Δυναμική & Ρύθμιση Διεργασιών

Διάλεξη 12:

Δυναμική Απόκριση Συστημάτων

Η επίδραση των μηδενικών τιμών

Βήματα της Ρύθμισης Διεργασιών, μέρος Α

1. **Καθορίστε τη διεργασία που εξετάζεται**
    a. Διατύπωση υποθέσεων
    b. Ταξινόμηση μεταβλητών (χειριζόμενες, διαταραχές, εσωτερικές, ελεγχόμενες, μετρούμενες)
    c. Διατύπωση μοντέλου διεργασίας
    d. Προσδιορισμός του επιθυμητού σημείου λειτουργίας
    e. Διατύπωση περιγραφής χώρου κατάστασης
    f. Διατύπωση περιγραφής συναρτήσεων μεταφοράς
    g. Αναγνώριση διεργασιών (αν χρειάζεται)

2. **Ανάλυση Διεργασίας**
    a. Ανάλυση παρατηρησιμότητας
    b. Ανάλυση ελεγξιμότητας / ρυθμισιμότητας
    c. Ανάλυση ευστάθειας
    d. **Ανάλυση δυναμικής συμπεριφοράς**
        a. **Απόκριση σε παλμική αλλαγή**
        b. Απόκριση σε ημιτονική αλλαγή

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y = G_u U(s) + G_d D(s) + G_o x(0)$$

- Οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι συνήθως ρητές

$$G_u(s) = Y(s)/U(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}B$$
$$G_d(s) = Y(s)/D(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}W$$
$$G_o(s) = Y(s)/x(0) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}$$

- Η βασική δομή άρα που θα εξετάσουμε είναι η $G_u(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{\mathrm{Z}(s)}{\mathrm{P}(s)}$
  - Οι ρίζες του $\mathrm{P}(s)$ ονομάζονται οι **πόλοι** της συνάρτησης μεταφοράς G_u
  - Οι ρίζες του $\mathrm{Z}(s)$ ονομάζονται τα **μηδέν** της συνάρτησης μεταφοράς G_u

$$y(t) = \mathrm{L}^{-1}[Y(s)] = \mathrm{L}^{-1}[G_u U(s)] = \mathrm{L}^{-1}\left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\gamma_i}{s - p_i} U(s)\right] = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i e^{p_i t} * u(t)$$

  - **Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς έχουν βασικό ρόλο στην εξέλιξη της εξόδου στο χρόνο**

Ευστάθεια Εισόδου-Εξόδου (βάση ΠΣΜ!)

- Ο ορισμός της ευστάθειας αναφέρεται στο **ζεύγος** *σύστημα-σημείο ισορροπίας*
- **Ορισμός**: Το ζεύγος *σύστημα-σημείο ισορροπίας* είναι ευσταθές αν για οποιαδήποτε πεπερασμένο σε πλάτος προφίλ της εισόδου η έξοδος παραμένει σε πεπερασμένα όριο.

- Ανακαλύπτουμε αν ένα σύστημα μπορεί να μεταβεί σε νέο σημείο λειτουργίας.
- Οι πόλοι χαρακτηρίζουν την ΕΕΕ.
  - Καθορίζουν τόσο την ευστάθεια **όσο και την μεταβατική συμπεριφορά**.
- Τα μηδέν δεν συμμετέχουν στον χαρακτηρισμό της ΕΕΕ!!
  - **Έχουν ιδιαίτερο λόγο στη μεταβατική συμπεριφορά.**

