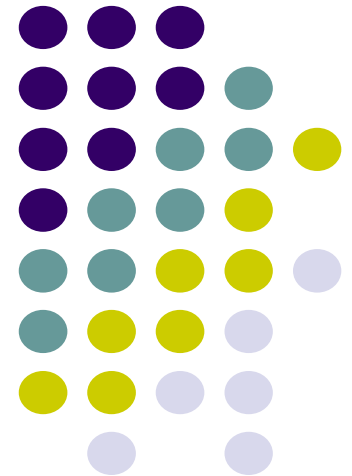


Δυναμική & Ρύθμιση Διεργασιών

Διάλεξη 13:
Ανάλυση συχνотικής απόκρισης



Βήματα της Ρύθμισης Διεργασιών, μέρος Α



1. Καθορίστε τη διεργασία που εξετάζεται

- a. Διατύπωση υποθέσεων
- b. Ταξινόμηση μεταβλητών (χειριζόμενες, διαταραχές, εσωτερικές, ελεγχόμενες, μετρούμενες)
- c. Διατύπωση μοντέλου διεργασίας
- d. Προσδιορισμός του επιθυμητού σημείου λειτουργίας
- e. Διατύπωση περιγραφής χώρου κατάστασης
- f. Διατύπωση περιγραφής συναρτήσεων μεταφοράς
- g. Αναγνώριση διεργασιών (αν χρειάζεται)

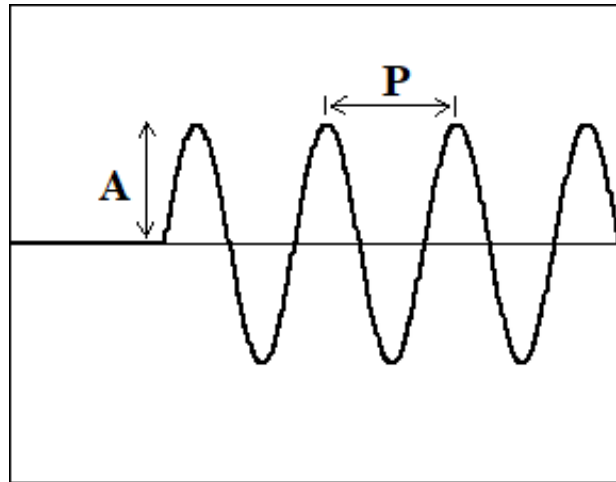
2. Ανάλυση Διεργασίας

- a. Ανάλυση παρατηρησιμότητας
- b. Ανάλυση ελεγκσιμότητας / ρυθμισιμότητας
- c. Ανάλυση ευστάθειας
- d. **Ανάλυση δυναμικής συμπεριφοράς**
 - a. Απόκριση σε παλμική αλλαγή
 - b. Απόκριση σε ημιτονική αλλαγή

Εξερεύνηση δυναμικής συμπεριφοράς



- Σημείωση: *Μεταβατική συμπεριφορά* \neq *Δυναμική συμπεριφορά*
- Η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος είναι απαραίτητο να κατανοηθεί και να βρεθεί ένα ελάχιστος αριθμός μεταβλητών που να την περιγράφουν (προσεγγιστικά).
- Για την εξερεύνηση της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος πρότυπες μεταβολές της εισόδου χρησιμοποιούνται.
 - Βήμα
 - Παλμός
 - Κρουστικός παλμός
 - Γραμμική μεταβολή
 - Ημίτονο

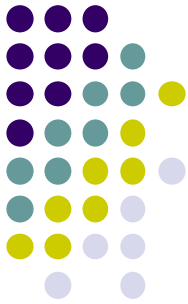


Ανάλυση συχνοτικής απόκρισης (ΑΣΑ)

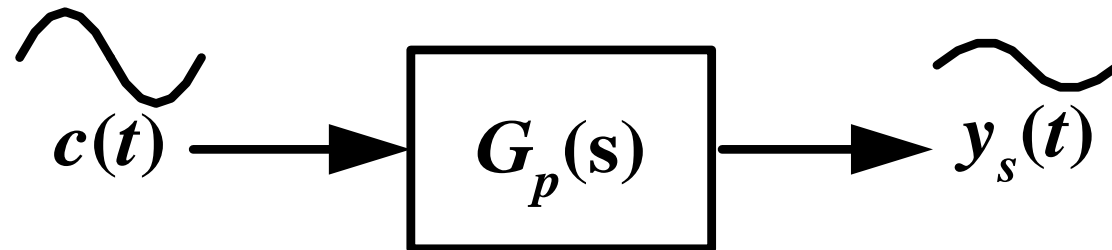


- Είναι η απόκριση μιας διεργασίας σε μια ημιτονοειδή είσοδο
$$u(t)=A \sin(\omega t)$$
- Λαμβάνει υπόψη την επίδραση της χρονικής κλίμακας της εισόδου.
- Σημαντικό για την κατανόηση της διάδοσης της μεταβλητότητας μέσω μιας διεργασίας.
- Σημαντικό για την ορολογία του πεδίου ελέγχου διεργασιών.
- Αλλά τα μαθηματικά που βλέπουμε **δεν χρησιμοποιούνται** συνήθως για βαθμονόμηση ή σχεδιασμό βιομηχανικών ελεγκτών.

Ημιτονοειδές σήμα στην διεργασία

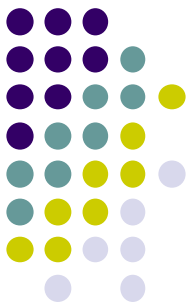


$$u(t) = A \sin(\omega t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{P} t\right)$$



$$U(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

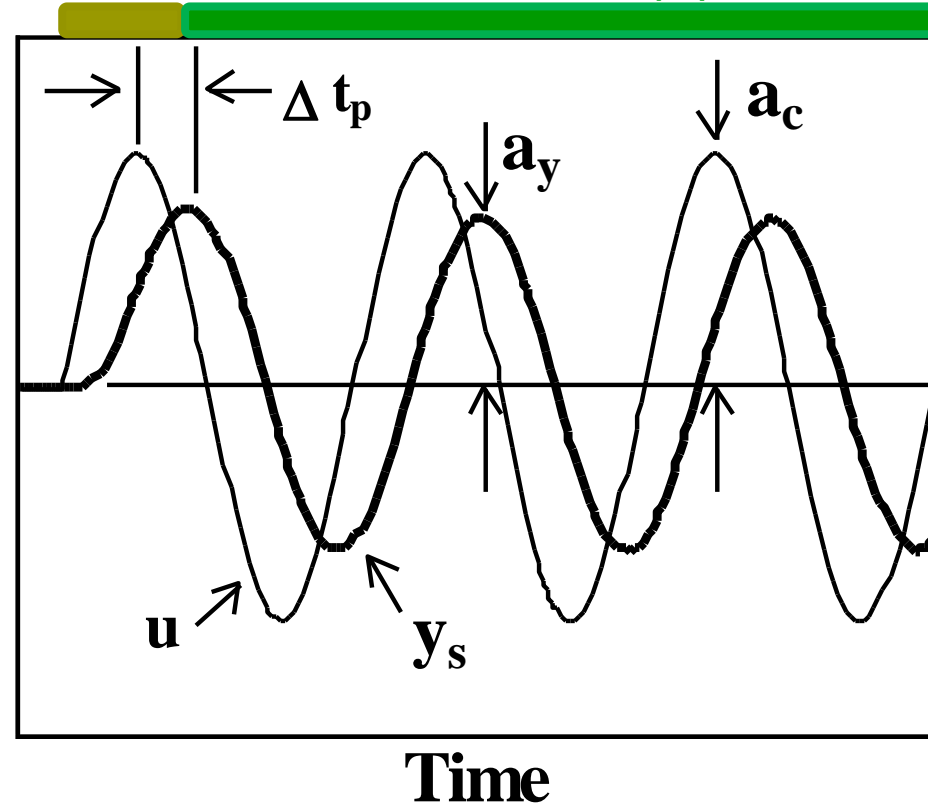
Βασικά χαρακτηριστικά στην Ανάλυση συχνοτικής απόκρισης (ΑΣΑ)



δυναμική συμπεριφορά:

“Μεταβατική”

“Μόνιμη”

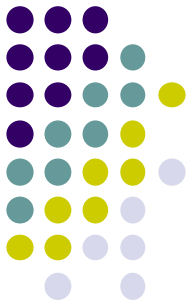


Λόγος Ενίσχυσης

$$A_r = \frac{a_y}{a_c}$$

$$\phi = \frac{\omega \Delta t_p}{2\pi} \times 360^\circ$$

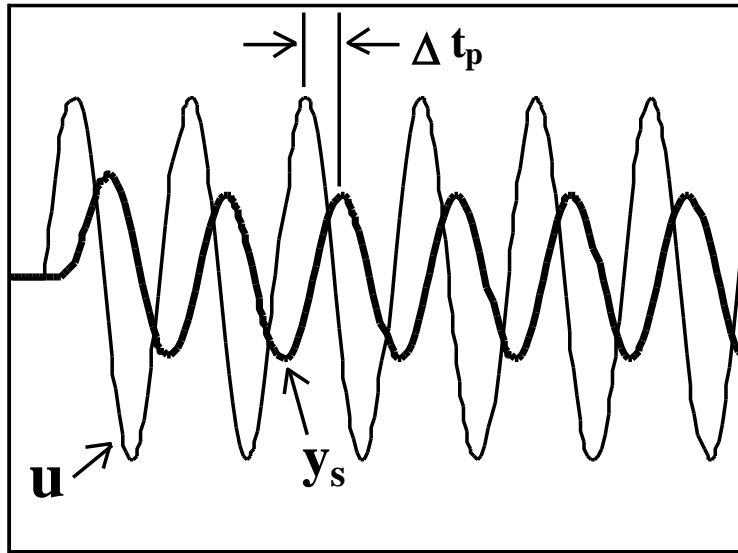
Φασική υστέρηση
ή
Υστέρηση φάσης



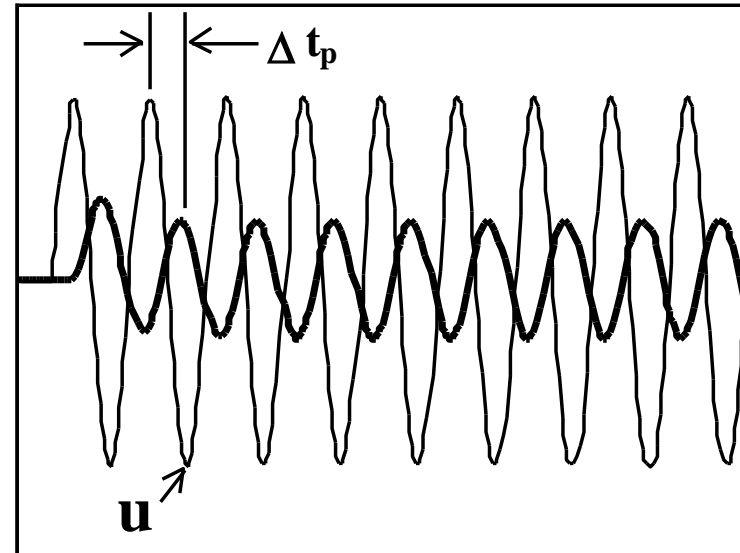
Η επίδραση της συχνότητας στα A_r και ϕ

Η συχνότητα (γωνιακή ταχύτητα ω) επιδρά

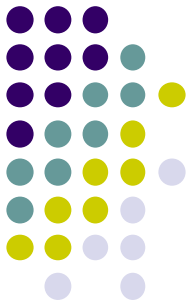
- Στην τιμή του λόγου ενίσχυσης.
- Στην υστέρηση Δt_p .



