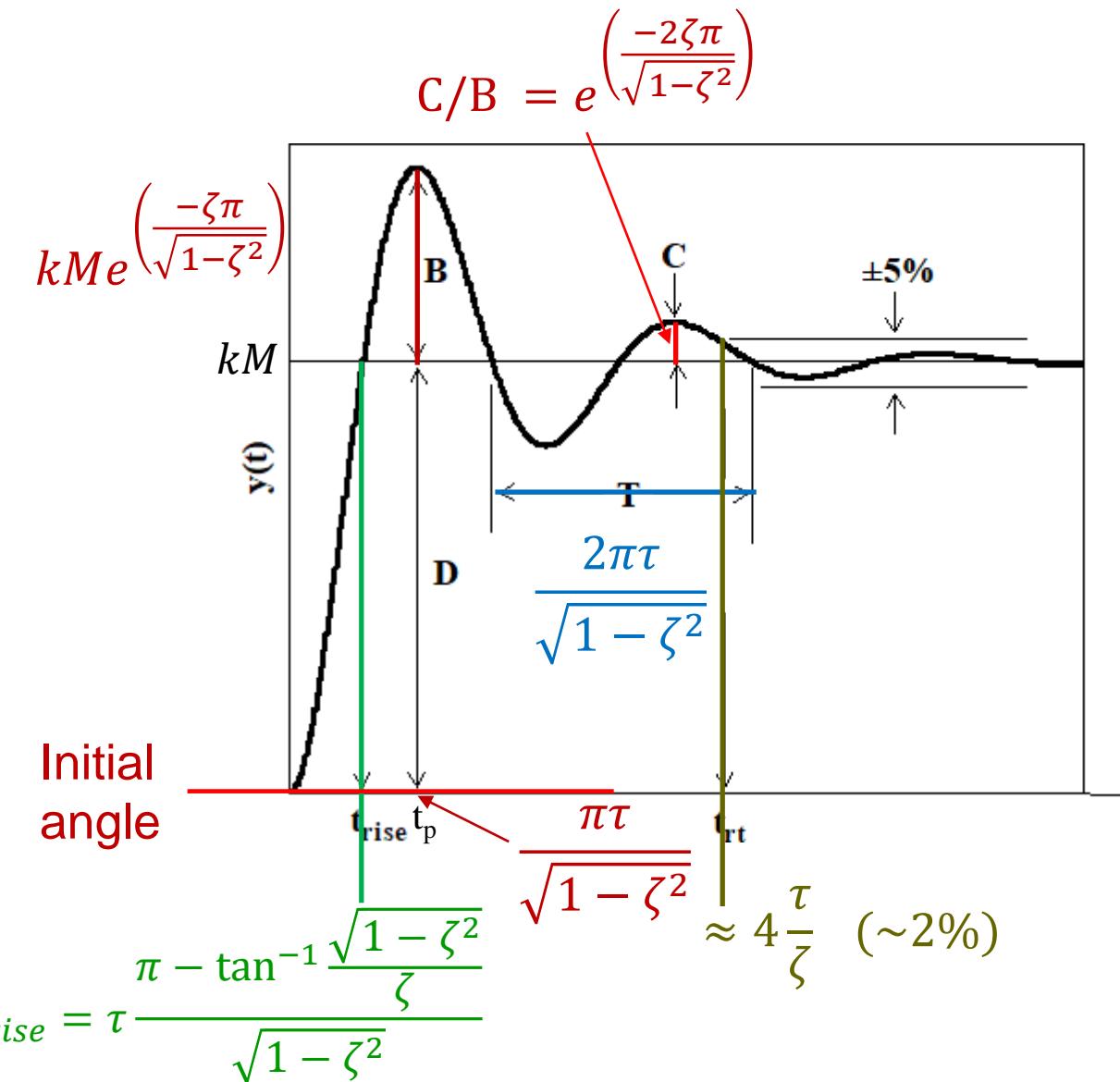


# Σημασία συντελεστή απόσβεσης $\zeta$

Περίπτωση		Ρίζες παρονομαστή της συναρτήσεως μεταφοράς	Φύση των ριζών του παρονομαστή της συναρτήσεως μεταφοράς
Υπερκρίσιμη απόσβεση	$\zeta > 1$	$-\frac{\zeta}{\tau} \pm \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau}$	Πραγματικές αρνητικές απλές ρίζες
Κρίσιμη απόσβεση	$\zeta = 1$	$-\frac{1}{\tau}, -\frac{1}{\tau}$	Πραγματική αρνητική διπλή ρίζα
Υποκρίσιμη απόσβεση	$0 < \zeta < 1$	$-\frac{\zeta}{\tau} \pm i \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\tau}$	Μιγαδικές συζυγείς με αρνητικό πραγματικό μέρος
Μηδενική απόσβεση	$\zeta = 0$	$\pm i \frac{1}{\tau}$	Φανταστικές συζυγείς



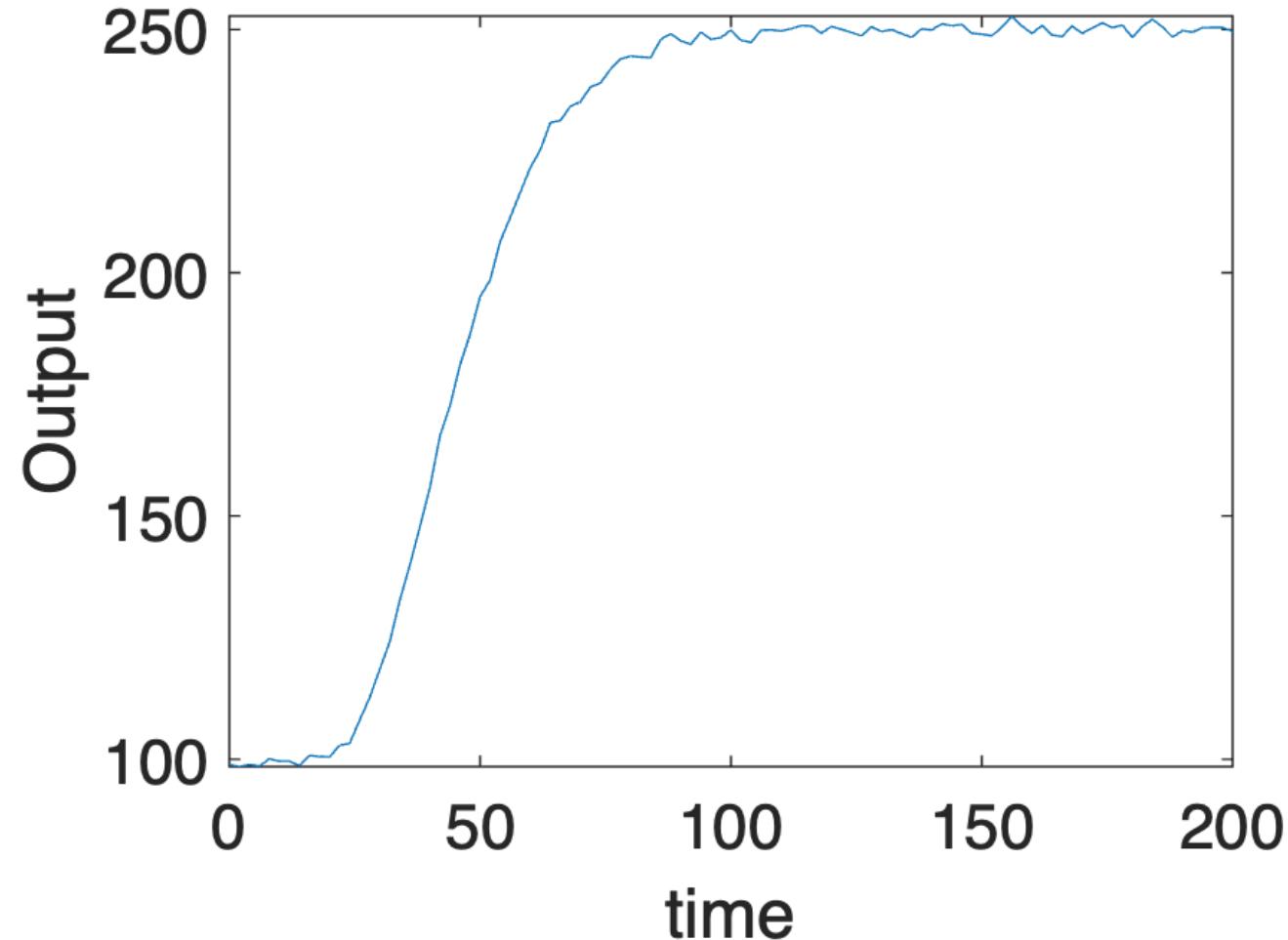
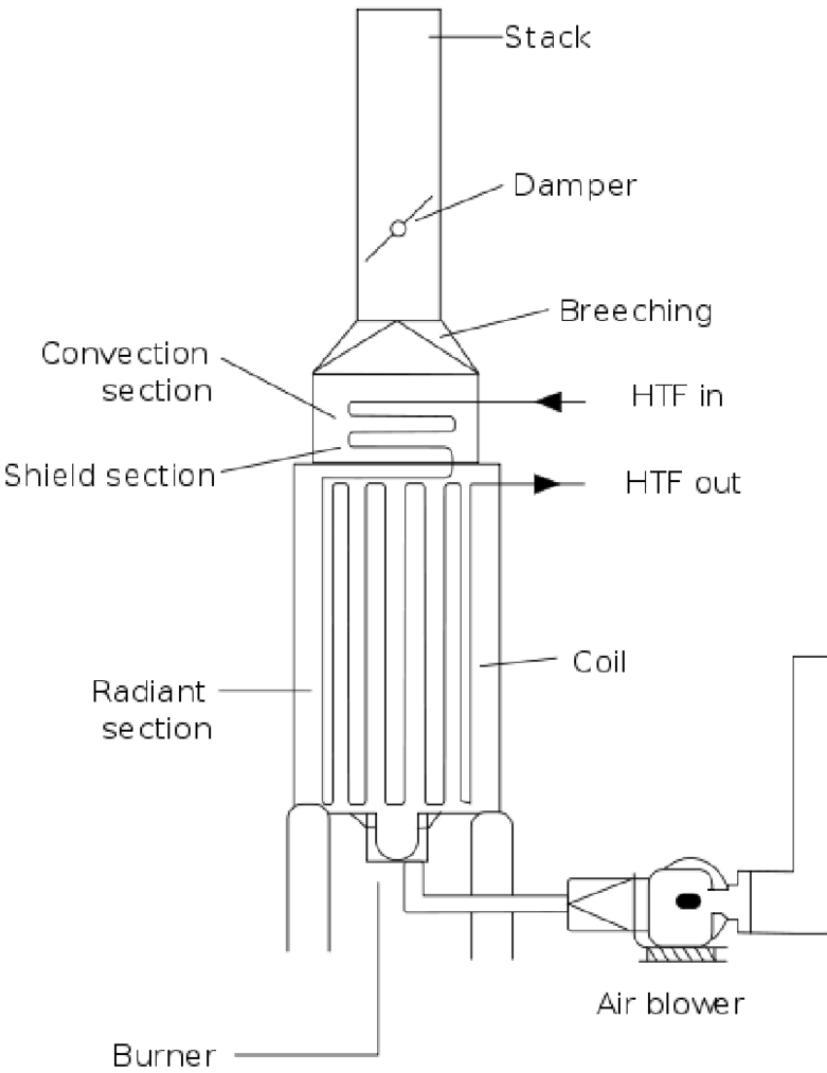
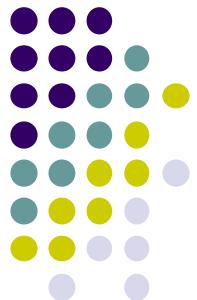
# Χαρακτηριστικά υποκρίσιμης απόσβεσης