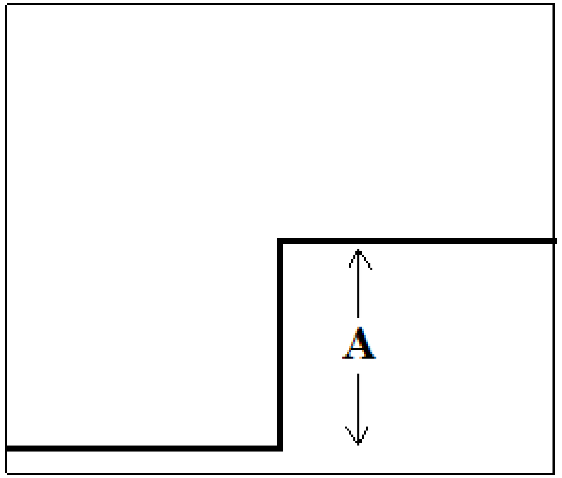
Εξερεύνηση δυναμικής συμπεριφοράς

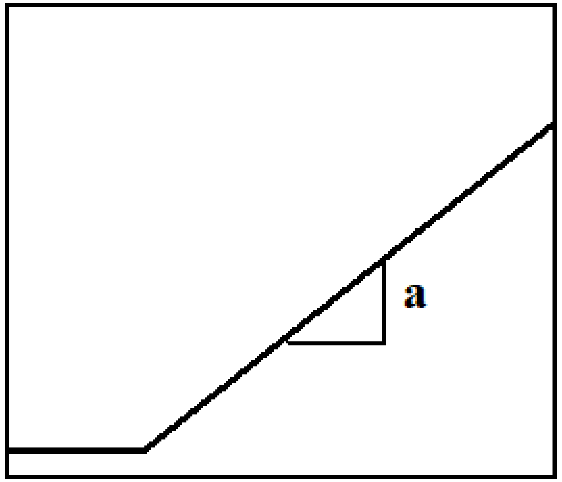
- Σημείωση: *Μεταβατική συμπεριφορά = Δυναμική συμπεριφορά*
- Η μεταβατική συμπεριφορά του συστήματος είναι απαραίτητο να κατανοηθεί και να βρεθεί ένα ελάχιστος αριθμός μεταβλητών που να την περιγράφουν (προσεγγιστικά).
- Για την εξερεύνηση της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος πρότυπες μεταβολές της εισόδου χρησιμοποιούνται.
  - Βήμα
  - Παλμός
  - Κρουστικός παλμός
  - Γραμμική μεταβολή
  - Ημίτονο
- Γενικές μεταβολές της εισόδου μπορούν να γραφούν ως συνδυασμός αυτών.

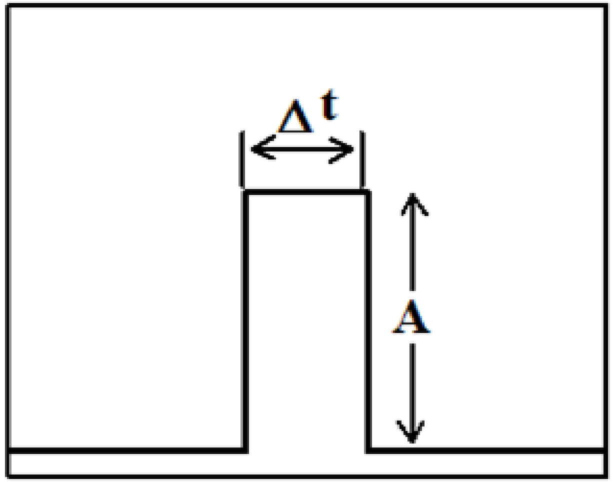
University of Patras
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

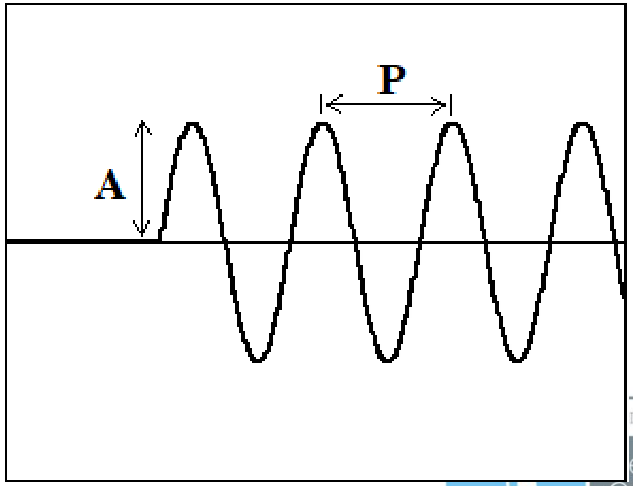
Εξερεύνηση δυναμικής συμπεριφοράς

- Για την εξερεύνηση της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος πρότυπες μεταβολές της εισόδου χρησιμοποιούνται.
  - Γενικές μεταβολές της εισόδου μπορούν να γραφούν ως συνδυασμός αυτών.
  - Βήμα
  - Παλμός
  - Κρουστικός παλμός
  - Γραμμική μεταβολή
  - Ημίτονο