Time



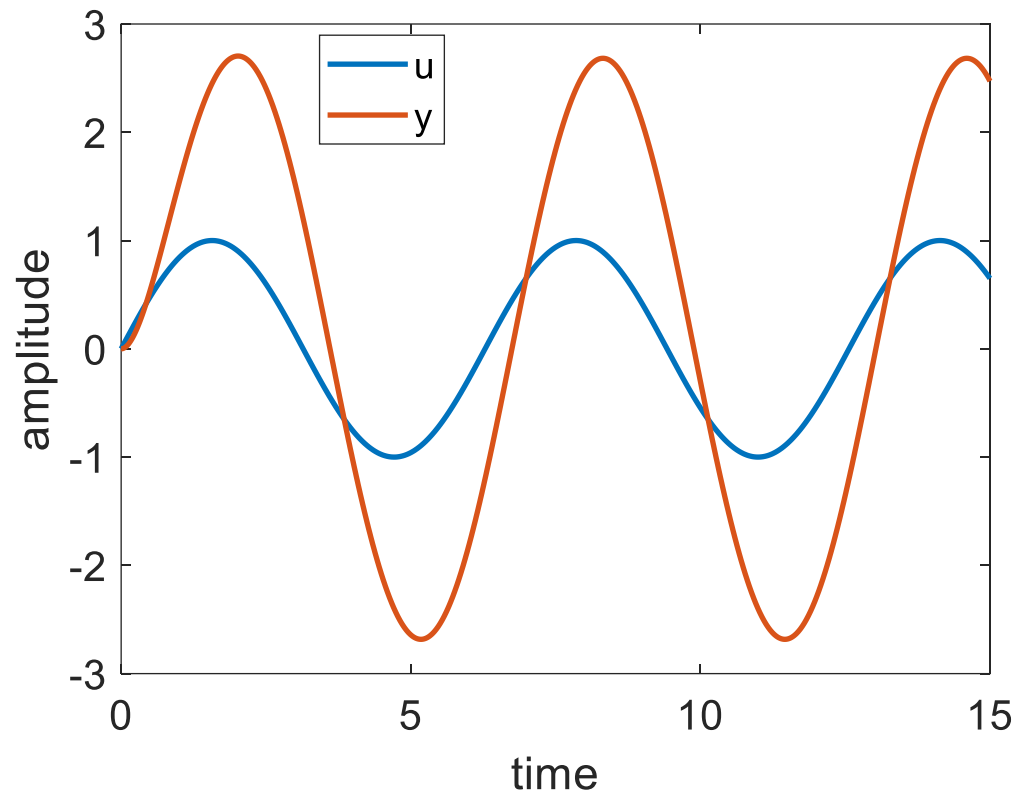
Time



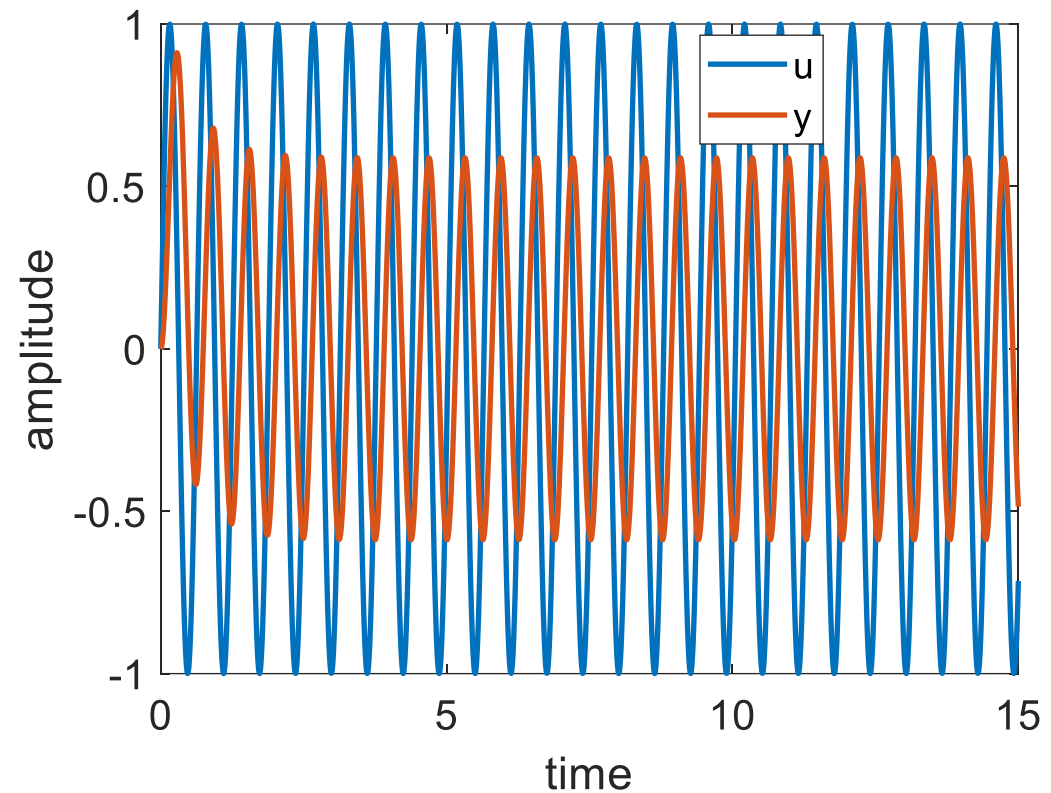
Η επίδραση της συχνότητας στα A_r και ϕ

Επιβάλλουμε $u(t) = \sin(\omega t)$ στη διεργασία $G = \frac{3}{0.5s+1}$

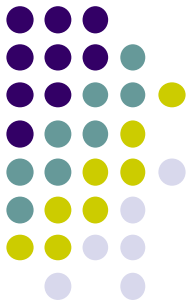
$\omega = 1$ rad/sec



$\omega = 10$ rad/sec

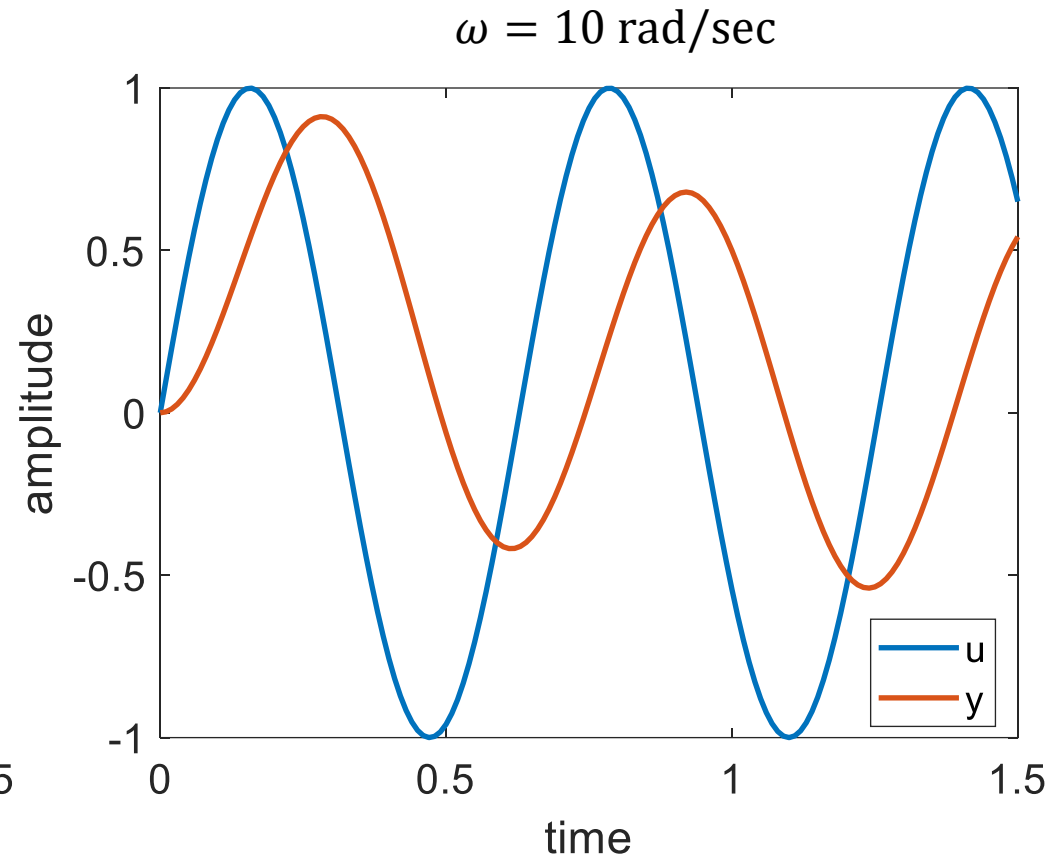
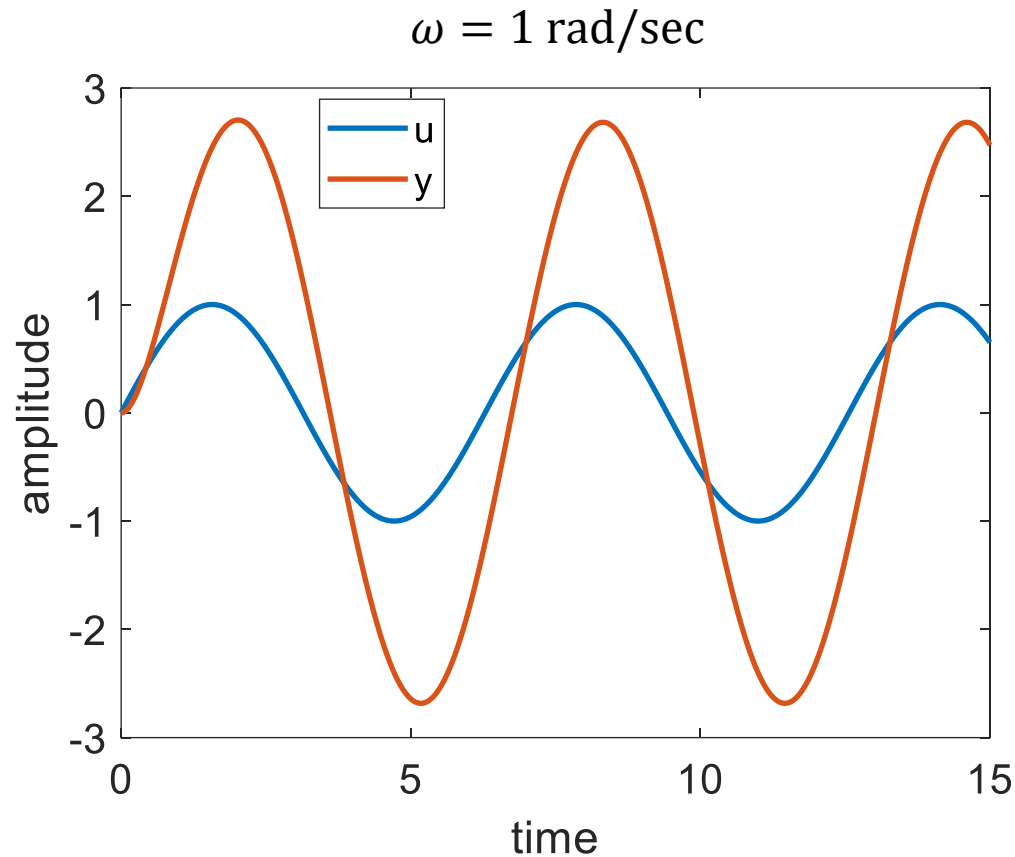


Μειώνεται ο ΛΕ και άλλο, το Δt μεγαλώνει αλλά το $\phi = \Delta t \omega$ μεγαλώνει...

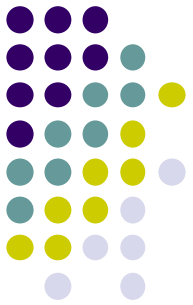


Η επίδραση της συχνότητας στα A_r και ϕ

Επιβάλλουμε $u(t) = \sin(\omega t)$ στη διεργασία $G = \frac{3}{0.5s+1}$



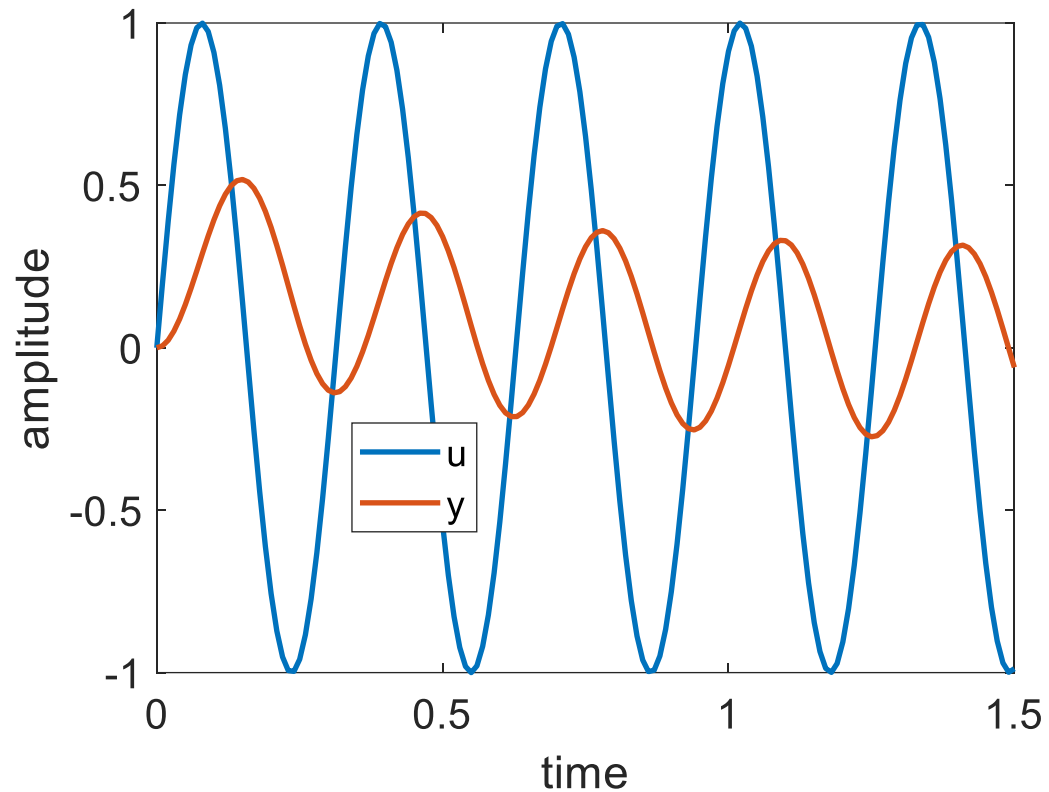
Μειώνεται ο ΛΕ και άλλο, το Δt μεγαλώνει αλλά το $\phi = \Delta t \omega$ μεγαλώνει...