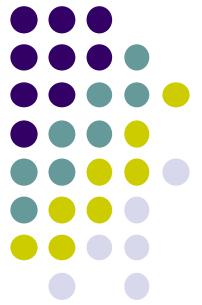


$$G_p(s) = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$$

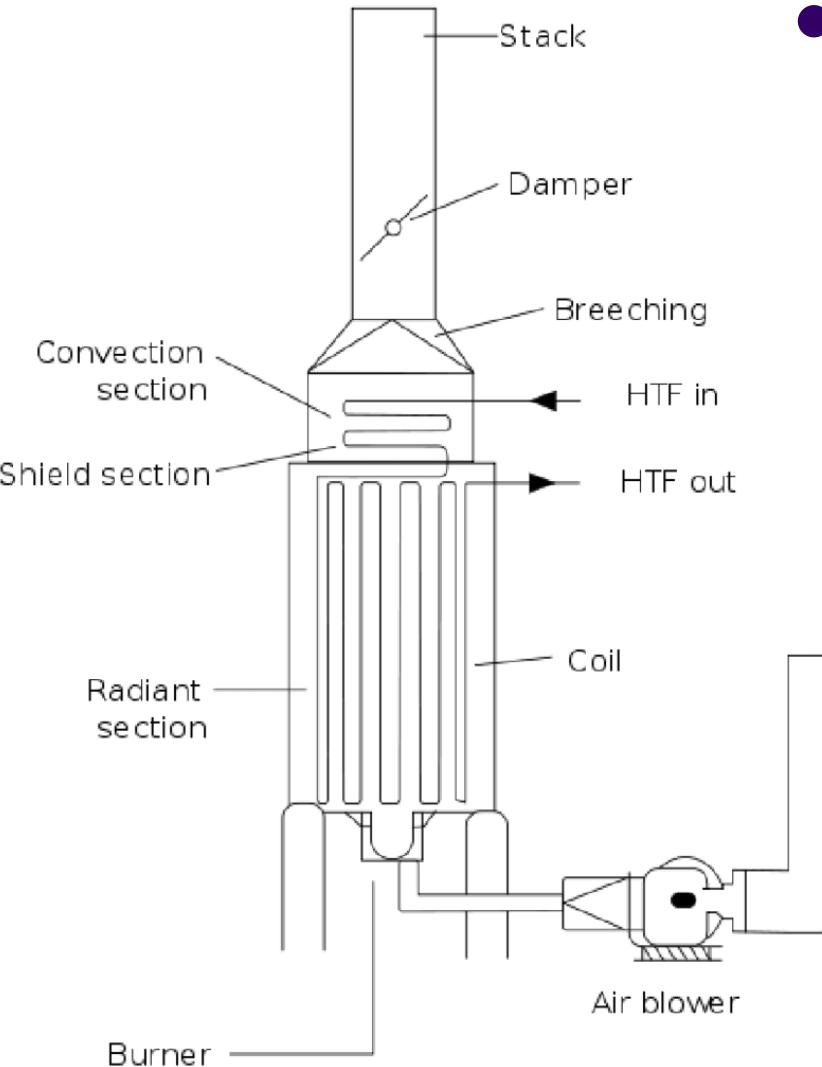
- Rise time - Χρόνος ανύψωσης ( $t_{rise}$ )
- Overshoot – Υπέρβαση (B)
- Peak time – Χρόνος μέγιστης απόκρισης ( $t_p$ )
- Decay ratio – Λόγος απόσβεσης (C/B)
- Settling time – Χρόνος απόκρισης ( $t_{rt}$ )
- Period – Περίοδος (T)
- Settled response – Τελική απόκριση