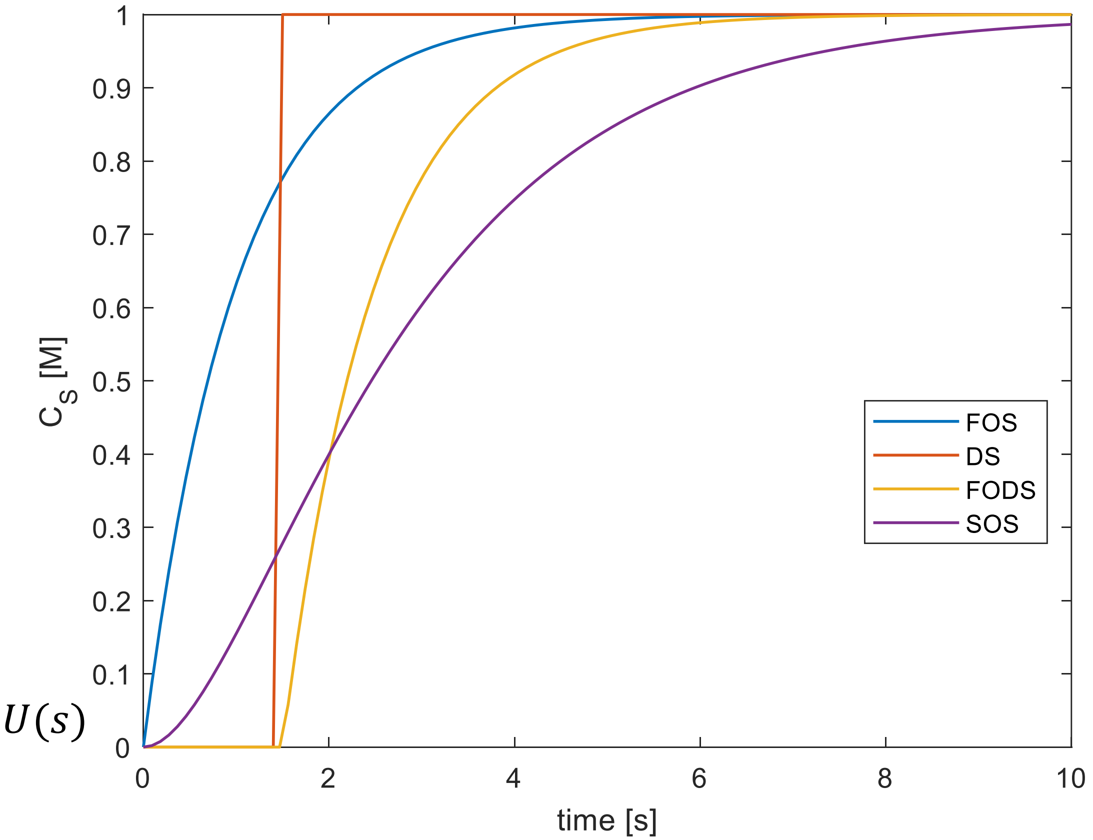




Εξερεύνηση δυναμικής συμπεριφοράς

- Η μεταβατική συμπεριφορά του συστήματος είναι απαραίτητο να κατανοηθεί και να βρεθεί ένα ελάχιστος αριθμός μεταβλητών που να την περιγράφουν (προσεγγιστικά).