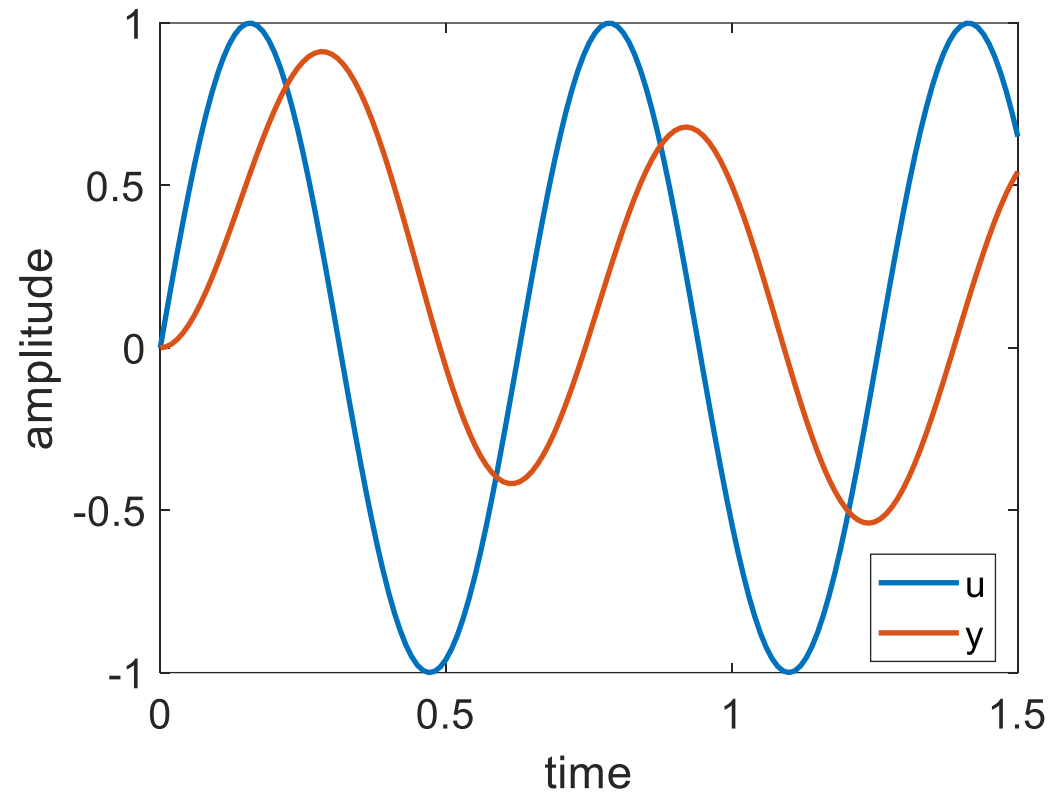
Η επίδραση της συχνότητας στα A_r και ϕ

Επιβάλλουμε $u(t) = \sin(\omega t)$ στη διεργασία $G = \frac{3}{0.5s+1}$

$\omega = 20 \text{ rad/sec}$

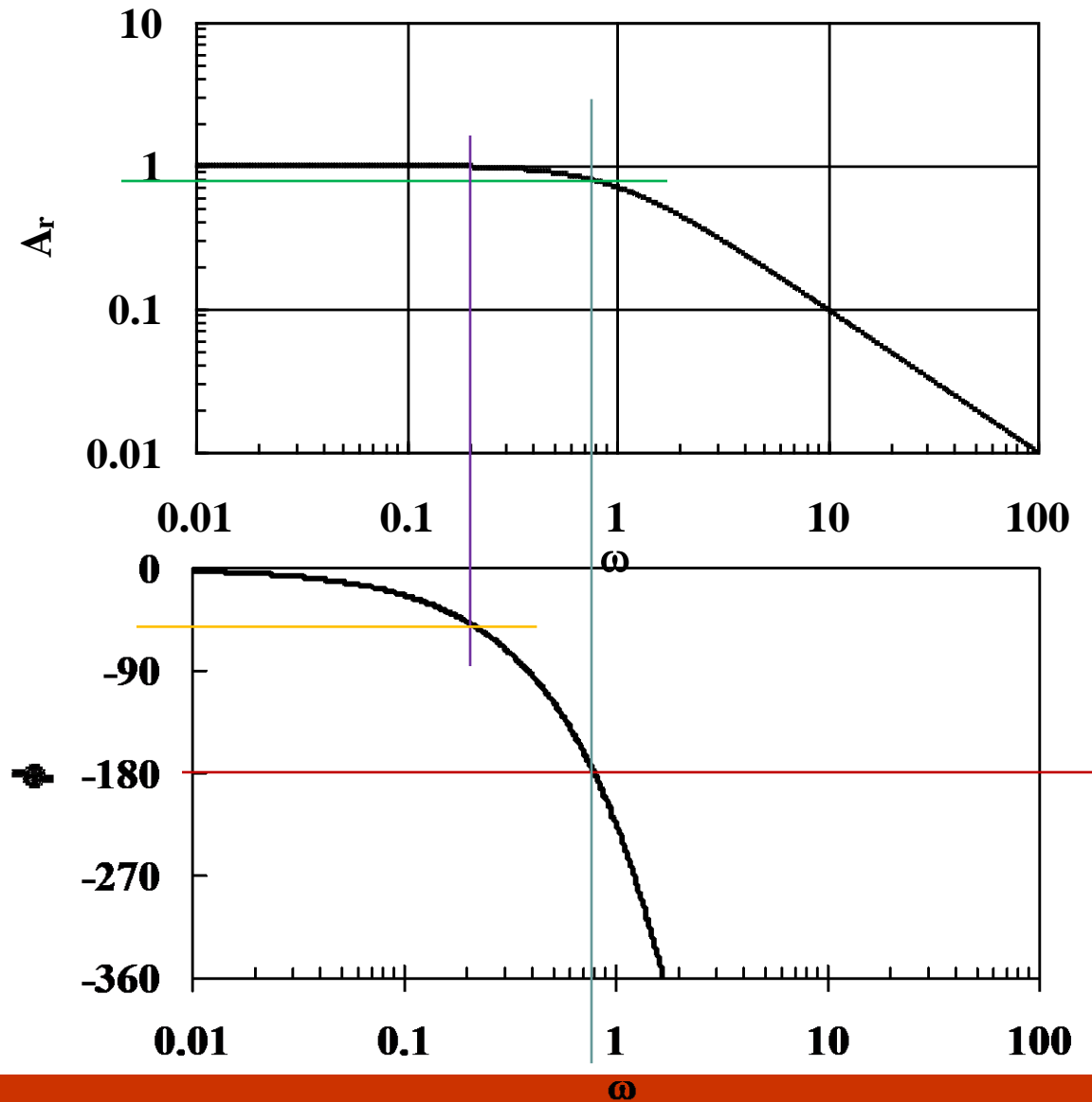


$\omega = 10 \text{ rad/sec}$

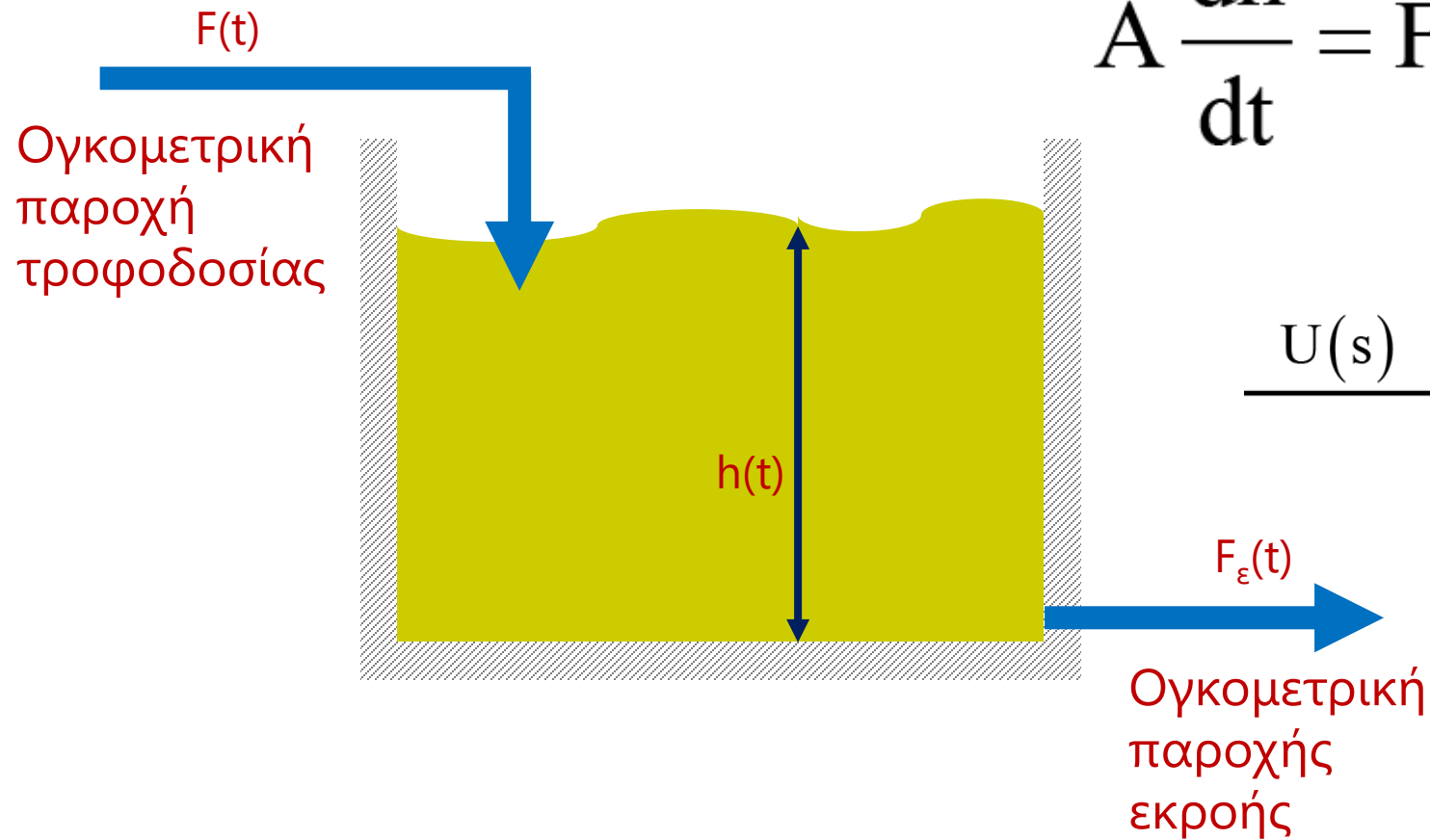
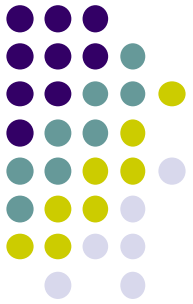


Μειώνεται ο ΛΕ και άλλο, το Δt μικραίνει αλλά το $\phi = \Delta t \omega$ μεγαλώνει...

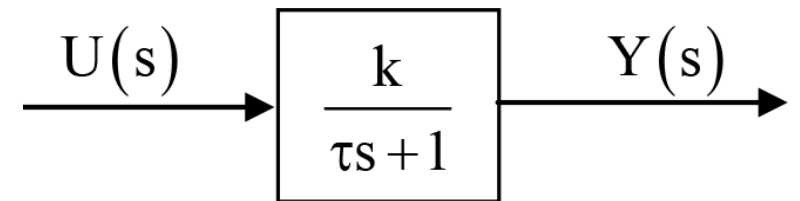
Διάγραμμα Bode: Συμπυγμένος τρόπος παρουσίασης A_r και ϕ συναρτήση ω



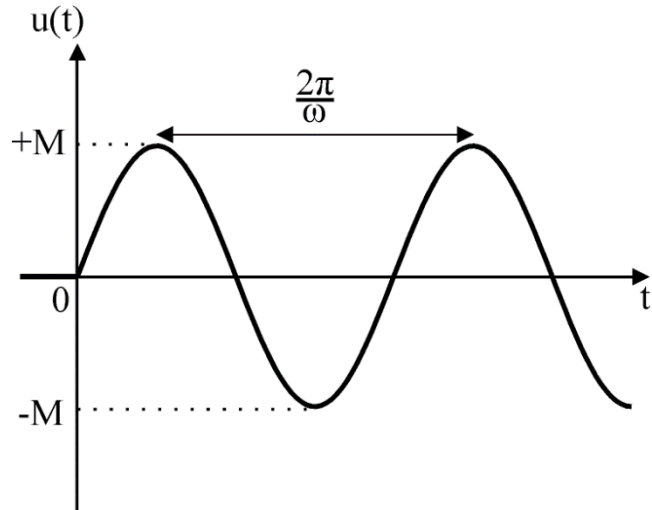
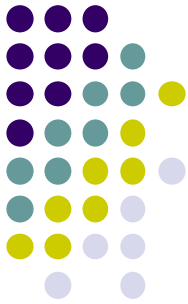
Παράδειγμα: Δεξαμενή Υγρού



$$A \frac{dh}{dt} = F - F_\epsilon$$



Απόκριση συστήματος 1^{ης} τάξης σε ημιτονοειδή μεταβολή της εισόδου



$$u(t) = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ M \sin \omega t & , t \geq 0 \end{cases}$$

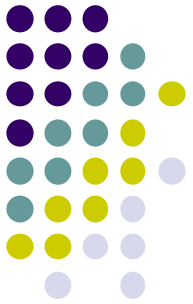
$$U(s) = \frac{M\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$Y(s) = \frac{k}{\tau s + 1} \frac{M\omega}{s^2 + \omega^2} = \frac{kM\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} - \frac{kM\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} \cdot \frac{s}{s^2 + \omega^2} + \frac{kM}{1 + \tau^2\omega^2} \cdot \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$y(t) = \left[\frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} \cos \omega t + \frac{1}{1 + \tau^2\omega^2} \sin \omega t \right] kM$$

δυναμική συμπεριφορά: “Μεταβατική” “Μόνιμη”

Απόκριση συστήματος 1^{ης} τάξης σε ημιτονοειδή μεταβολή της εισόδου



$$p \cos \omega t + q \sin \omega t = \sqrt{p^2 + q^2} \sin(\omega t + \phi) \text{ όπου } \phi = \tan^{-1} \left(\frac{p}{q} \right)$$

$$y(t) = \left(\frac{\tau \omega}{1 + \tau^2 \omega^2} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}} \sin(\omega t + \phi) \right) kM, \text{ όπου } \phi = \tan^{-1}(-\tau \omega) = -\tan^{-1}(\tau \omega)$$

$$y(t) \approx \frac{\sin(\omega t + \phi)}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}} kM,$$

“Μόνιμη” απόκριση

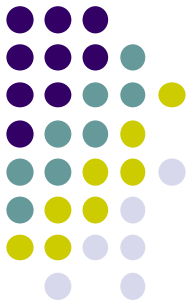
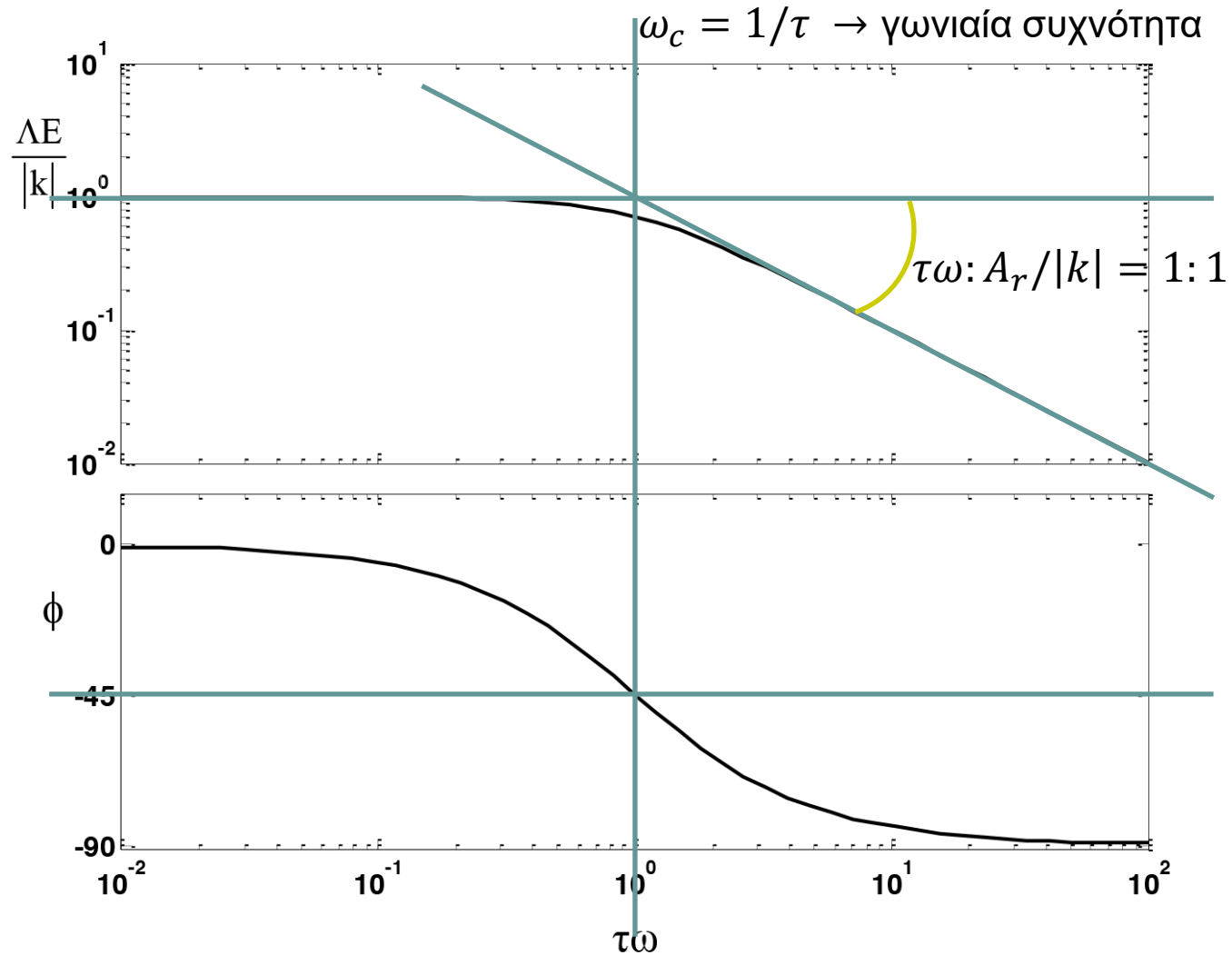
$$u(t) = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ M \sin \omega t & , t \geq 0 \end{cases}$$

$$\Lambda.E. = \frac{\text{Πλάτος Εξόδου}}{\text{Πλάτος Εισόδου}} = \frac{|k|}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}}$$

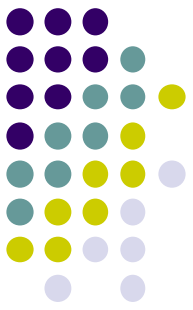
Συλλέγω αυτή τη πληροφορία

Διαγράμματα Bode

Συμπύσσει την πληροφορία ποια θα είναι η μόνιμη απόκριση του συστήματος σε κάθε ημίτονο



Ανάπτυξη διαγράμματος Bode από την Συνάρτηση Μεταφοράς



Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα αντικατάστασης

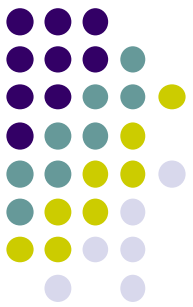
- Αντικαθιστάτε $s=i\omega$ στην $G_p(s)$
- Χωρίζετε σε πραγματικό και φανταστικό μέρος

$$G_p(i\omega) = R(\omega) + iI(\omega)$$

$$A_r(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \left[\frac{I(\omega)}{R(\omega)} \right]$$

Εύρεση του διαγράμματος Bode για διεργασία 1^{ης}-τάξης



$$G_p(s) = \frac{K_p}{\tau_p s + 1} \quad G_p(i\omega) = \frac{K_p}{i\omega\tau_p + 1}$$