# Παράδειγμα: Φούρνος

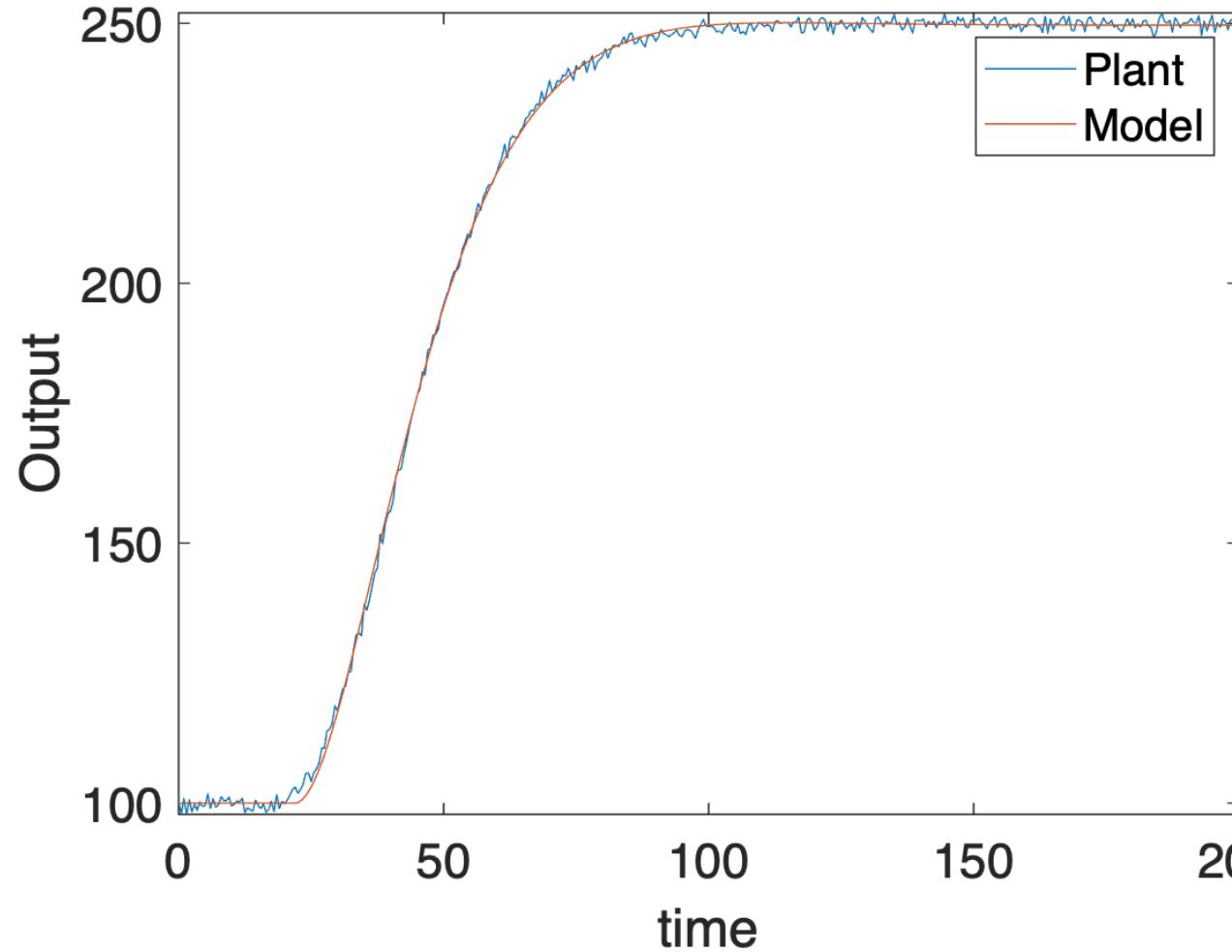




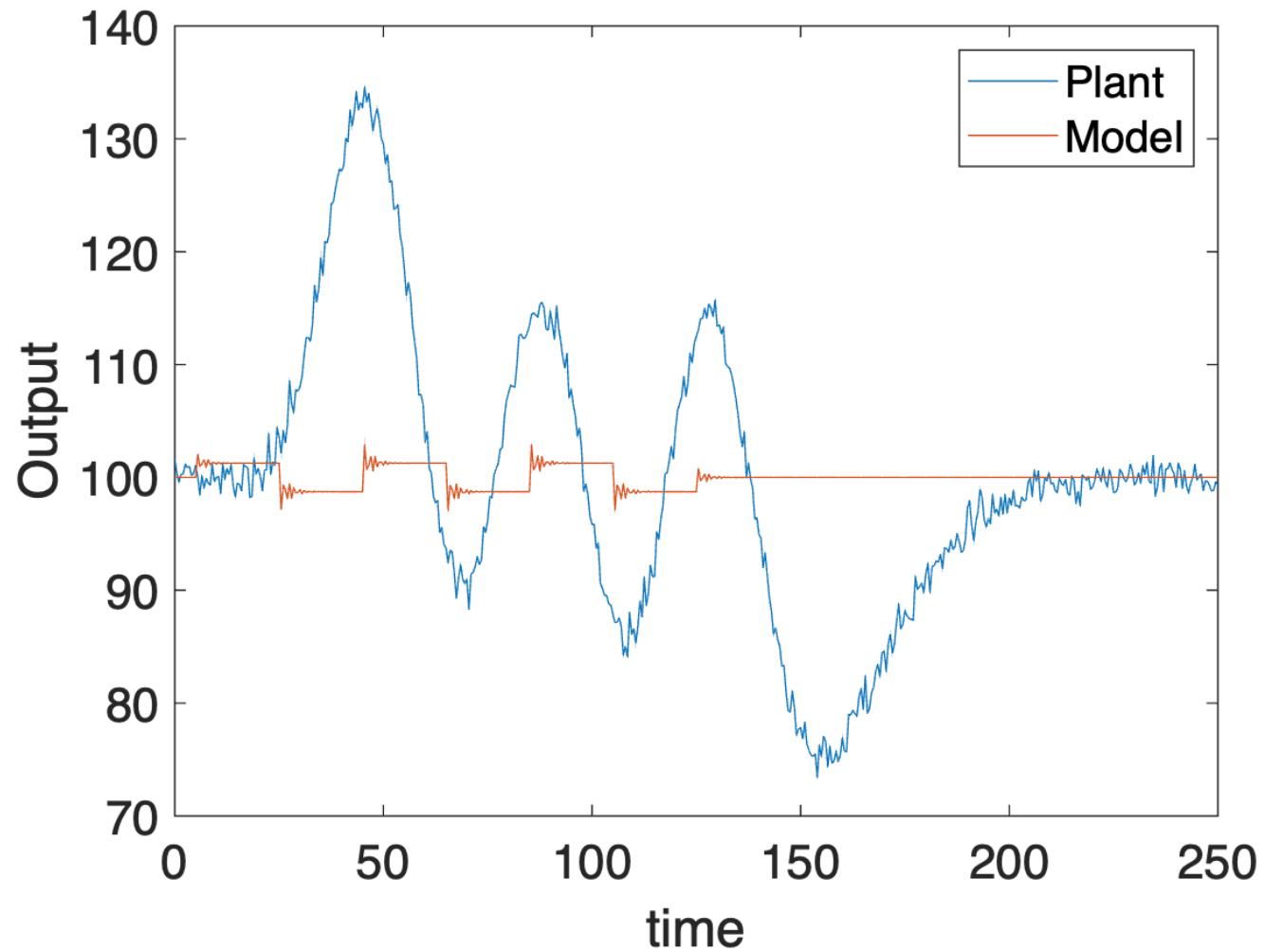
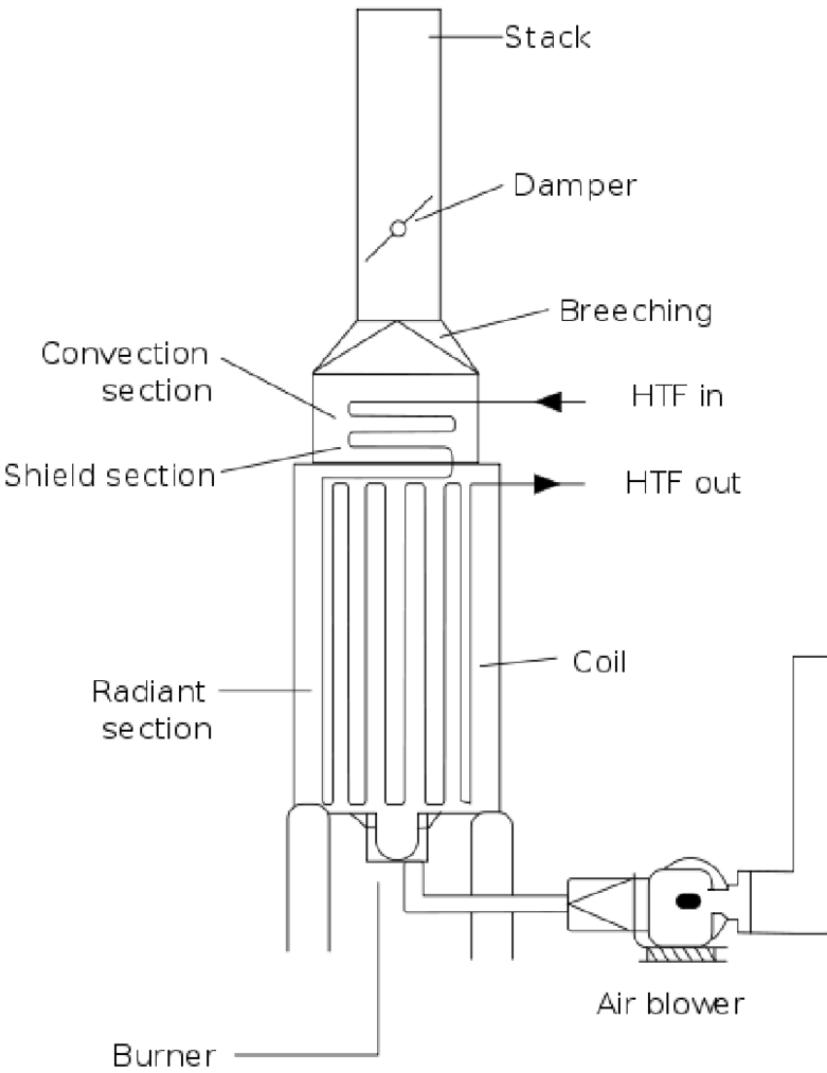
# Παράδειγμα: Φούρνος