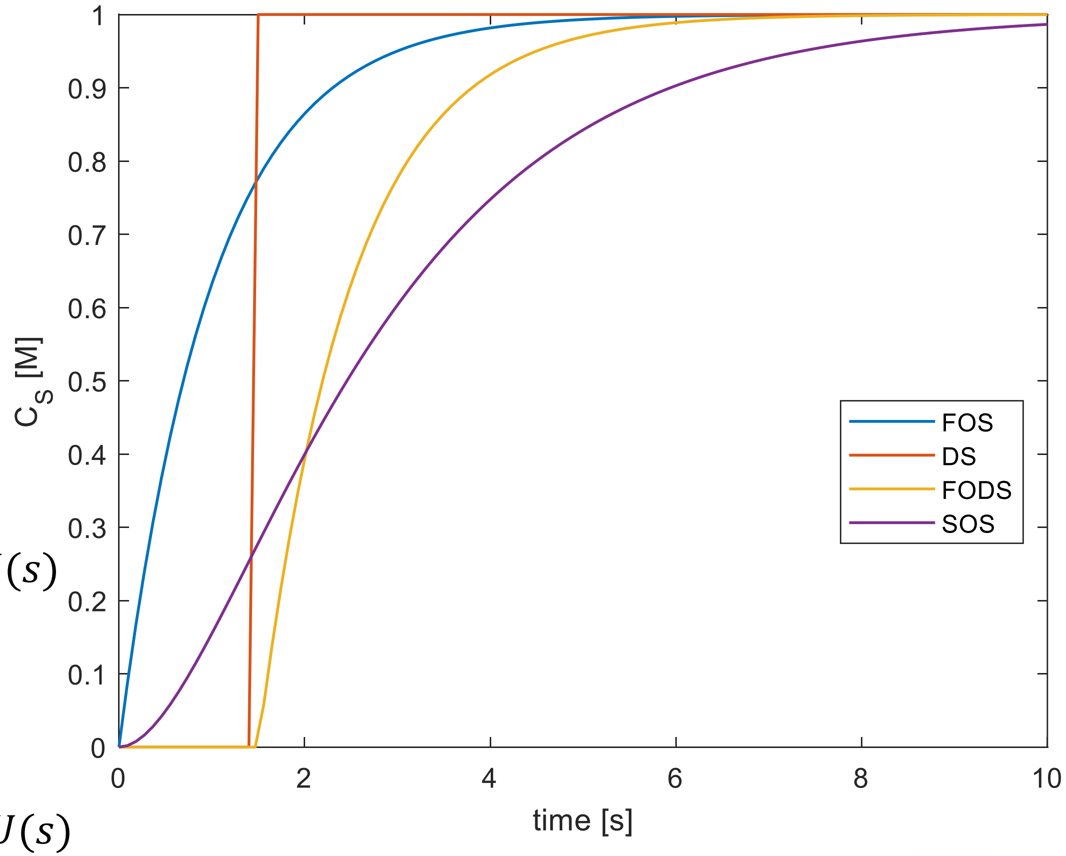
	ΠΧΚ	ΠΣΜ
DS	$y = Ku(t-\theta)$	$Y(s) = Ke^{-\theta s}U(s)$
FOS	$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\tau}x_1 + \frac{K}{\tau}u(t)$, $y = x_1$	$Y(s) = \frac{K}{\tau s+1}U(s)$
FODS	$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\tau}x_1 + \frac{K}{\tau}u(t-\theta)$, $y = x_1$	$Y(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s+1}U(s)$
SODS	$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\tau_1}x_1 + \frac{K}{\tau_1}u(t-\theta)$, $\frac{dx_2}{dt} = -\frac{1}{\tau_2}x_1 + \frac{1}{\tau_2}x_1$, $y = x_2$	$Y(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}U(s)$



Εξερεύνηση δυναμικής συμπεριφοράς

- Η μεταβατική συμπεριφορά του συστήματος είναι απαραίτητο να κατανοηθεί και να βρεθεί ένα ελάχιστος αριθμός μεταβλητών που να την περιγράφουν (προσεγγιστικά).

- ΠΧΚ — ΠΣΜ
  - **FOS** $$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\tau}x_1 + \frac{K}{\tau}u(t) \qquad y = x_1$$ $$Y(s) = \frac{K}{\tau s + 1}U(s)$$
  - **FOZS** $$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\tau_{lg}}x_1 + K_1 u(t) \qquad y = x_1 + K_2 u$$ $$Y(s) = K\frac{\tau_{ld}s + 1}{\tau_{lg}s + 1}U(s)$$
  - **SOS** $$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\tau_1}x_1 + \frac{K}{\tau_1}u(t) \qquad \frac{dx_2}{dt} = -\frac{1}{\tau_2}x_2 + \frac{1}{\tau_2}x_1 \qquad y = x_2$$ $$Y(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}U(s)$$
  - **SOZS** $$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\tau_1}x_1 + \frac{K_1}{\tau_1}u(t) \qquad \frac{dx_2}{dt} = -\frac{1}{\tau_2}x_2 + \frac{1}{\tau_2}x_1 + \frac{K_2}{\tau_2}u(t) \qquad y = x_2$$ $$Y(s) = \frac{K(\xi s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}U(s)$$