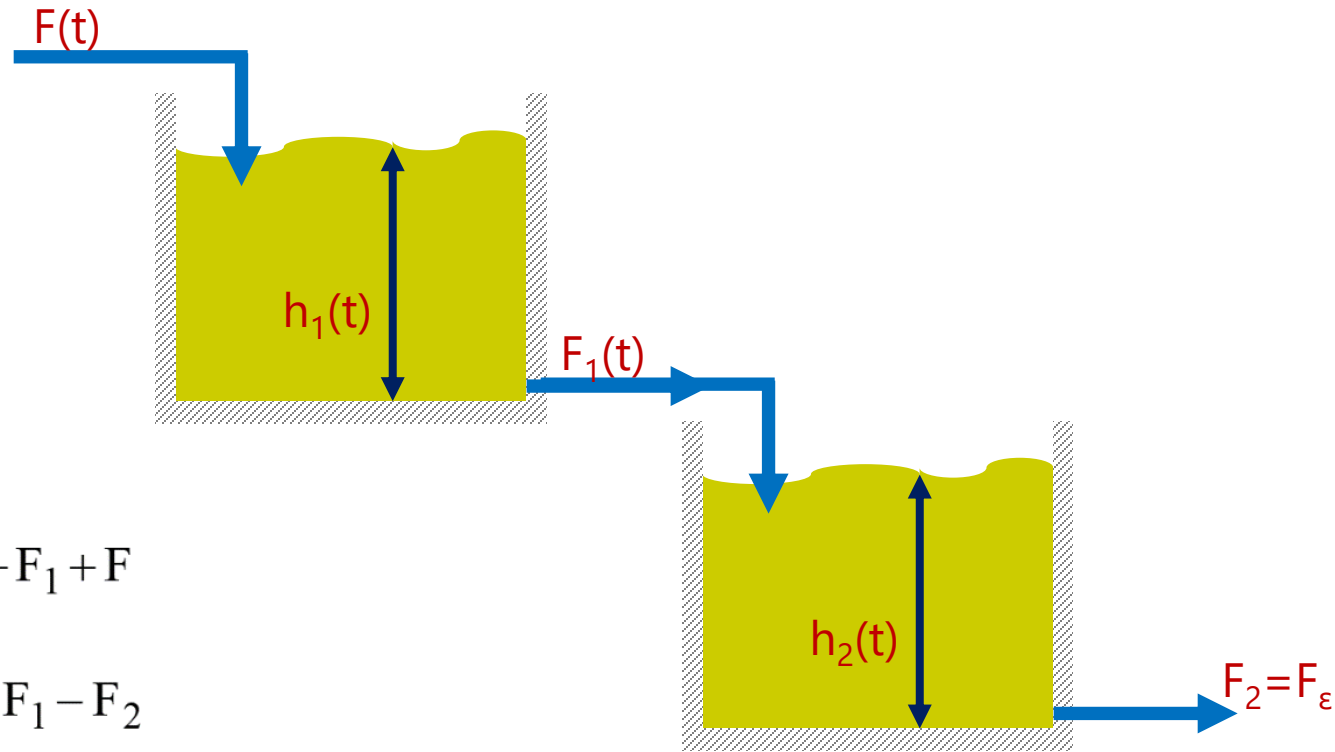
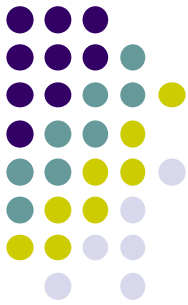
After rationalization

$$G_p(i\omega) = \frac{K_p}{\omega^2\tau_p^2 + 1} - i \frac{K_p\omega\tau_p}{\omega^2\tau_p^2 + 1}$$

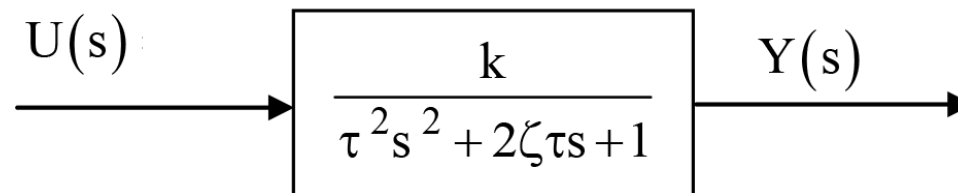
$$A_r(\omega) = \frac{\sqrt{K_p^2 + K_p^2\omega^2\tau_p^2}}{\omega^2\tau_p^2 + 1} = \frac{K_p}{\sqrt{\omega^2\tau_p^2 + 1}}$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1}(-\omega\tau_p)$$

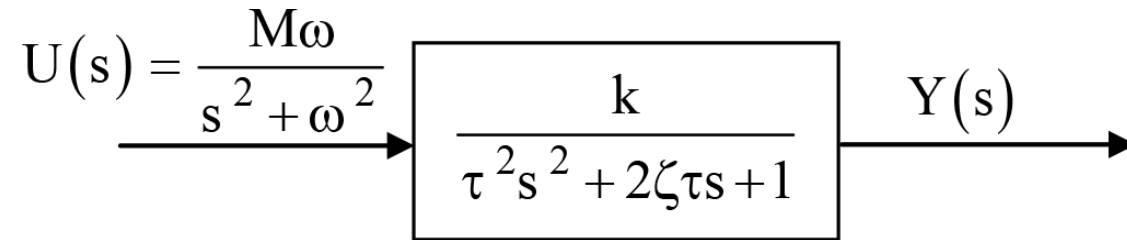
Σύνδεση σε σειρά: Σύστημα 2^{ης} τάξης



$$\begin{cases} A_1 R_1 \frac{dF_1}{dt} = -F_1 + F \\ A_2 R_2 \frac{dF_2}{dt} = F_1 - F_2 \\ F_\varepsilon = F_2 \end{cases}$$



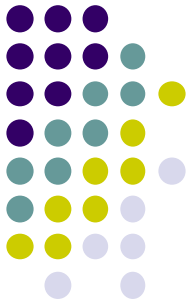
Συχνοτική απόκριση συστημάτων 2^{ης} τάξης



$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{k}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} \cdot \frac{M\omega}{s^2 + \omega^2} \right]$$

Συχνοτική απόκριση ΣΜ 2^{ης} τάξης :

Τρόπος Α



- Για $0 \leq \zeta < 1$,

$$y(t) = \frac{(1 - \tau^2 \omega^2) \sin \omega t - (2\zeta \tau \omega) \cos \omega t + \tau \omega \left[2\zeta \cos \left(\frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\tau} t \right) + \frac{2\zeta^2 - 1 + \tau^2 \omega^2}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \left(\frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\tau} t \right) \right] e^{-\frac{\zeta}{\tau} t}}{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta \tau \omega)^2} \text{ kM}$$

- Για $\zeta = 1$,

$$y(t) = \frac{(1 - \tau^2 \omega^2) \sin \omega t - (2\tau \omega) \cos \omega t + 2\tau \omega e^{-\frac{t}{\tau}} + (1 + \tau^2 \omega^2) \omega t e^{-\frac{t}{\tau}}}{(1 + \tau^2 \omega^2)^2} \text{ kM}$$

- Για $\zeta > 1$,

$$y(t) = \frac{(1 - \tau^2 \omega^2) \sin \omega t - (2\zeta \tau \omega) \cos \omega t + \tau \omega \left[2\zeta \cosh \left(\frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau} t \right) + \frac{2\zeta^2 - 1 + \tau^2 \omega^2}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \sinh \left(\frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau} t \right) \right] e^{-\frac{\zeta}{\tau} t}}{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta \tau \omega)^2} \text{ kM}$$

δυναμική συμπεριφορά:

“Μόνιμη”

“Μεταβατική”

Συχνοτική απόκριση ΣΜ 2^{ης} τάξης :

Τρόπος Α



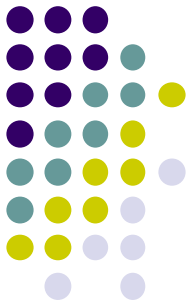
$$y(t) \approx \frac{(1 - \tau^2 \omega^2) \sin \omega t - (2\zeta \tau \omega) \cos \omega t}{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta \tau \omega)^2} kM, \quad \text{για μεγάλο } t.$$

$$y(t) \approx \frac{\sin(\omega t + \phi)}{\sqrt{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta \tau \omega)^2}} kM \quad \text{για μεγάλο } t.$$

$$\text{όπου } \phi = -\tan^{-1}\left(\frac{2\zeta \tau \omega}{1 - \tau^2 \omega^2}\right) \quad \text{ή} \quad \phi = -\cos^{-1}\left(\frac{1 - \tau^2 \omega^2}{\sqrt{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta \tau \omega)^2}}\right)$$

Άρα: για κάθε ω

$$\Lambda E = \frac{|k|}{\sqrt{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta \tau \omega)^2}} \quad \phi = -\tan^{-1}\left(\frac{2\zeta \tau \omega}{1 - \tau^2 \omega^2}\right)$$



Συχνοτική απόκριση ΣΜ 2^{ης} τάξης :

Τρόπος Β

$$G(s) = \frac{k}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1} \Rightarrow G(i\omega) = \frac{k}{-\tau^2 \omega^2 + 2\tau\zeta \omega i + 1} \Rightarrow$$

$$G(i\omega) = k \frac{1 - \tau^2 \omega^2 - 2\tau\zeta \omega i}{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\tau\zeta \omega)^2} \Rightarrow$$

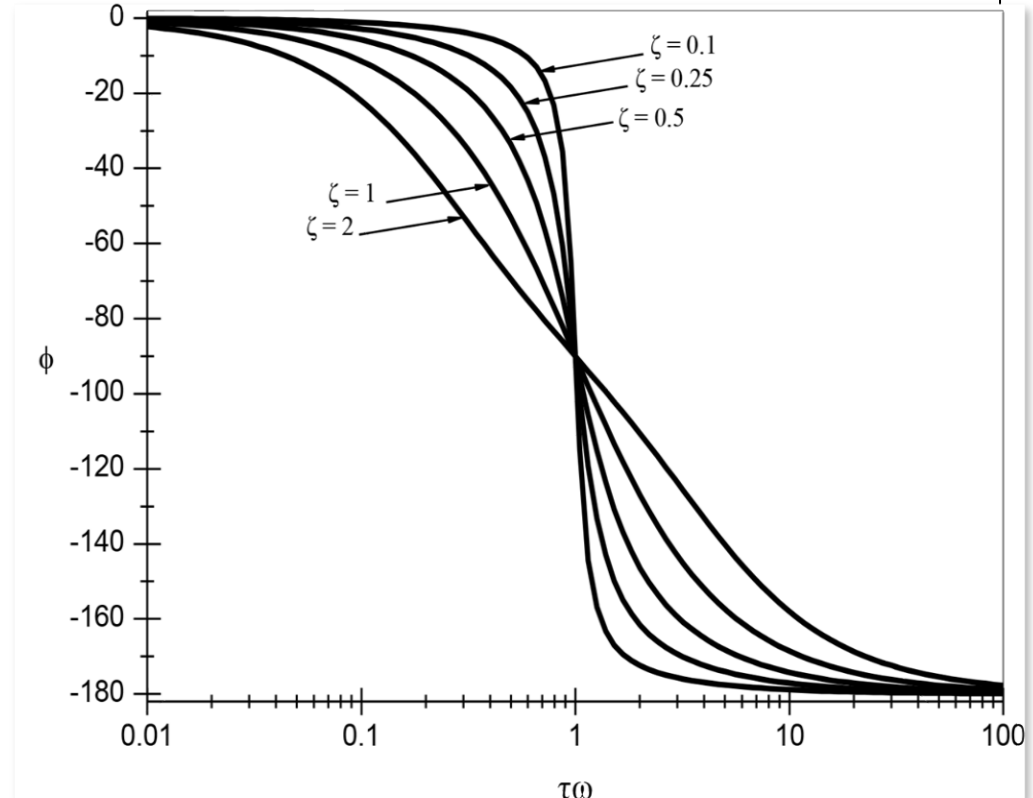
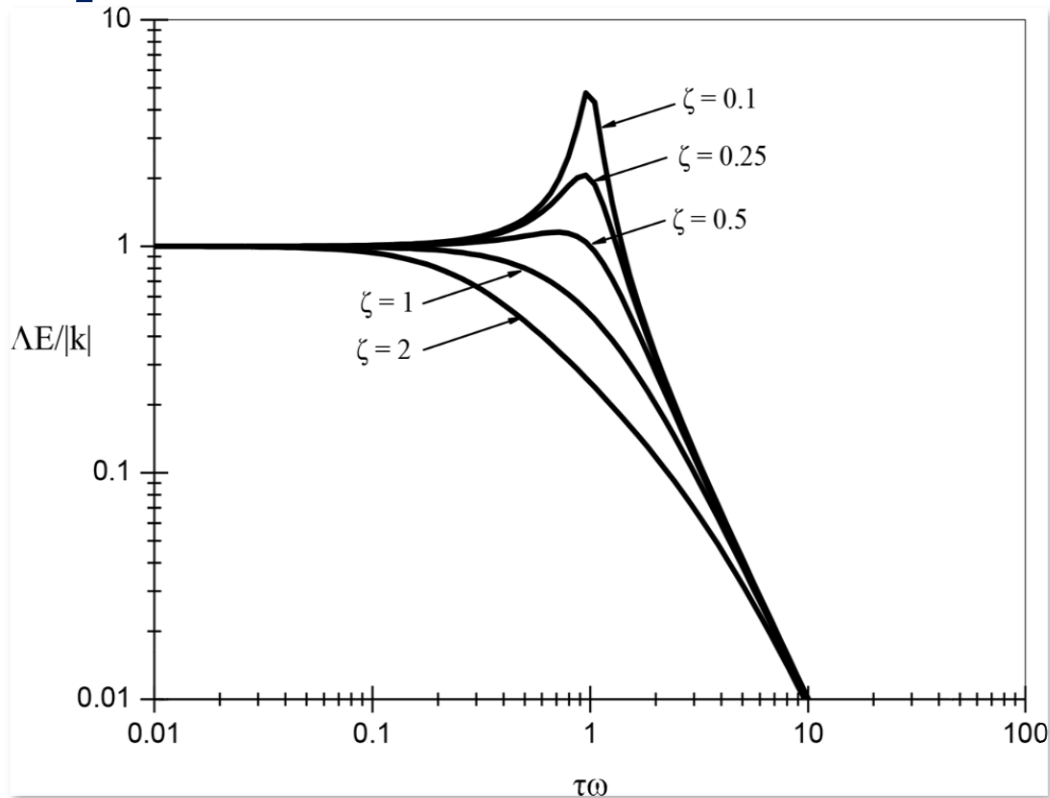
$$G(i\omega) = k \frac{1 - \tau^2 \omega^2}{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\tau\zeta \omega)^2} + k \frac{-2\tau\zeta \omega}{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\tau\zeta \omega)^2} i$$

$$\Lambda. E. = \sqrt{\left(k \frac{1 - \tau^2 \omega^2}{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\tau\zeta \omega)^2} \right)^2 + \left(k \frac{-2\tau\zeta \omega}{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\tau\zeta \omega)^2} \right)^2}$$

Άρα: για κάθε ω

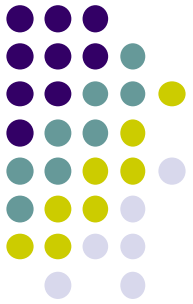
$$\Lambda E = \frac{|k|}{\sqrt{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta \tau \omega)^2}} \quad \phi = -\tan^{-1} \left(\frac{2\zeta \tau \omega}{1 - \tau^2 \omega^2} \right)$$

Διαγράμματα Bode



- Για μικρές συχνότητες $\left(\omega \ll \frac{1}{\tau}\right)$, $\Delta E \approx |k|$, $\phi \approx 0^\circ$
- Για μεγάλες συχνότητες $\left(\omega \gg \frac{1}{\tau}\right)$, $\Delta E \approx \frac{|k|}{\tau^2 \omega^2}$, $\phi \approx -180^\circ$

Το φαινόμενο του συντονισμού



- Αν $\zeta \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$, τότε η συνάρτηση $\Lambda E(\omega)$ είναι γνησίως φθίνουσα.
- Αν $0 < \zeta < \frac{1}{\sqrt{2}}$, τότε η συνάρτηση $\Lambda E(\omega)$ παρουσιάζει μέγιστο στη συχνότητα

$$\omega_r = \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad \text{συχνότητα συντονισμού}$$

$$(\Lambda E)_{\max} = \frac{|k|}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\phi = -\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-2\zeta^2}}{\zeta}\right)$$

Τρόποι δημιουργίας διαγράμματος Bode



- Απευθείας διέγερση της διεργασίας.
- Συνδυάζετε την συνάρτησης μεταφοράς της διεργασίας με ημιτονοειδή είσοδο.
- Κάνετε την αντικατάσταση $s=i\omega$ στην $G_p(s)$ και χωρίζετε σε πραγματικό και φανταστικό μέρος που δίνουν τα $A_r(\omega)$ και $\phi(\omega)$.
- Δοκιμή παλμού.