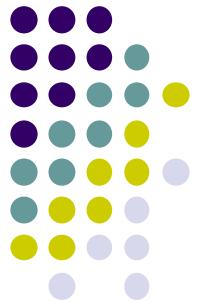


- SODS:  $G = \frac{49.9}{(14s)^2 + 214.088s + 1} e^{-17s}$

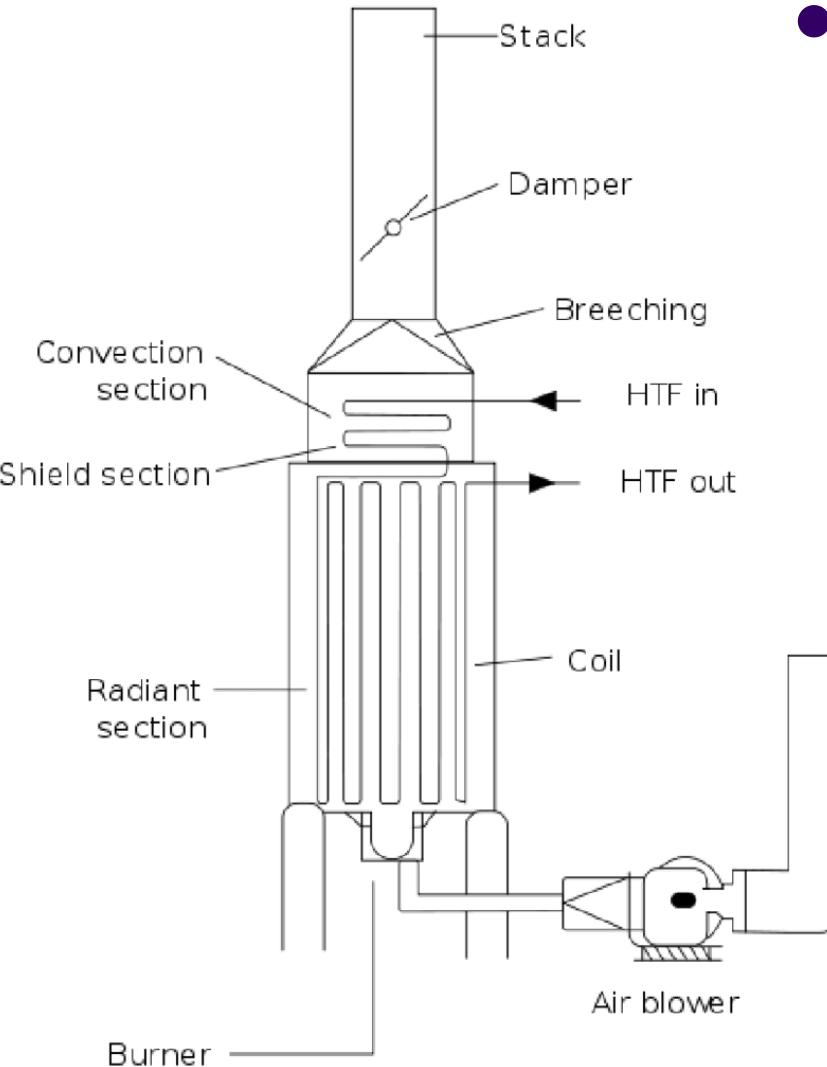


# Παράδειγμα: Φούρνος

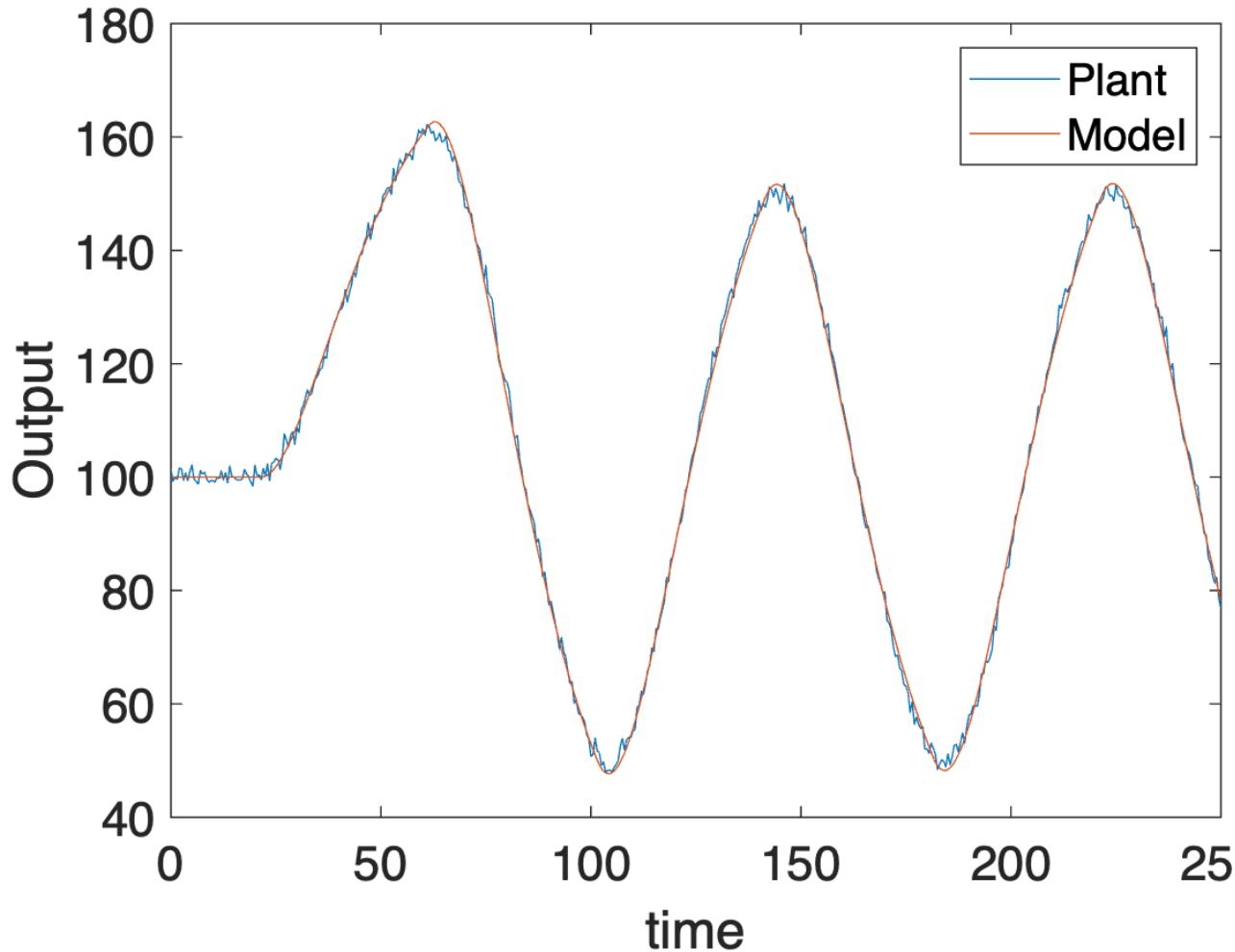




# Παράδειγμα: Φούρνος



- SODS:  $G = \frac{48.9}{(14.6s)^2 + 2 14.6 0.82s + 1} e^{-16.5s}$

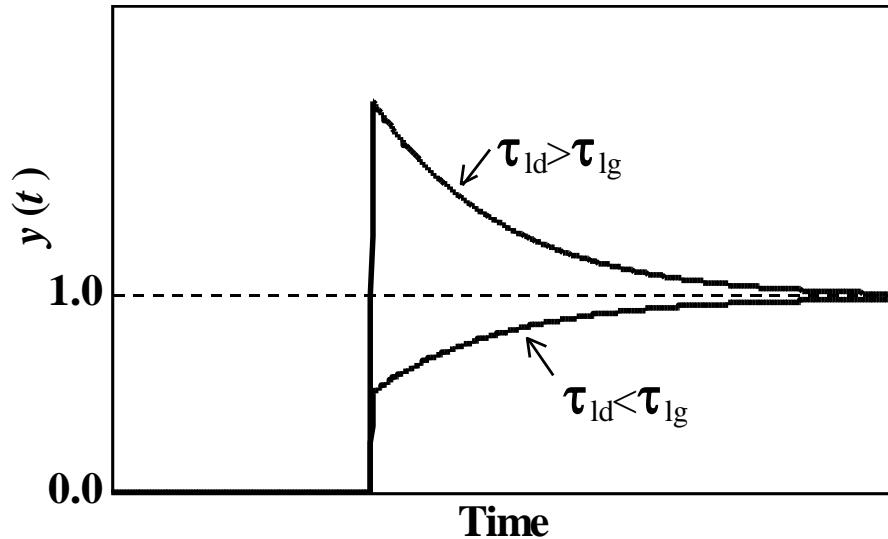
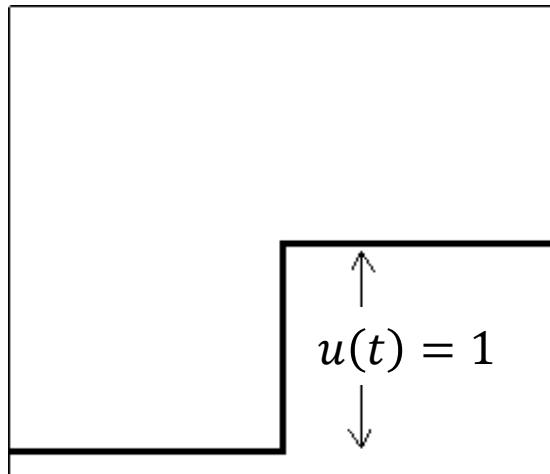


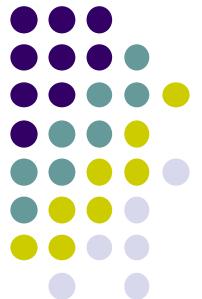


# Lead-Lag Element

$$G(s) = K \frac{\tau_{ld}s + 1}{\tau_{lg}s + 1}$$

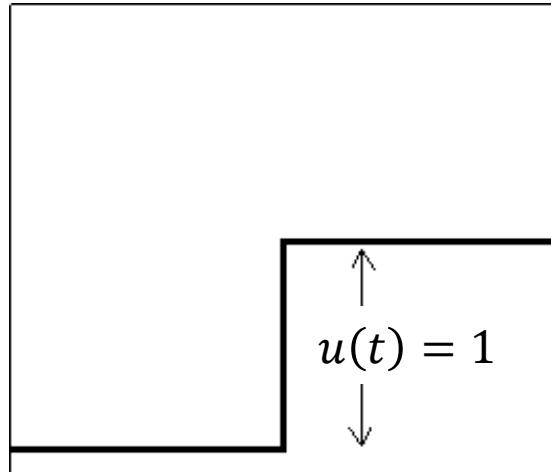
$$y = K \left( 1 - \frac{\tau_{lg} - \tau_{ld}}{\tau_{lg}} e^{-\frac{t}{\tau_{lg}}} \right)$$