Ιδιότητες διαγραμμάτων Bode



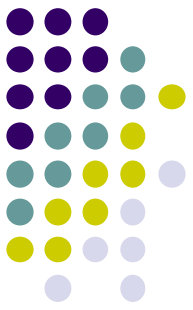
Consider :

$$G_p(s) = \frac{G_a(s) G_b(s)}{G_c(s) G_d(s)}$$

$$A_r = \frac{|G_a(s)||G_b(s)|}{|G_c(s)||G_d(s)|} \quad \text{or}$$

$$\ln[A_r(\omega)] = \ln|G_a(i\omega)| + \ln|G_b(i\omega)| - \ln|G_c(i\omega)| - \ln|G_d(i\omega)|$$

$$\phi(\omega) = \angle G_a(i\omega) + \angle G_b(i\omega) - \angle G_c(i\omega) - \angle G_d(i\omega)$$



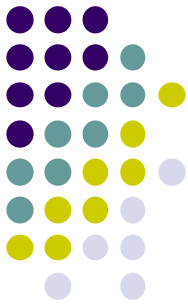
Διαγράμματα Bode σύνθετων συναρτήσεων μεταφοράς

- “Σπάτε” την συνάρτηση μεταφοράς σε γινόμενο απλών συναρτήσεων μεταφοράς.
- Βρίσκετε τα $A_r(\omega)$ και $\phi(\omega)$ για κάθε απλή συνάρτηση μεταφοράς
- Συνδυάστε τα επιμέρους $A_r(\omega)$ και $\phi(\omega)$ για να λάβετε τα $A_r(\omega)$ και $\phi(\omega)$ της σύνθετης συνάρτησης μεταφοράς.
- Φτιάξτε την γραφική παράσταση συναρτήσεως του ω .



$G(s)$	$ G(i\omega) $	$\arg G(i\omega)$
k	$ k $	$\begin{cases} 0, & \alpha v \ k > 0 \\ -\pi, & \alpha v \ k < 0 \end{cases}$
$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{\omega}$	$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{1}{\tau s + 1}$	$\frac{1}{\sqrt{\tau^2 \omega^2 + 1}}$	$-\tan^{-1}(\tau\omega)$
$\frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$	$\frac{1}{\sqrt{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}}$	$-\cos^{-1}\left(\frac{1 - \tau^2 \omega^2}{\sqrt{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}}\right)$
s	ω	$\frac{\pi}{2}$
$\tau s + 1$	$\sqrt{\tau^2 \omega^2 + 1}$	$\tan^{-1}(\tau\omega)$
$\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1$	$\sqrt{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}$	$\cos^{-1}\left(\frac{1 - \tau^2 \omega^2}{\sqrt{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}}\right)$
$\frac{1 - \tau s}{1 + \tau s}$	1	$-2\tan^{-1}(\tau\omega)$
$\frac{1 - 2\zeta\tau s + \tau^2 s^2}{1 + 2\zeta\tau s + \tau^2 s^2}$	1	$-2\cos^{-1}\left(\frac{1 - \tau^2 \omega^2}{\sqrt{(1 - \tau^2 \omega^2)^2 + (2\zeta\tau\omega)^2}}\right)$

Παράδειγμα: Διαγράμμα Bode σύνθετων ΣΜ



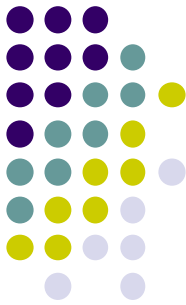
$$G_p(s) = \frac{K_p e^{-\theta s}}{\tau_p^2 s^2 + 2\tau_p \zeta s + 1} K_c \left[1 + \frac{1}{\tau_I s} \right]$$

$$1^{\text{st}}: \left[e^{-\theta s} \right] \quad A_r = 1 \quad \phi = -\theta \omega \frac{360}{2\pi}$$

$$2^{\text{nd}}: \left[\frac{K_p}{\tau_p^2 s^2 + 2\tau_p \zeta s + 1} \right] \quad A_r = \frac{K_p}{\sqrt{(1 - \omega^2 \tau_p^2)^2 + (2\omega \tau_p \zeta)^2}}$$
$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{-2\omega \tau_p \zeta}{1 - \omega^2 \tau_p^2} \right]$$

$$3^{\text{rd}}: \left[K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right) \right] \quad A_r = K_c \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau_I^2}} \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{-1}{\omega \tau_I} \right)$$

Παράδειγμα: Διαγράμμα Bode σύνθετων ΣΜ



$$1^{\text{st.}}: \left[e^{-\theta s} \right] \quad A_r = 1 \quad \phi = -\theta \omega \frac{360}{2\pi}$$

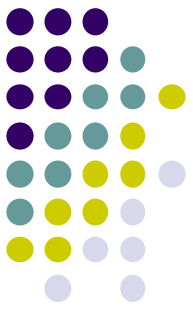
$$2^{\text{nd.}}: \left[\frac{K_p}{\tau_p^2 s^2 + 2\tau_p \zeta s + 1} \right] \quad A_r = \frac{K_p}{\sqrt{(1 - \omega^2 \tau_p^2)^2 + (2\omega \tau_p \zeta)^2}}$$
$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{-2\omega \tau_p \zeta}{1 - \omega^2 \tau_p^2} \right]$$

$$3^{\text{rd.}}: \left[K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right) \right] \quad A_r = K_c \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau_I^2}} \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{-1}{\omega \tau_I} \right)$$

For overall process :

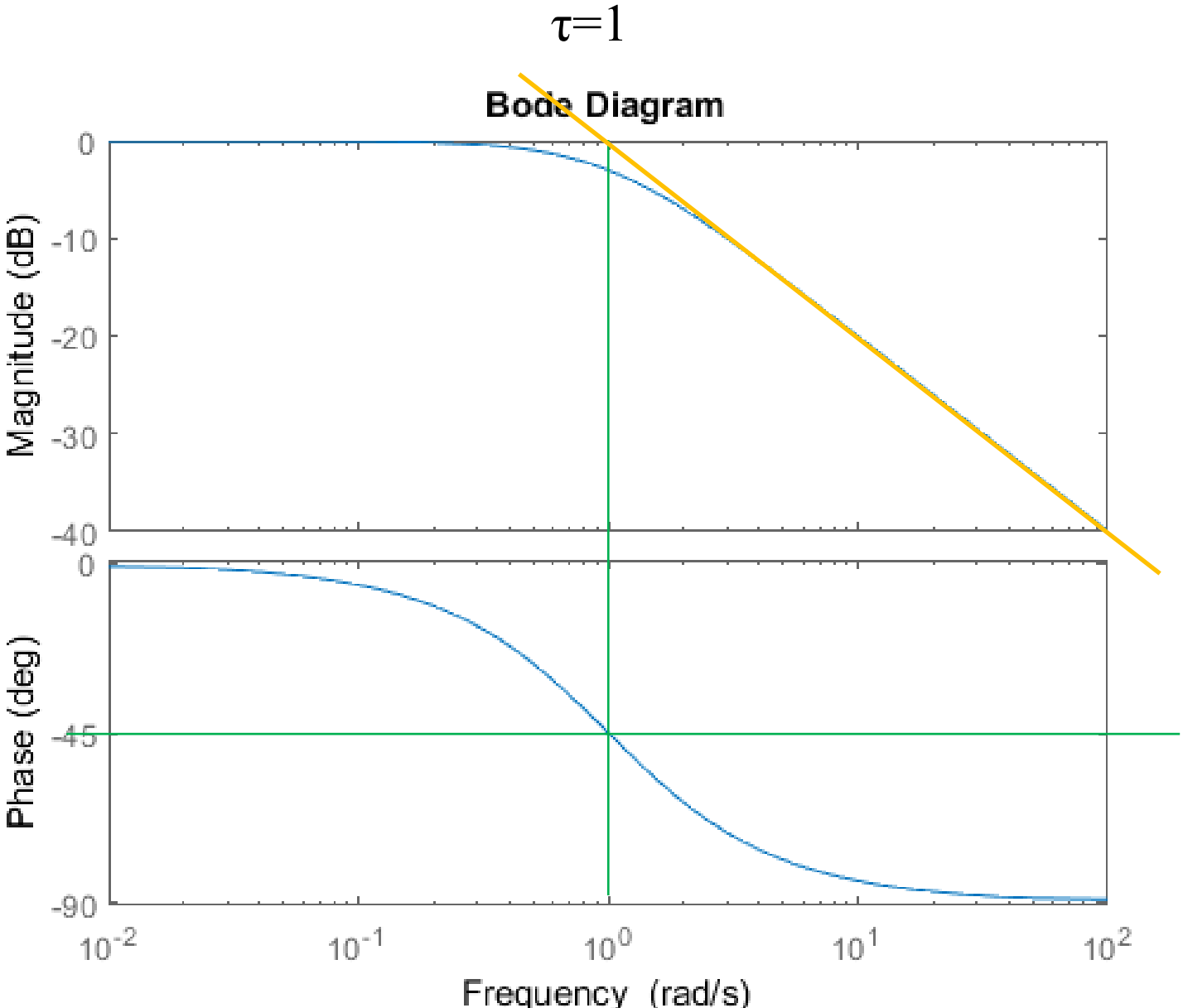
$$A_r = \frac{K_p K_c}{\sqrt{(1 - \omega^2 \tau_p^2)^2 + (2\omega \tau_p \zeta)^2}} \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau_I^2}} \quad \phi = -\theta \omega \left(\frac{360}{2\pi} \right) + \tan^{-1} \left[\frac{-2\omega \tau_p \zeta}{1 - \omega^2 \tau_p^2} \right] + \tan^{-1} \left[\frac{-1}{\omega \tau_I} \right]$$

Διαγράμματα Bode σύνθετων ΣΜ: Μερικές παρατηρήσεις

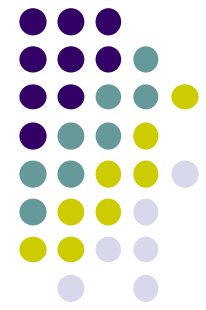


- Μια ΣΜ έχει πολυώνυμα τάξης (m) στον αριθμητή και (n) στον παρανομαστή
- Ο Λόγος Ενίσχυσης, A_r , αρχίζει στο K και όταν $\omega \rightarrow \infty$ $A_r \rightarrow -\infty$
- Η υστέρηση φάσης ξεκινά στο 0 και με $\omega \rightarrow \infty$ πάει $\varphi \rightarrow -(n-m)90^\circ$
- Όταν σπάμε την ΠΣΜ στα 1^{ης} τάξης μέρη
- του παρανομαστή (με πραγματικές ρίζες) κάθε ΣΜ:
 - αυξάνει την γωνία του A_r προς τα κάτω στην συχνότητα $\omega=1/\tau$
 - Προσθέτει στην υστέρηση φάσης $\varphi \rightarrow -90^\circ$ με $\varphi \rightarrow -45^\circ$ στο $\omega=1/\tau$
- του αριθμητή (με πραγματικές ρίζες) κάθε ΣΜ:
 - αυξάνει την γωνία του A_r προς τα πάνω στην συχνότητα $\omega=1/\tau$
 - Προσθέτει στην υστέρηση φάσης $\varphi \rightarrow +90^\circ$ με $\varphi \rightarrow +45^\circ$ στο $\omega=1/\tau$

Διαγράμματα Bode 1^{ης} τάξης



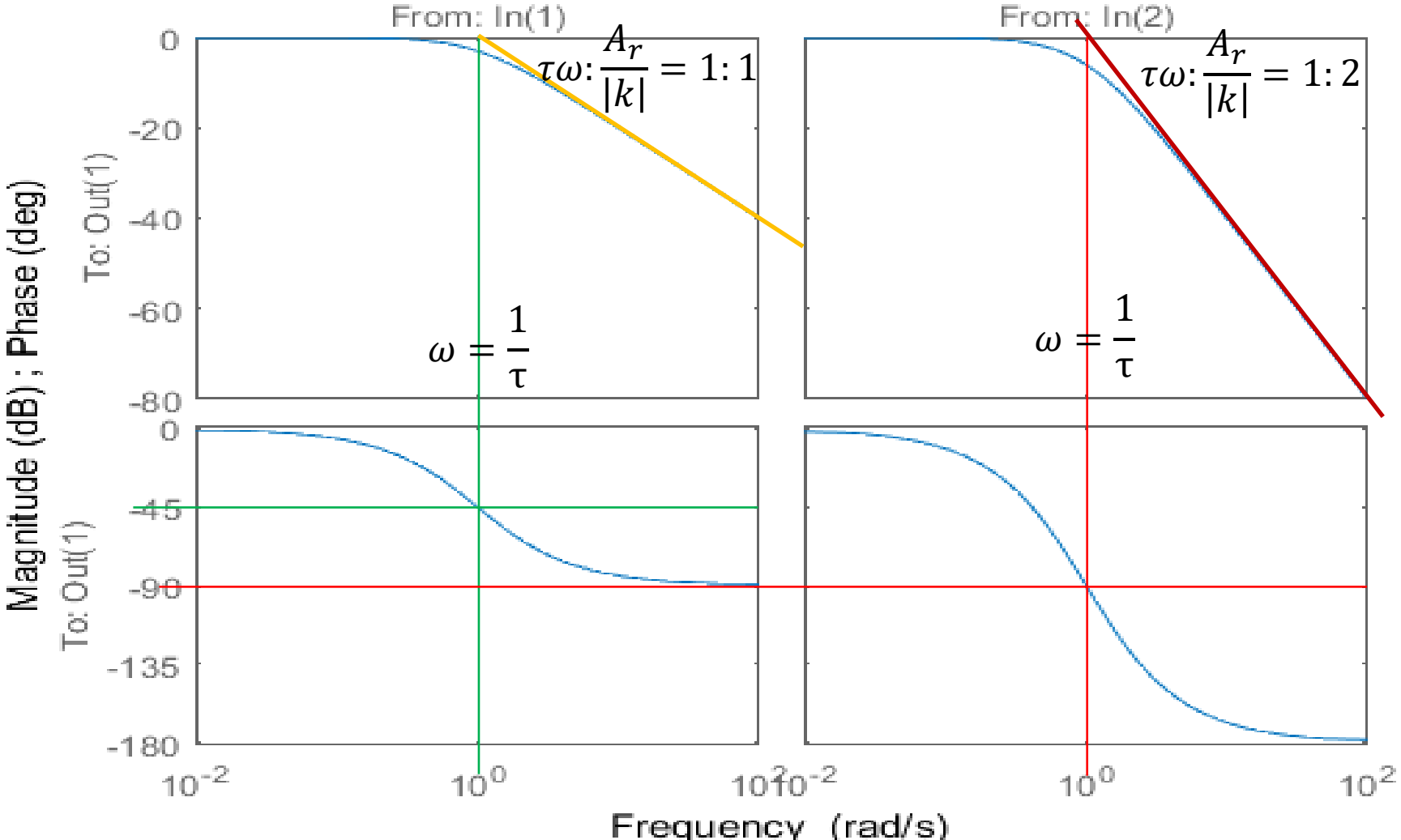
Διαγράμματα Bode 1^{ης} τάξης vs 2^{ης} τάξης