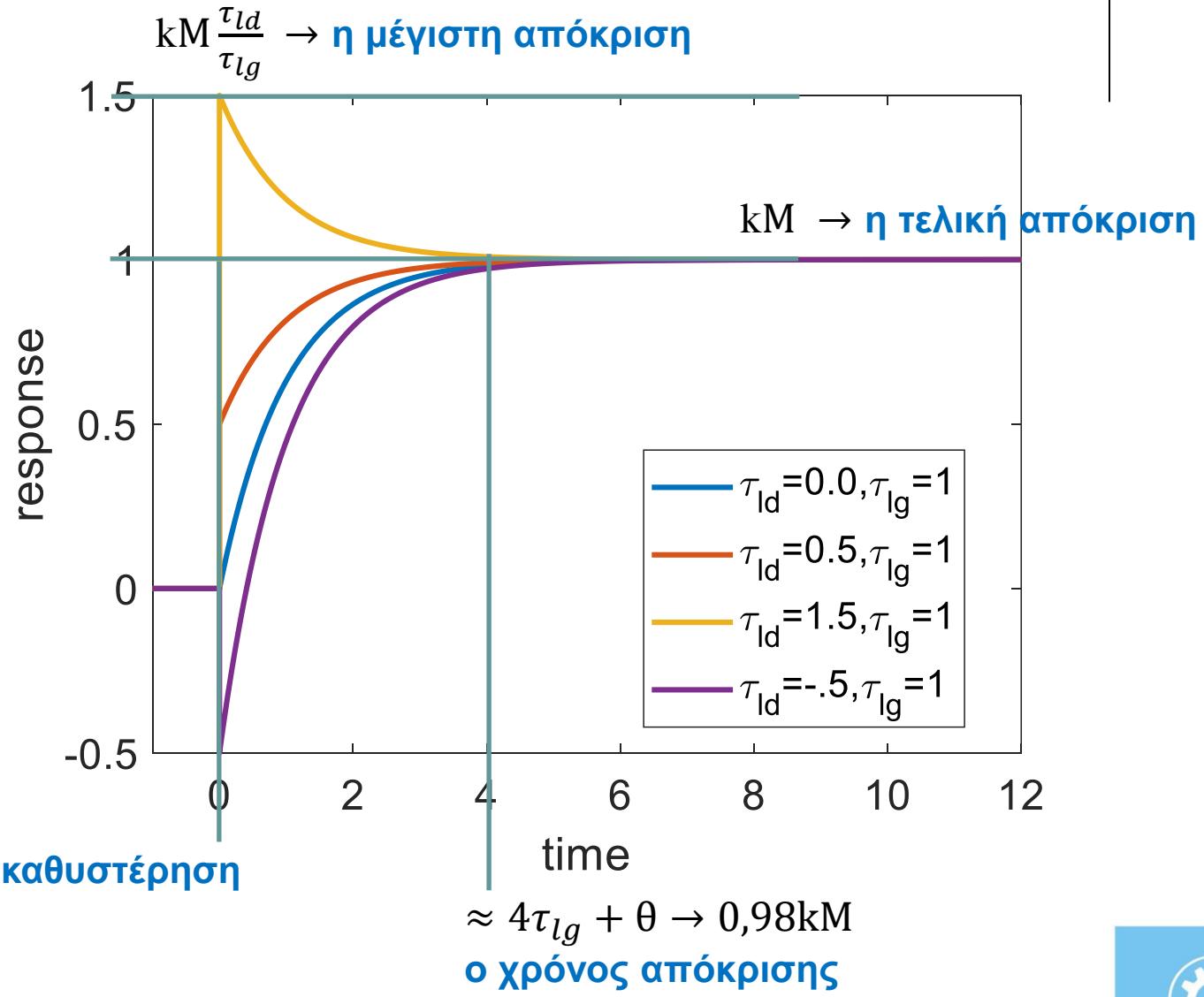


# Προβάδισμα-Υστέρηση (lead-lag)

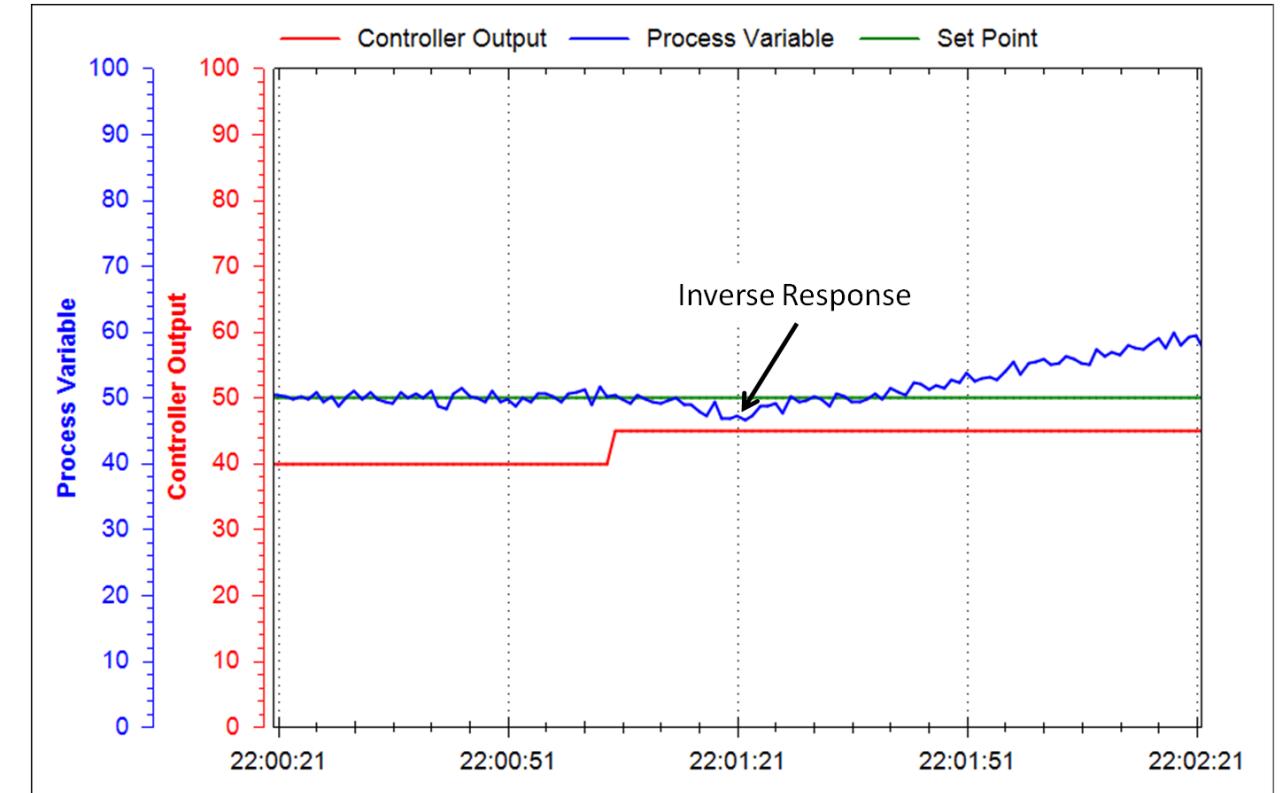
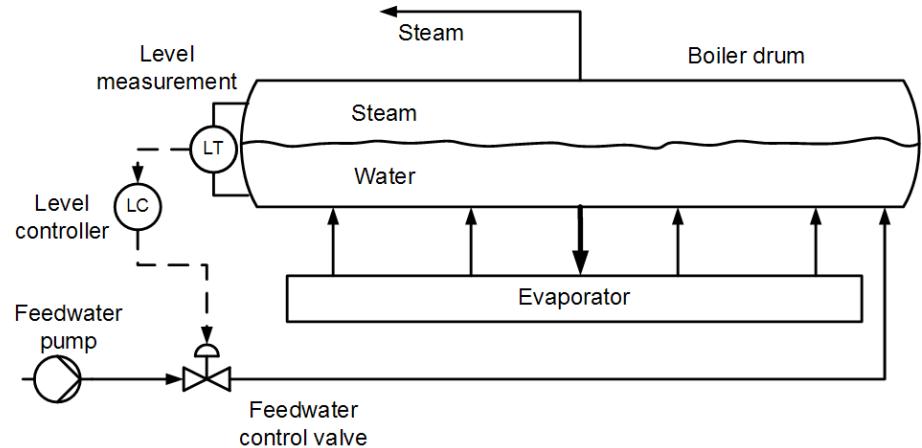
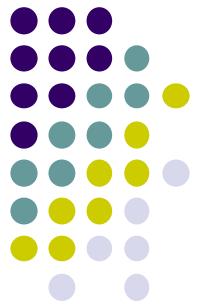
$$G(s) = \frac{\tau_{ld}s + 1}{\tau_{lg}s + 1} \quad z_1 = -1/\tau_{ld} \quad p_1 = -1/\tau_{lg}$$

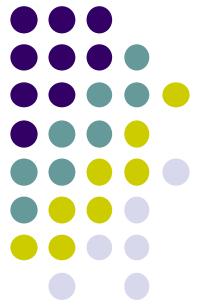


$\theta \rightarrow \text{η καθυστέρηση}$

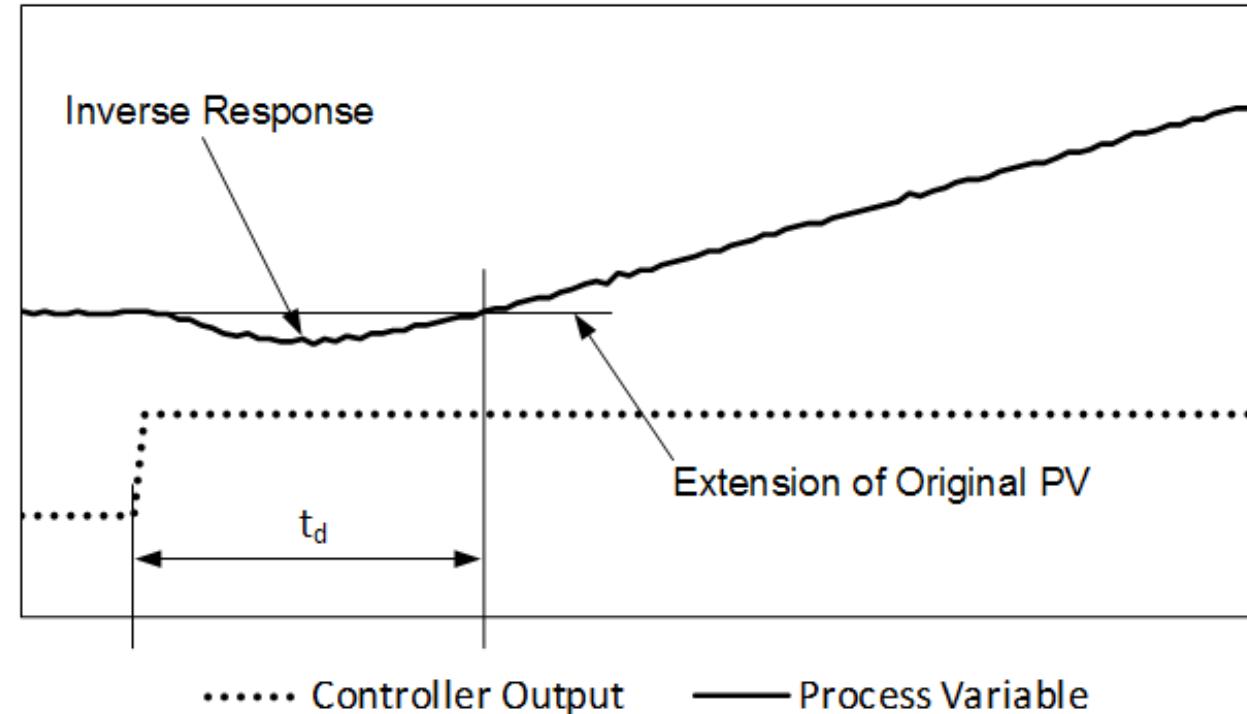
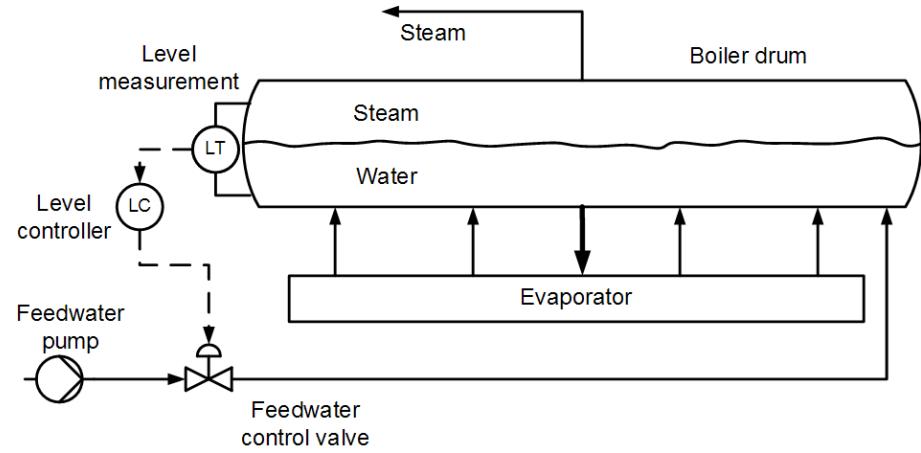


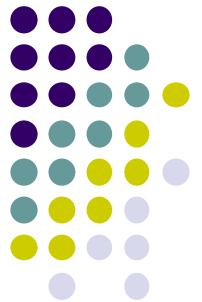
# Παράδειγμα αντίστροφης απόκρισης: Στάθμη υγρού σε αναβραστήρα