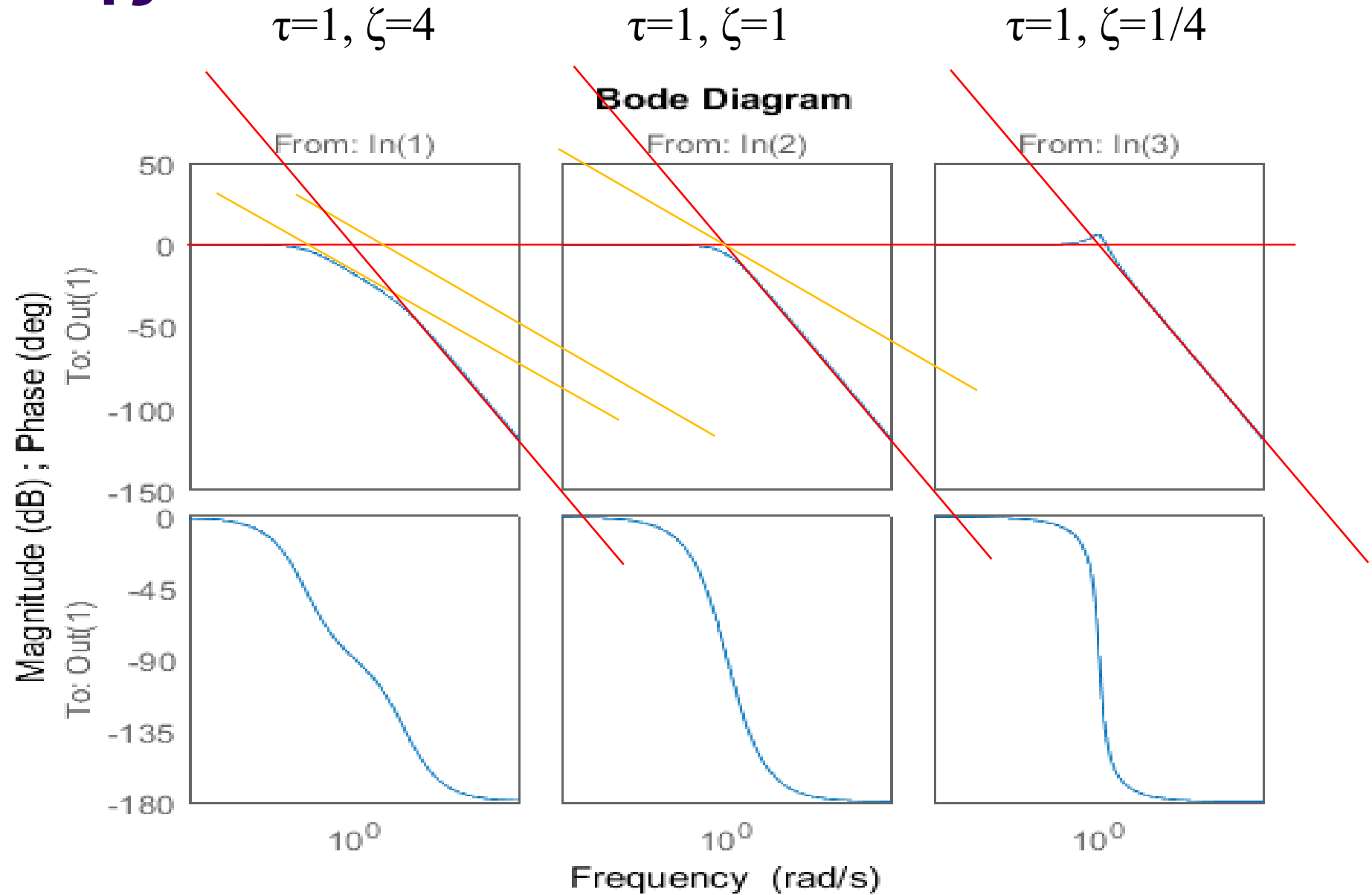
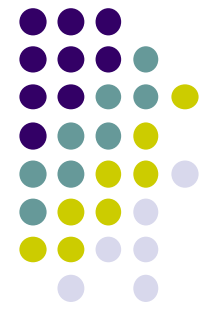
1^{ης} τάξης

2^{ης} τάξης

Bode Diagram



Διαγράμματα Bode 2^{ης} τάξης και παράγοντας απόσβεσης



Διαγράμματα Bode 2^{ης} τάξης και μηδενική τιμή για υπερκρίσιμη απόκριση

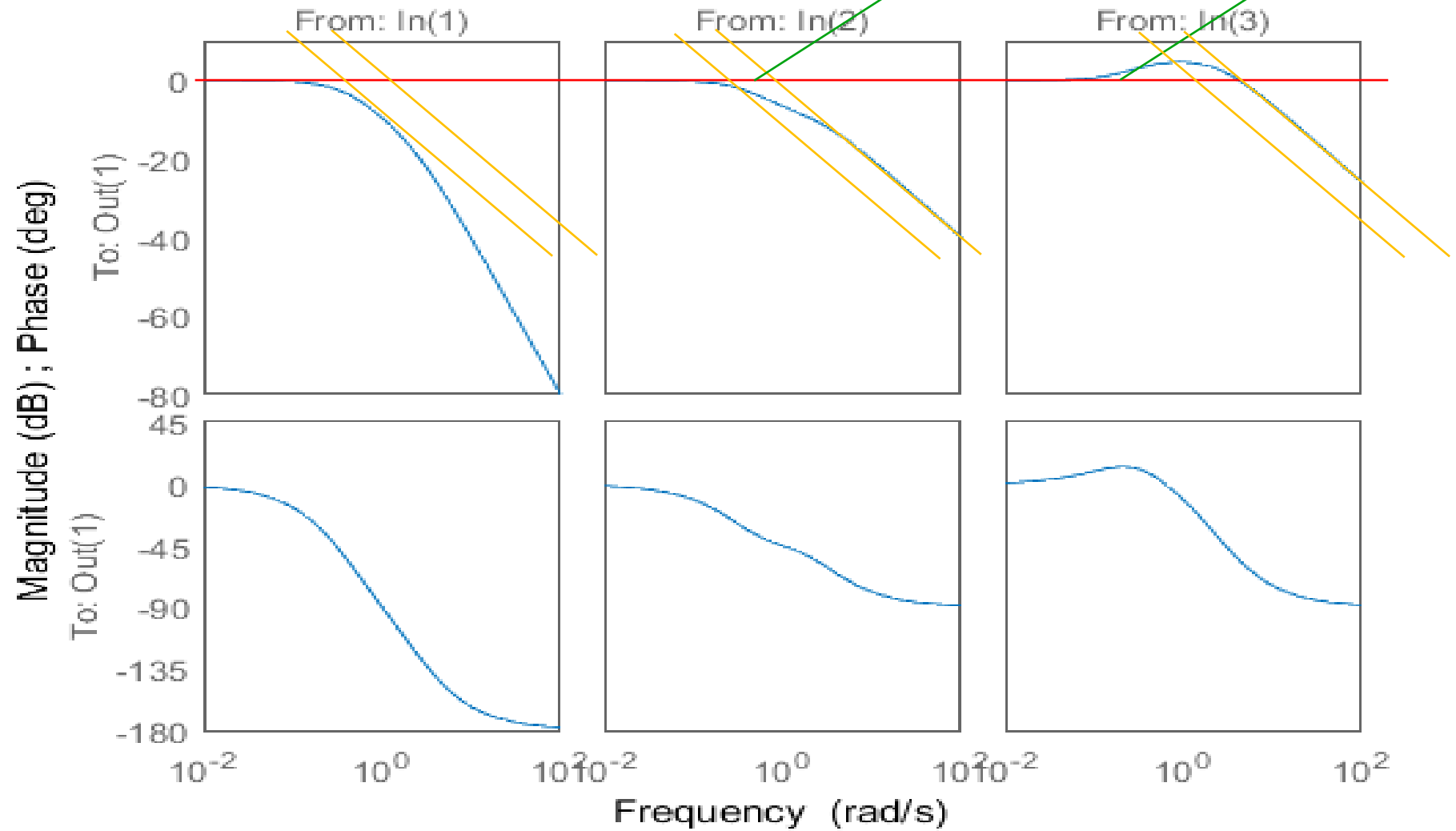


$\tau=1, \zeta=3, \xi=0$

$\tau=1, \zeta=3, \xi=1$

$\tau=1, \zeta=3, \xi=5$

Bode Diagram



Διαγράμματα Bode 2^{ης} τάξης και μηδενική τιμή για υπερκρίσιμη απόκριση

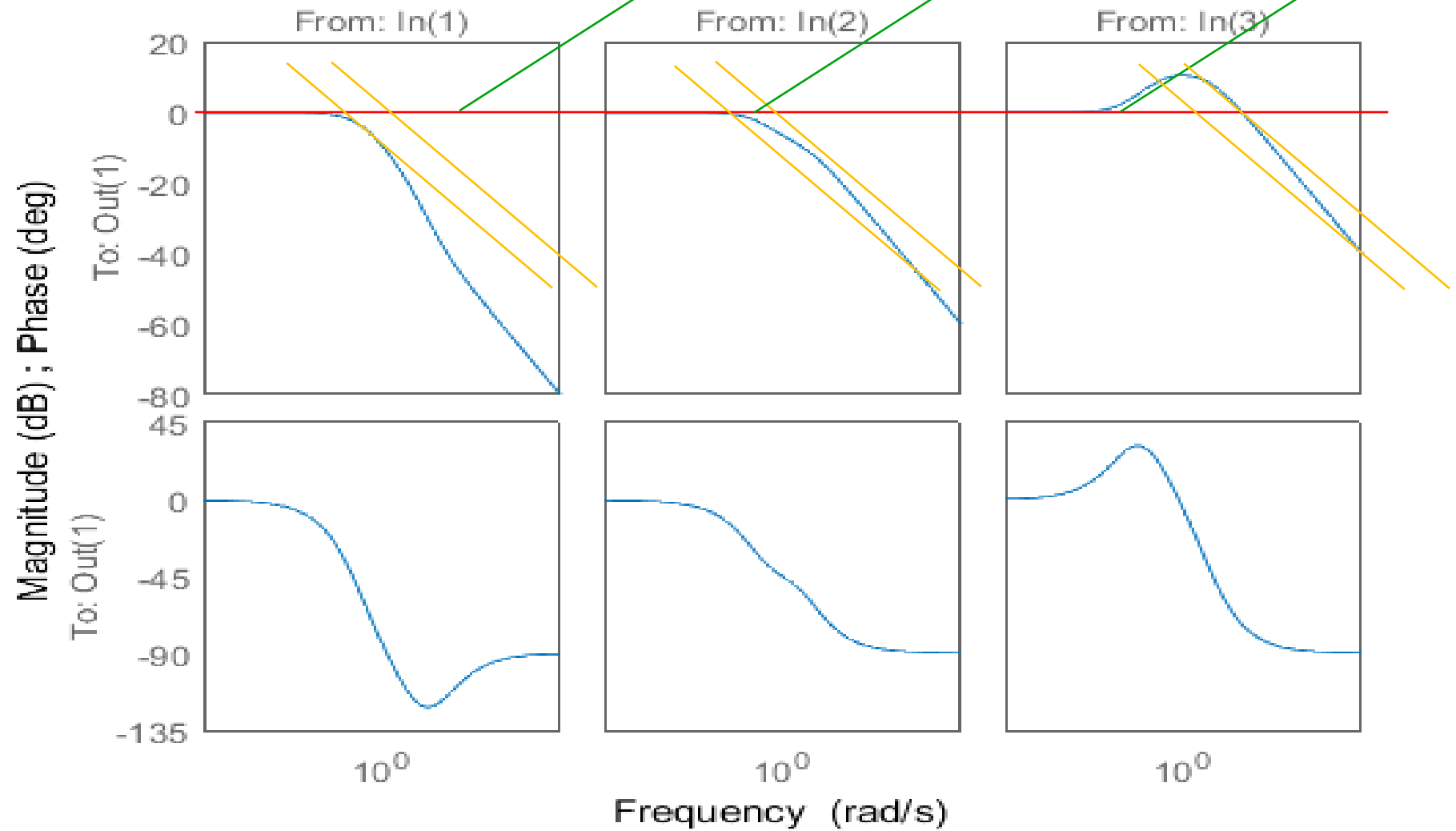


$\tau=1, \zeta=3, \xi=0.1$

$\tau=1, \zeta=3, \xi=1$

$\tau=1, \zeta=3, \xi=10$

Bode Diagram





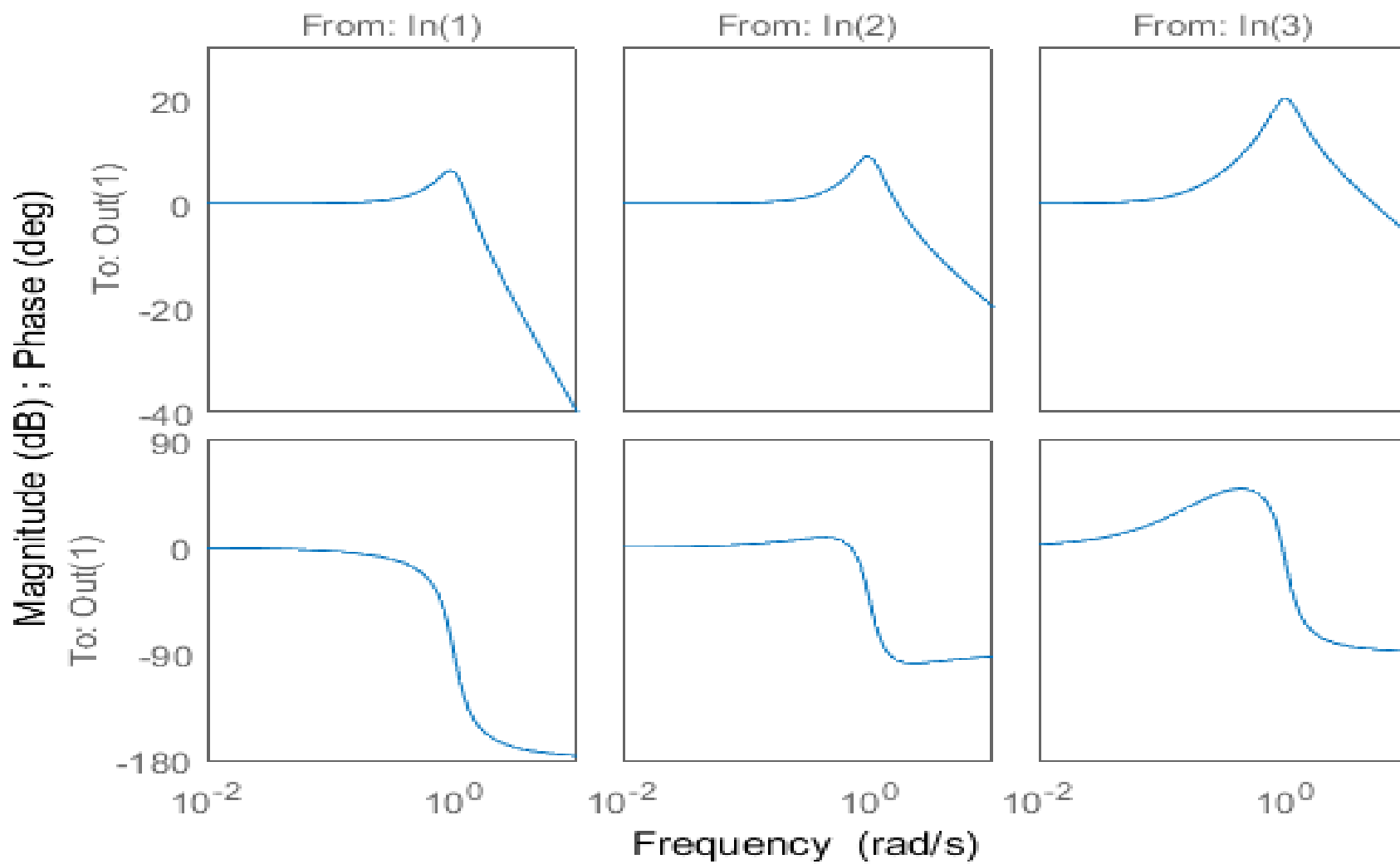
Διαγράμματα Bode 2^{ης} τάξης και μηδενική τιμή για υποκρίσιμη απόκριση