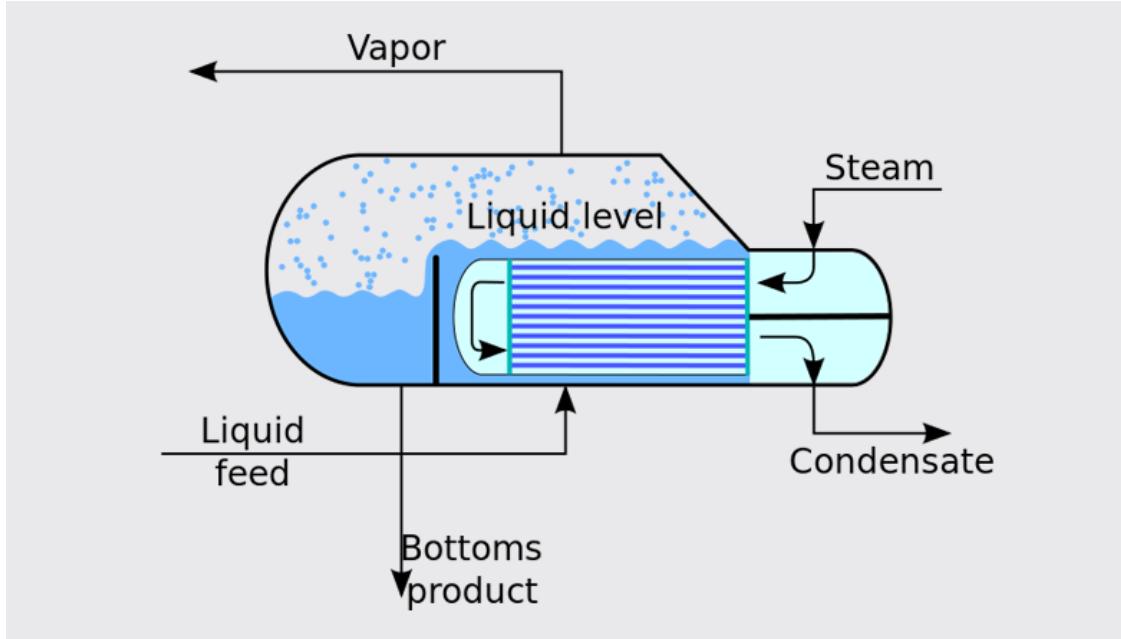


# Παράδειγμα αντίστροφης απόκρισης: Στάθμη υγρού σε αναβραστήρα





# Παράδειγμα αντίστροφης απόκρισης: Στάθμη υγρού σε αναβραστήρα

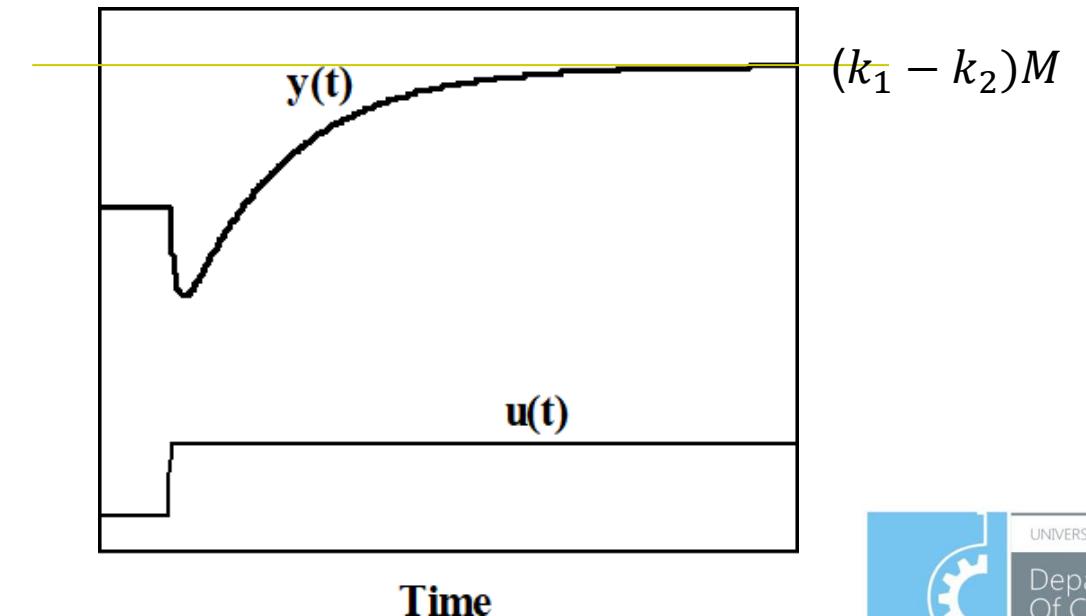


$$G = (k_1 - k_2) \frac{\frac{k_1 \tau_2 - k_2 \tau_1}{k_1 - k_2} s + 1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}$$

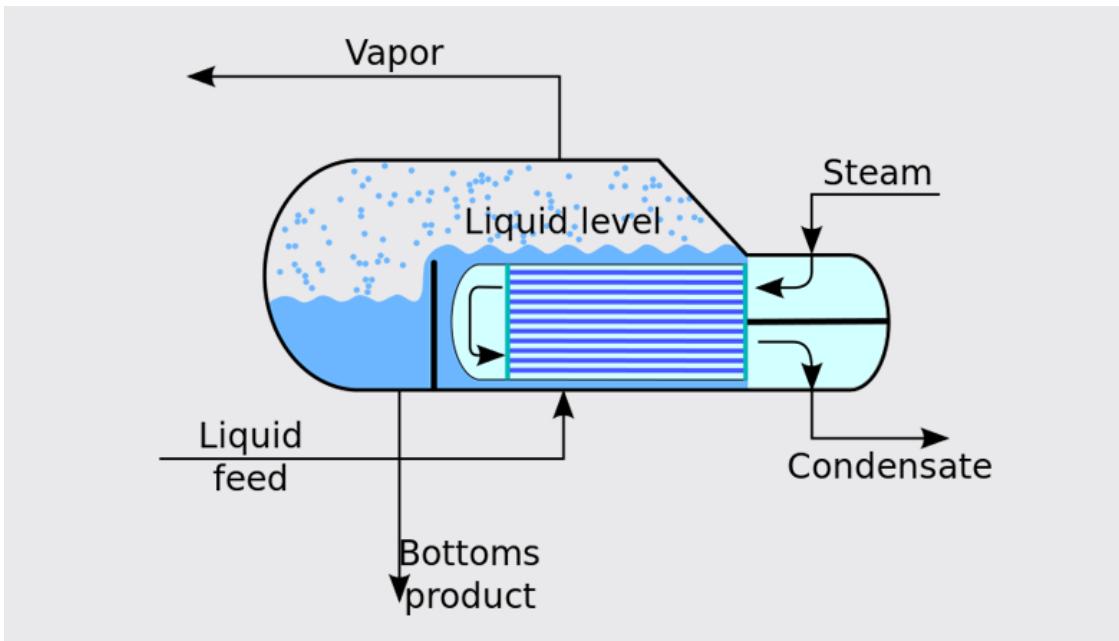
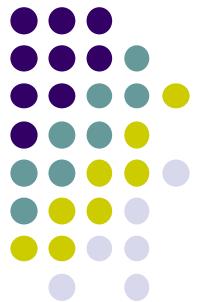
$$G(s) = \frac{k_1}{\tau_1 s + 1} - \frac{k_2}{\tau_2 s + 1}$$

$$k_1, k_2 > 0 \Rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} > \frac{k_1}{k_2} > 1$$

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} < \frac{k_1}{k_2} < 1$$



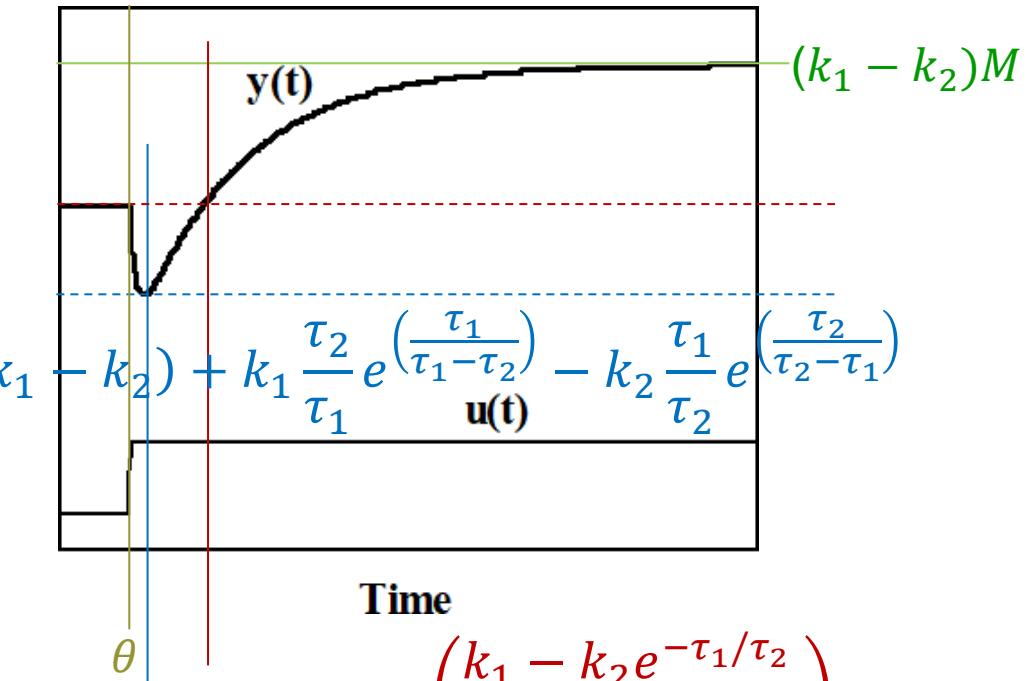
# Παράδειγμα αντίστροφης απόκρισης: Στάθμη υγρού σε αναβραστήρα



$$G = (k_1 - k_2) \frac{\frac{k_1 \tau_2 - k_2 \tau_1}{k_1 - k_2} s + 1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}$$

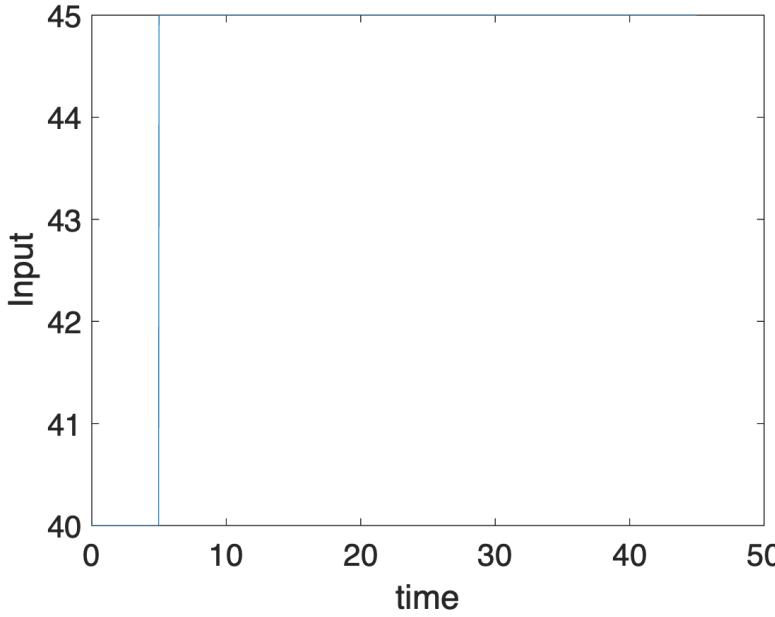
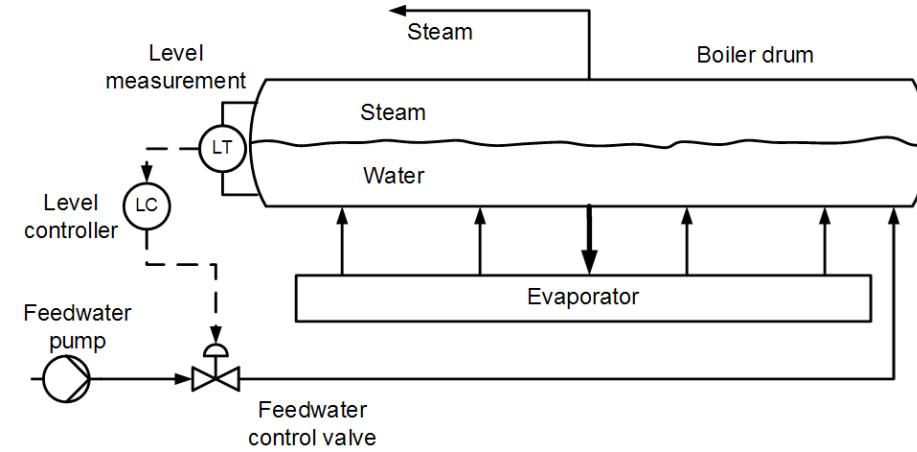
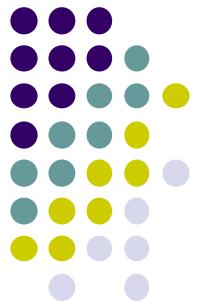
$$t_p = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \ln \left( \frac{k_2 \tau_1}{k_1 \tau_2} \right)$$

$$k_1, k_2 > 0 \Rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} > \frac{k_1}{k_2} > 1$$

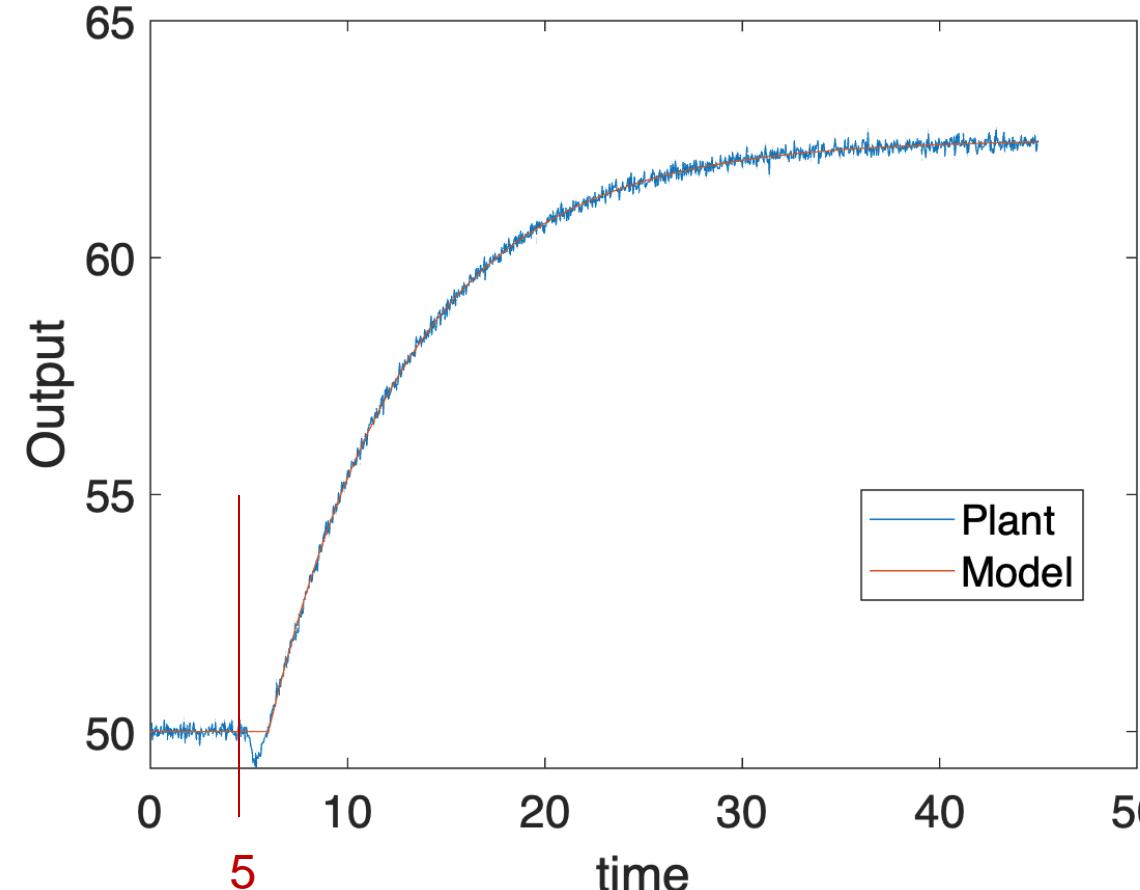


$$t_d = \tau_1 \ln \left( \frac{k_1 - k_2 e^{-\tau_1/\tau_2}}{k_1 - k_2} \right)$$

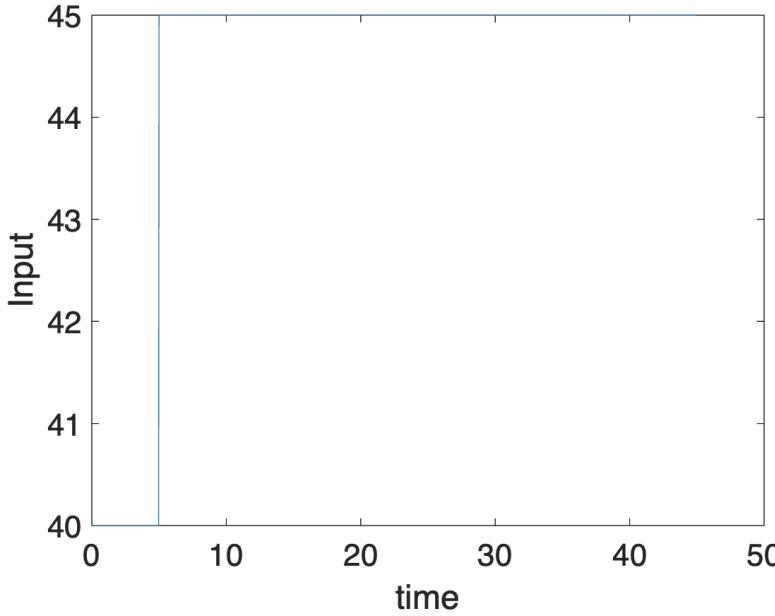
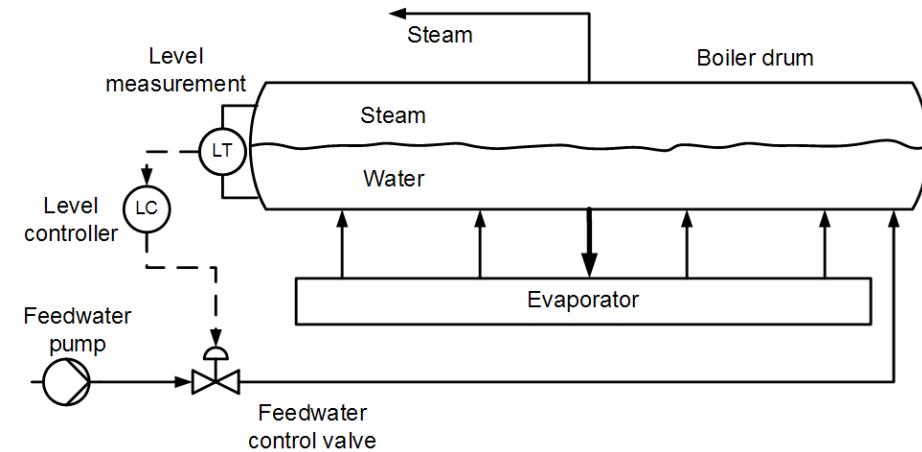
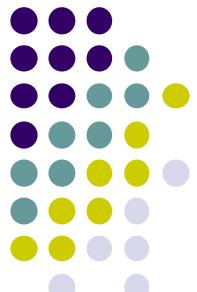
# Παράδειγμα αντίστροφης απόκρισης: Στάθμη υγρού σε αναβραστήρα



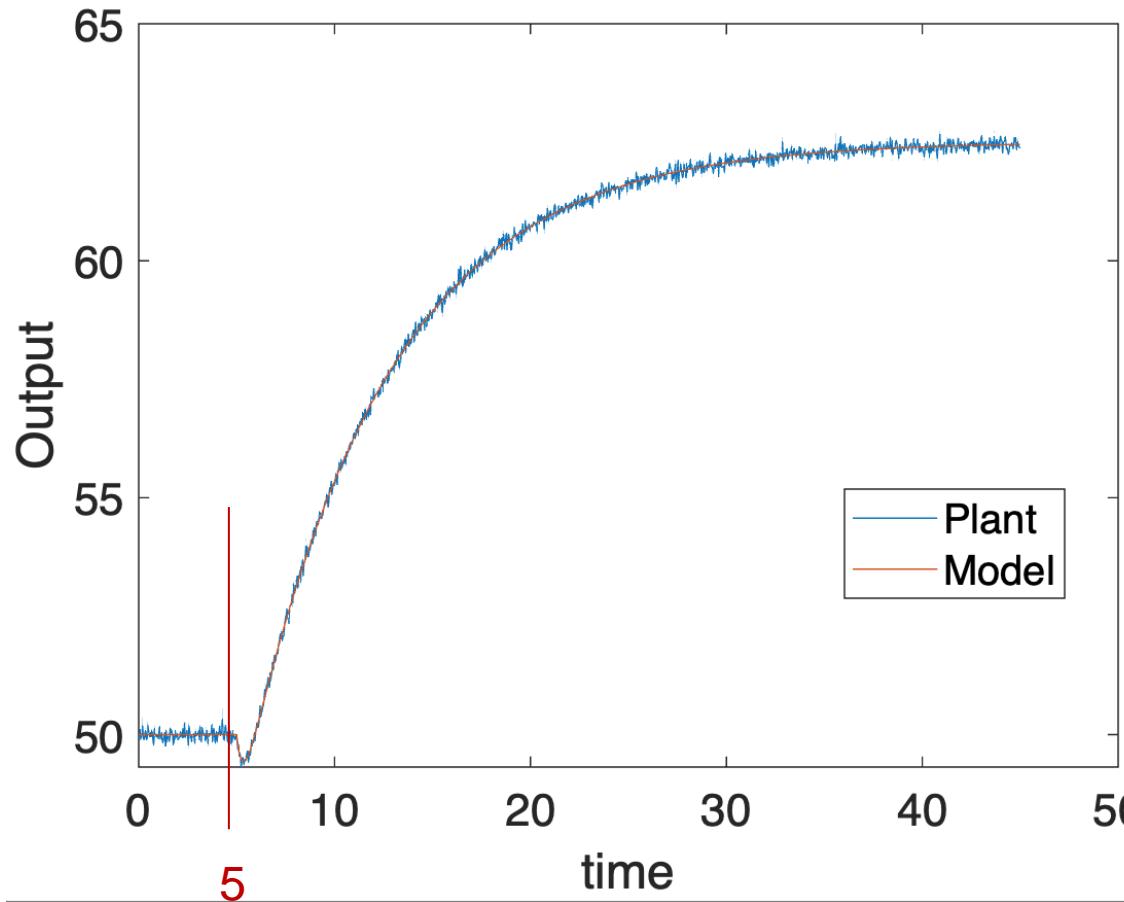
- FODS:  $G = \frac{2.5(-0.02s+1)}{7.2s+1} e^{-0.96s}$