$$\tau=1, \zeta=1/4, \xi=0.1$$

$$\tau=1, \zeta=1/4, \xi=1$$

$$\tau=1, \zeta=1/4, \xi=5$$

Bode Diagram

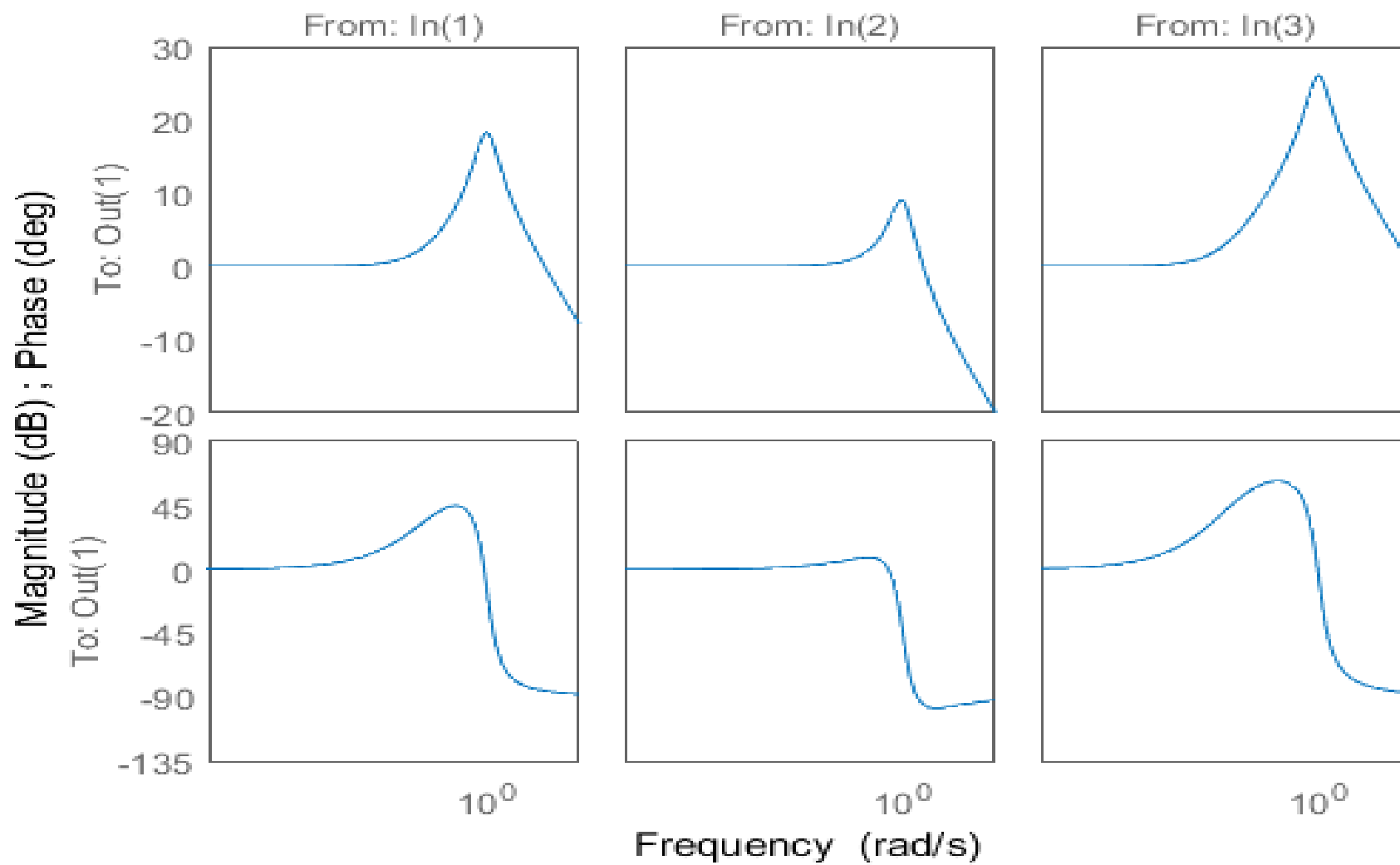




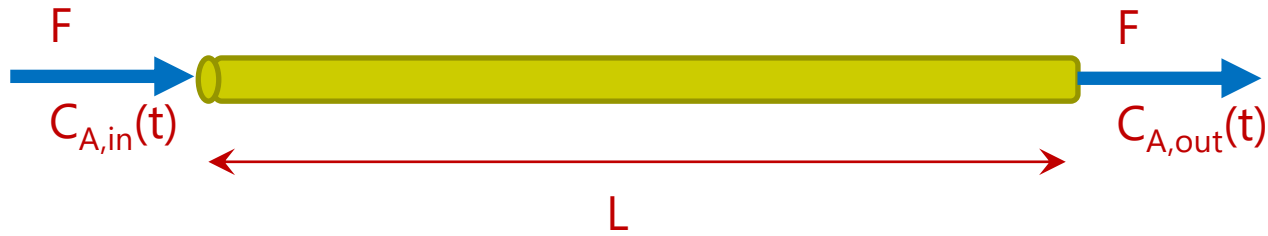
Διαγράμματα Bode 2^{ης} τάξης και μηδενική τιμή για υπερκρίσιμη απόκριση

$\tau=1, \zeta=1/4, \xi=1/4$ $\tau=1, \zeta=1/4, \xi=0.1$ $\tau=1, \zeta=1/4, \xi=10$

Bode Diagram



Ροή σε σωλήνα: Σύστημα καθυστέρησης



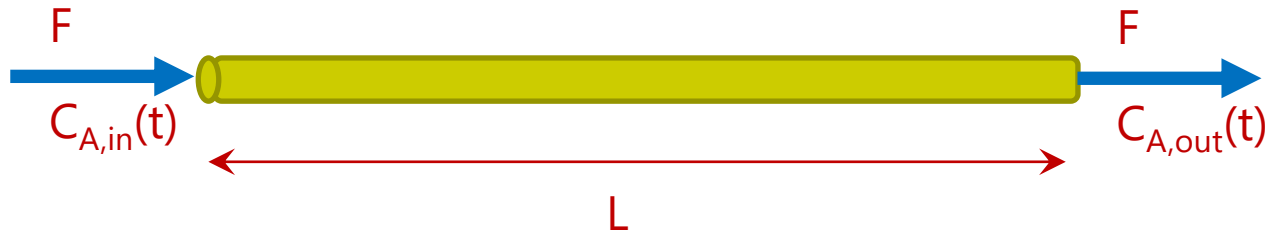
$$\tau = \frac{\pi D^2 L}{F}$$

$$C_{A,out}(t) = C_{A,in}(t - \tau)$$

$$Y(s) = e^{-\tau s} U(s)$$

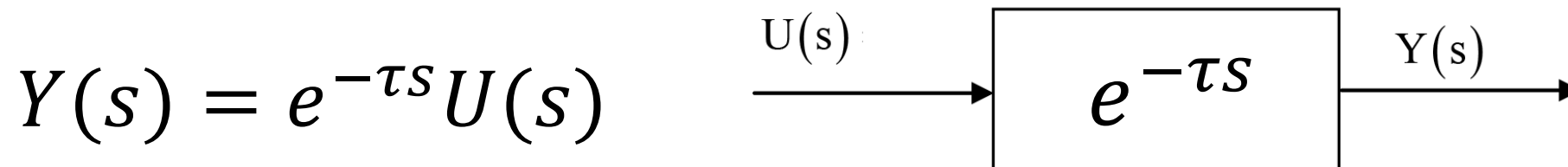
```
graph LR; U["U(s)"] --> Box["e^{-\tau s}"]; Box --> Y["Y(s)"]
```

Ροή σε σωλήνα: Σύστημα καθυστέρησης

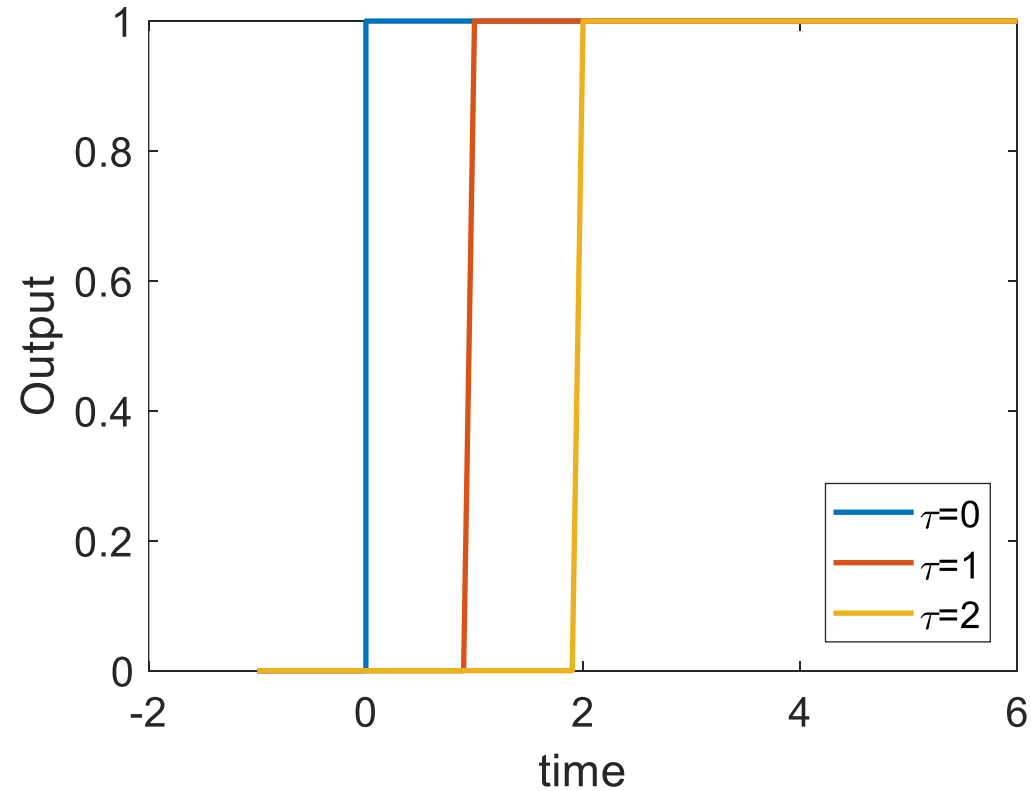
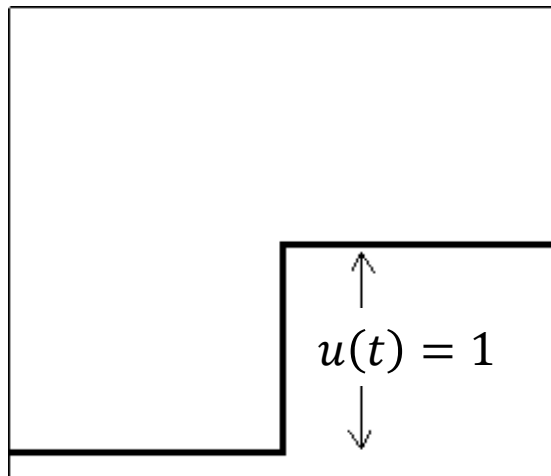
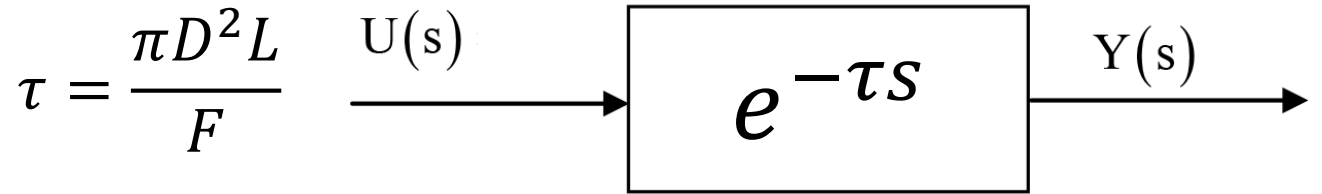
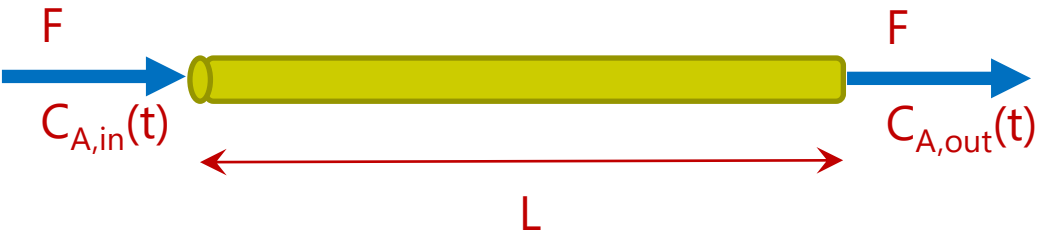
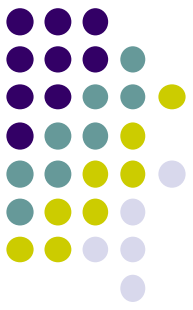


$$\tau = \frac{\pi D^2 L}{F}$$

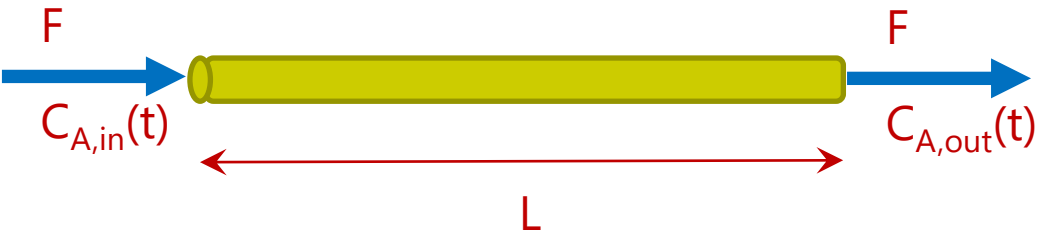
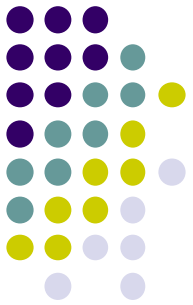
$$C_{A,out}(t) = C_{A,in}(t - \tau)$$



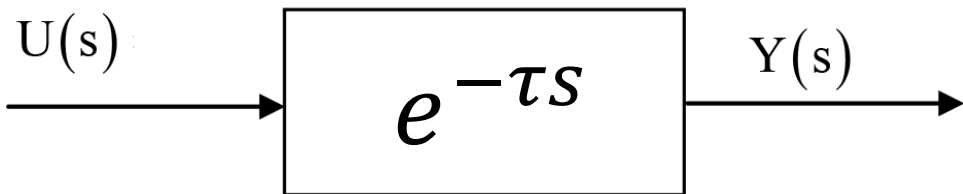
Ροή σε σωλήνα: Σύστημα καθυστέρησης



Ροή σε σωλήνα: Σύστημα καθυστέρησης



$$\tau = \frac{\pi D^2 L}{F}$$



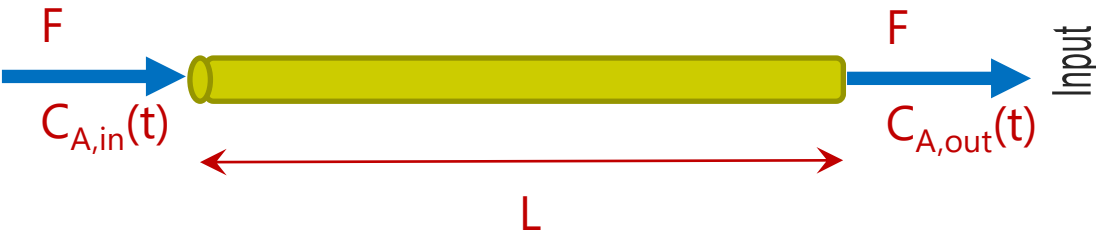
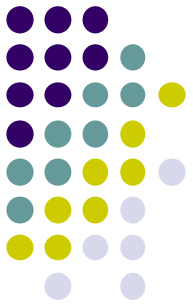
Taylor:

$$G \cong \frac{1}{1 + \tau s + \frac{1}{2} \tau^2 s^2 + \frac{1}{6} \tau^3 s^3 + \dots}$$