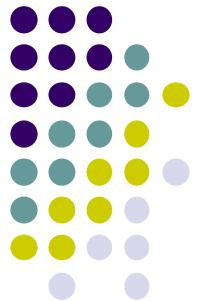


# Παράδειγμα αντίστροφης απόκρισης: Στάθμη υγρού σε αναβραστήρα

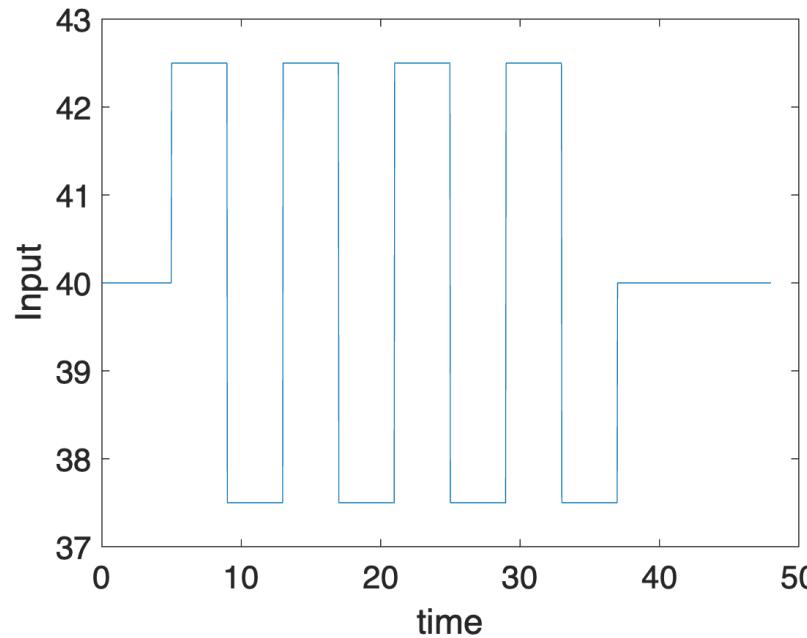
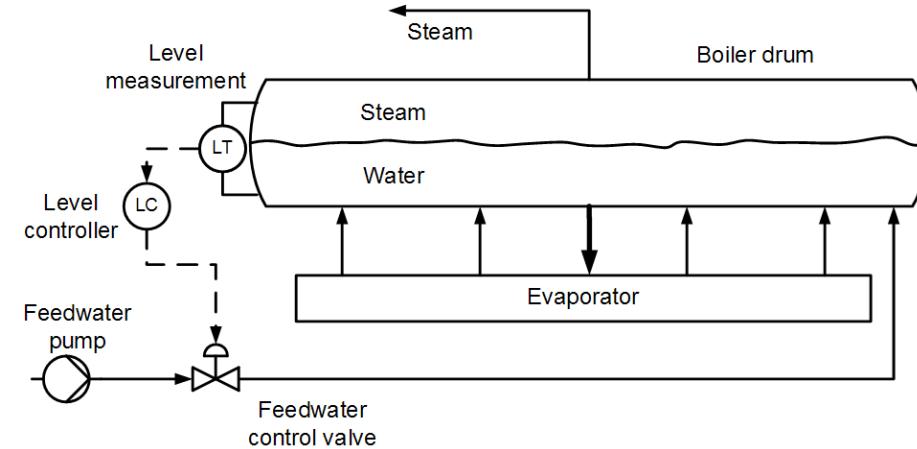


- SODS:  $G = \frac{2.5(-0.70s+1)}{(1.47s)^2 + 2.147 \cdot 2.56s + 1} e^{-0.0s}$

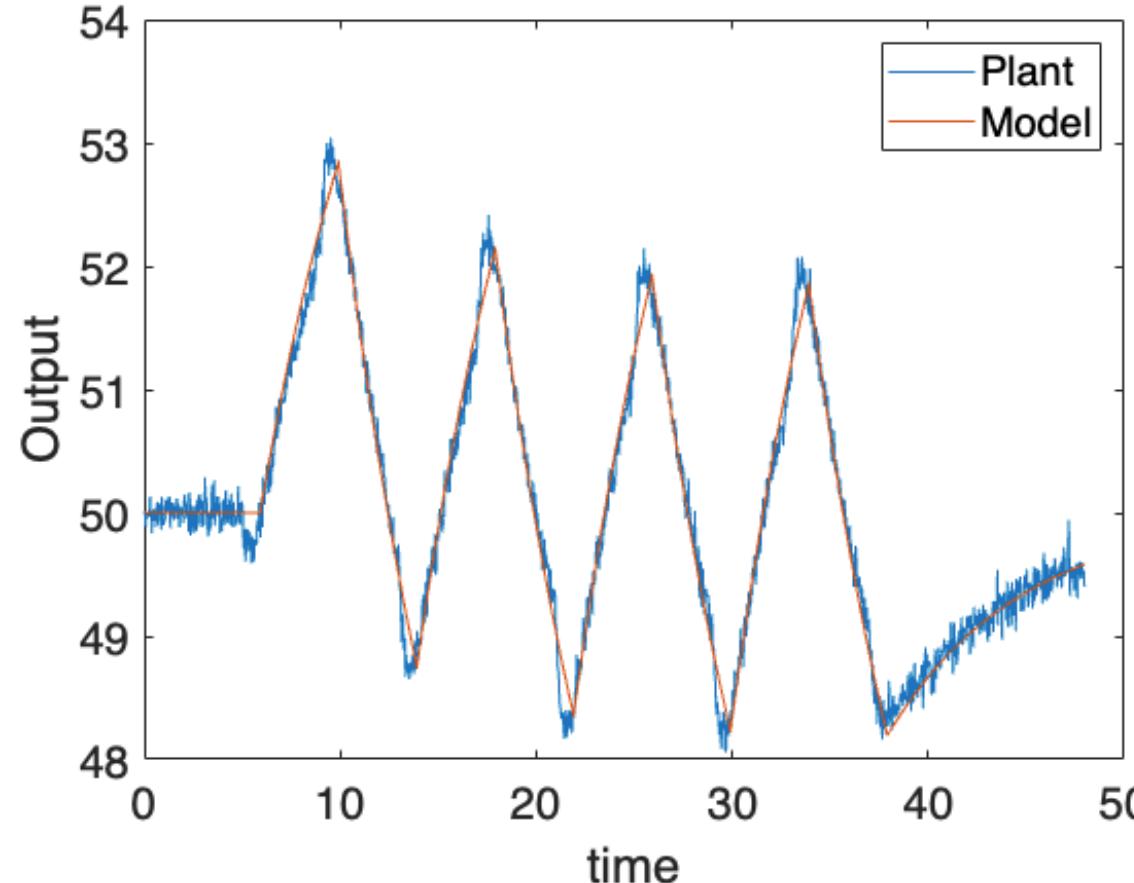




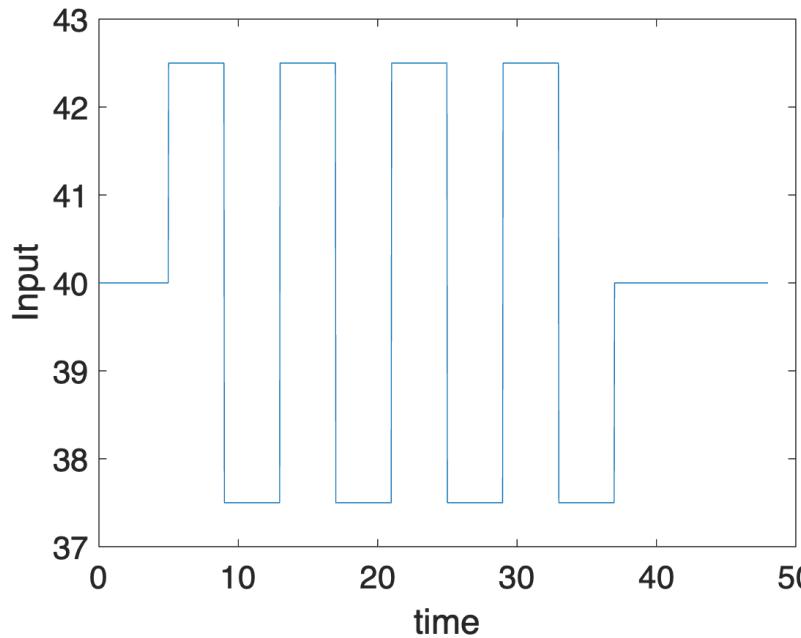
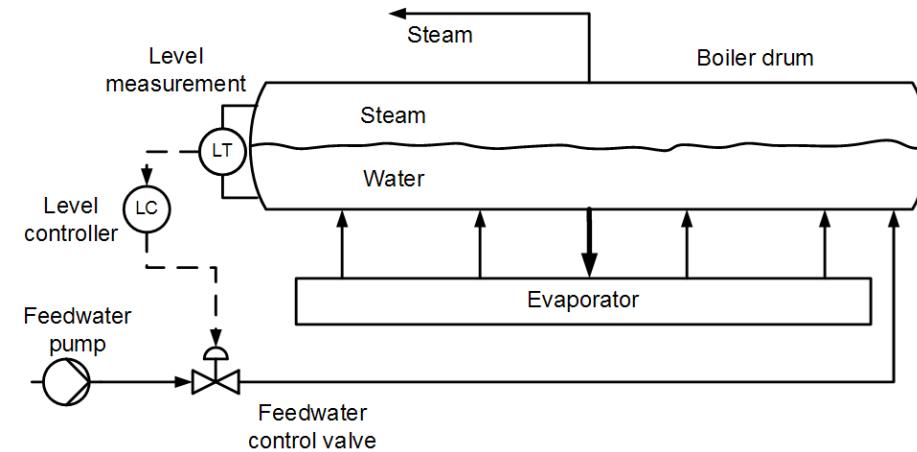
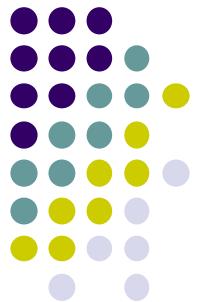
# Παράδειγμα αντίστροφης απόκρισης: Στάθμη υγρού σε αναβραστήρα



- FODS:  $G = \frac{2.6(-0.016s+1)}{6.9s+1} e^{-0.90s}$



# Παράδειγμα αντίστροφης απόκρισης: Στάθμη υγρού σε αναβραστήρα



- SODS:  $G = \frac{2.5(-0.71s+1)}{(1.5s)^2 + 2} e^{-0.0s}$