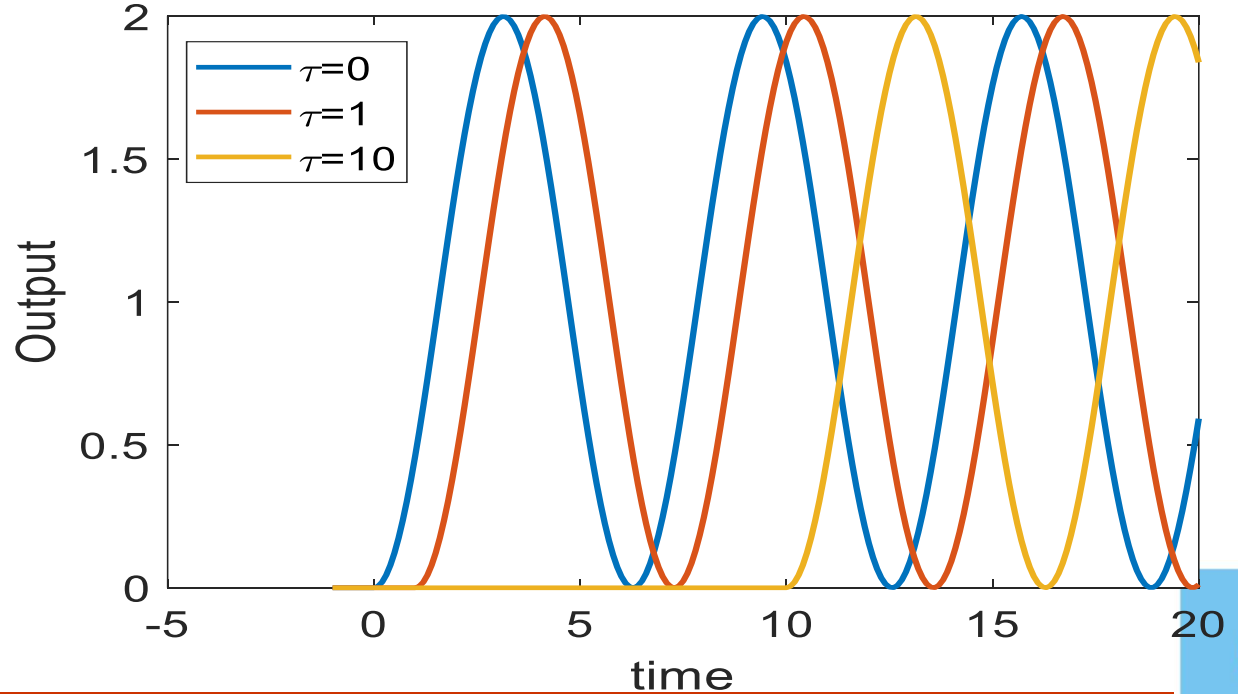
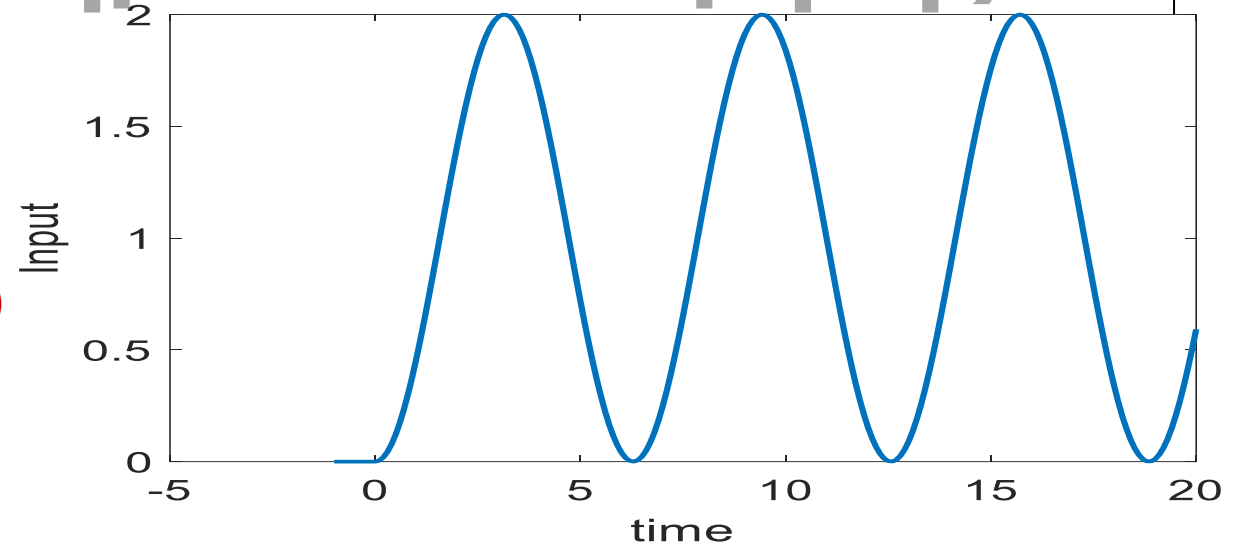
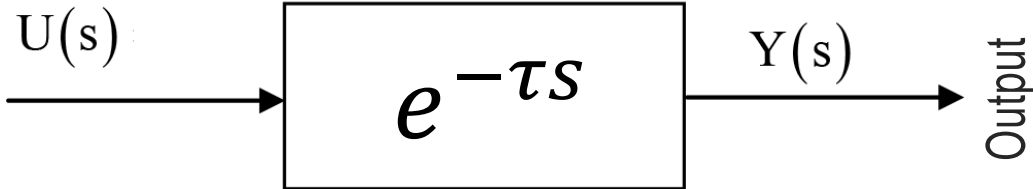
Pade(3,3):

$$G \cong \frac{1 - \frac{1}{2} \tau s + \frac{1}{12} \tau^2 s^2}{1 + \frac{1}{2} \tau s + \frac{1}{12} \tau^2 s^2}$$

Ροή σε σωλήνα: Σύστημα καθυστέρησης



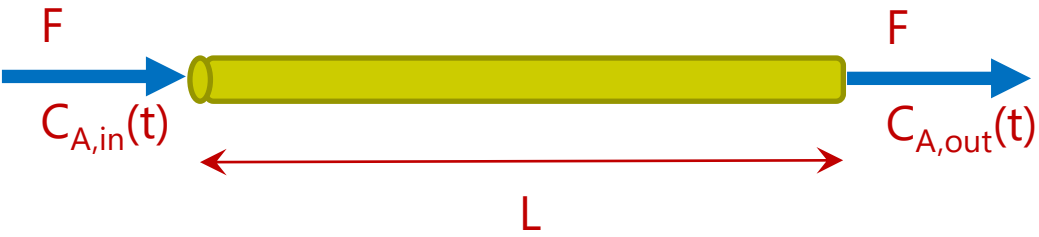
$$\tau = \frac{\pi D^2 L}{F}$$



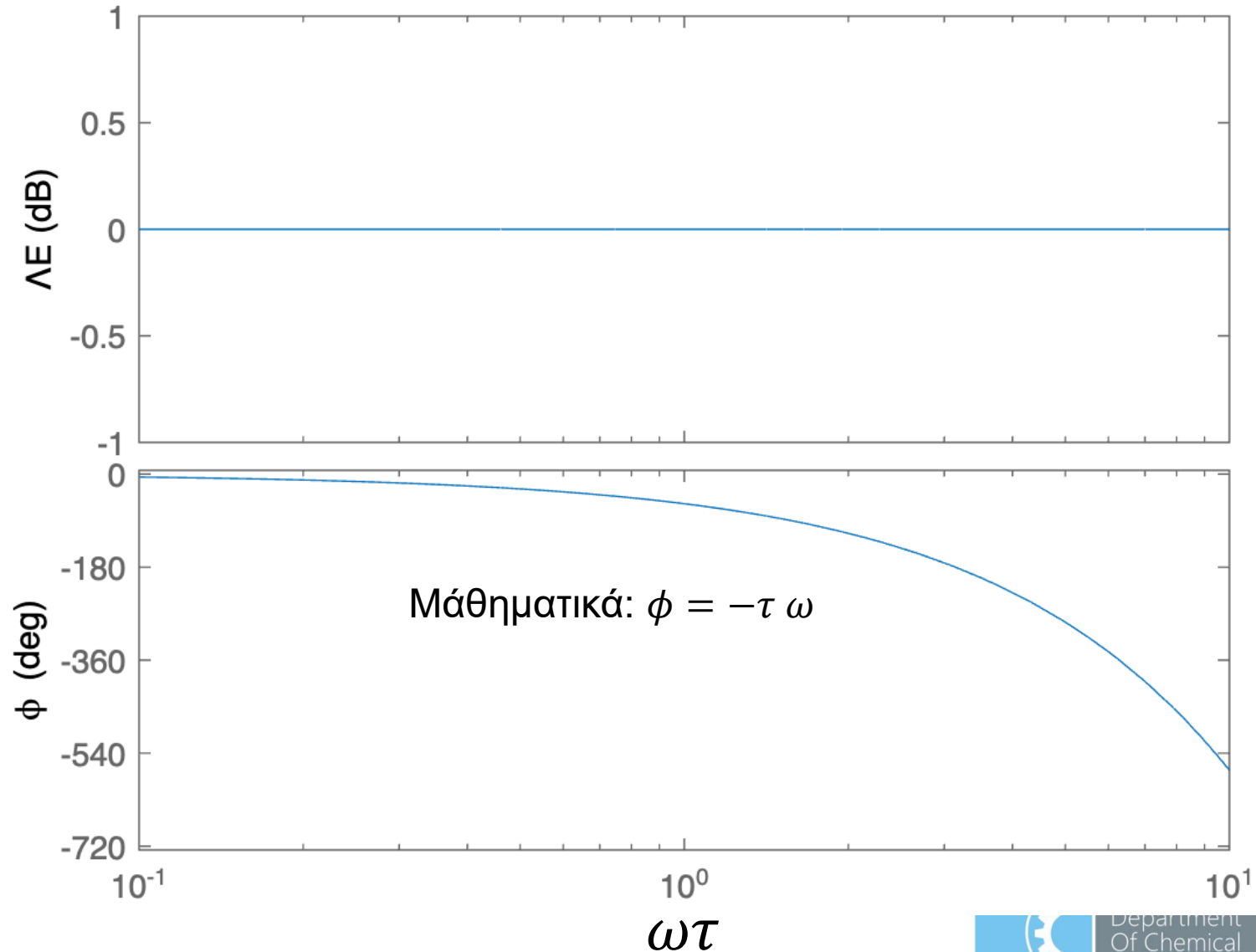
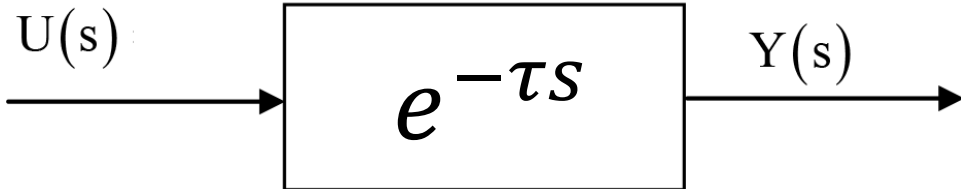
Ροή σε σωλήνα: Σύστημα καθυστέρησης



Bode Diagram



$$\tau = \frac{\pi D^2 L}{F}$$



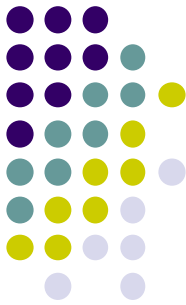
Διάγραμμα Nyquist (στο μιγαδικό πεδίο)

Το διάγραμμα Nyquist είναι ακόμη πιο συμπυκνμένο από το Bode.

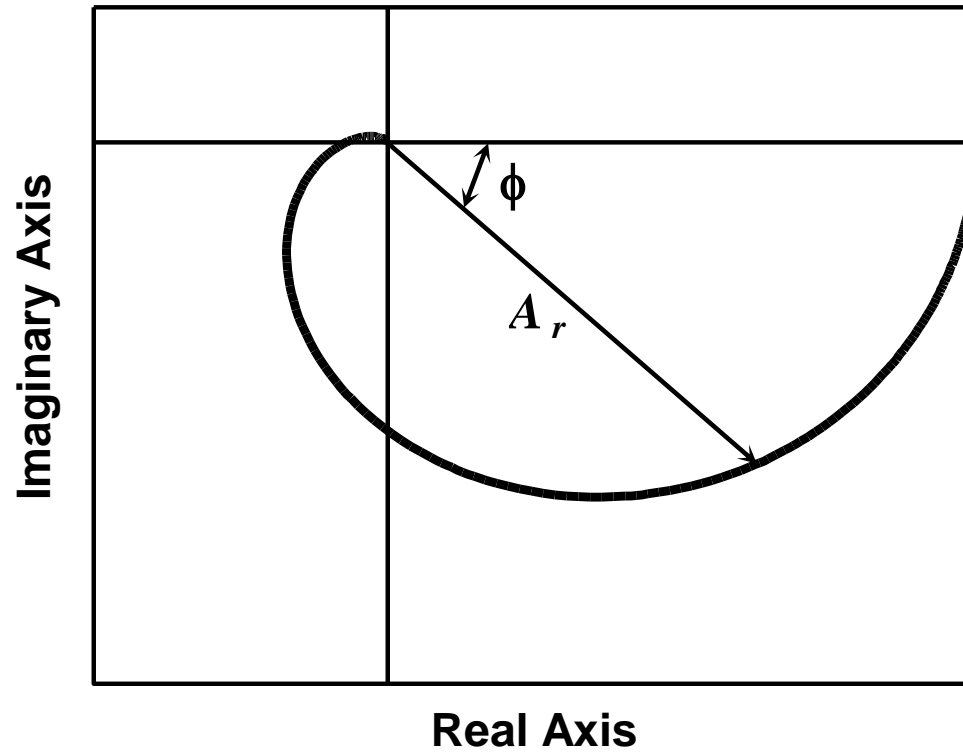
$$R(\omega) = A_r \cos \phi$$

$$I(\omega) = A_r \sin \phi$$

Επομένως, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για την δημιουργία διαγράμματος Bode για να φτιάξετε ένα διάγραμμα Nyquist.



Διάγραμμα Nyquist



Σύνοψη



- Μετά τις βηματικές-παλμικές εισόδους, οι ημιτονοειδείς εισοδοί είναι σημαντικό εργαλείο για την ανάλυση της απόκρισης της διαδικασίας και τον εντοπισμό παραμέτρων διεργασίας.
- Συνήθως η ανάλυση συχνότητας απόκρισης υποθέτει ότι η διεργασία είναι στην ουσία ΕΕ ευσταθής.
- Όπως θα φανεί στις διαλέξεις του μέρους Β, η ΑΣΑ είναι βασική για την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο η συχνότητα της εισόδου επηρεάζει την απόδοση του ρυθμιστή και τη σταθερότητα του βρόχου ελέγχου.
- Η ΑΣΑ είναι ένα σημαντικό εργαλείο για τον κλασικό σχεδιασμό ρυθμιστών.
- Οι αναλυτικές πτυχές της ΑΣΑ σπάνια χρησιμοποιούνται βιομηχανικά.