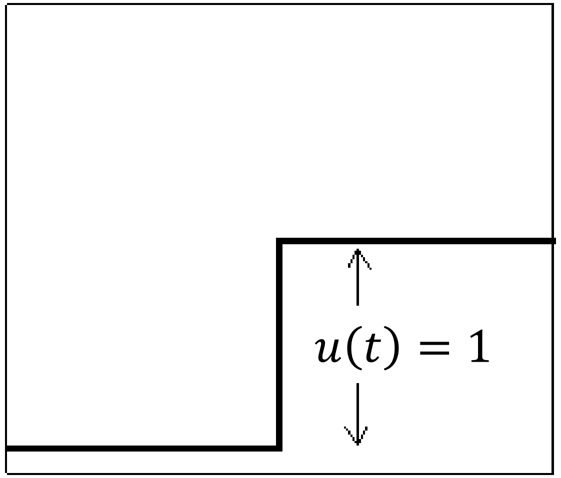


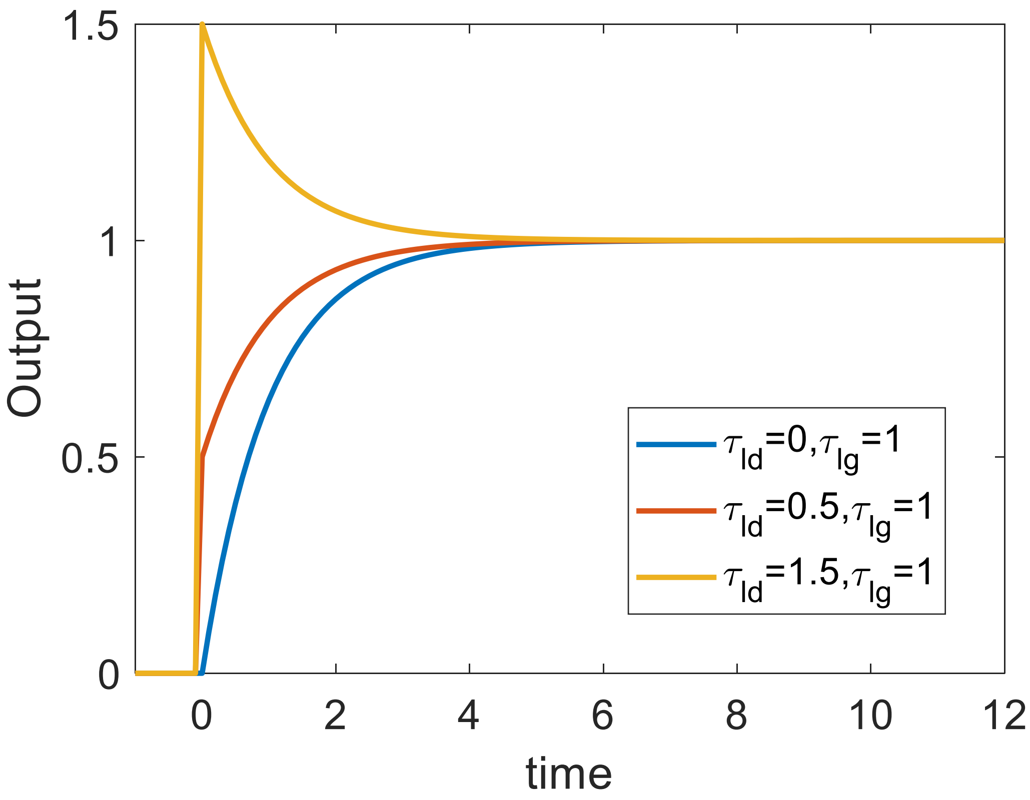
Προβάδισμα-Υστέρηση (lead-lag)

$$G(s)=\frac{\tau_{ld}s+1}{\tau_{lg}s+1}$$

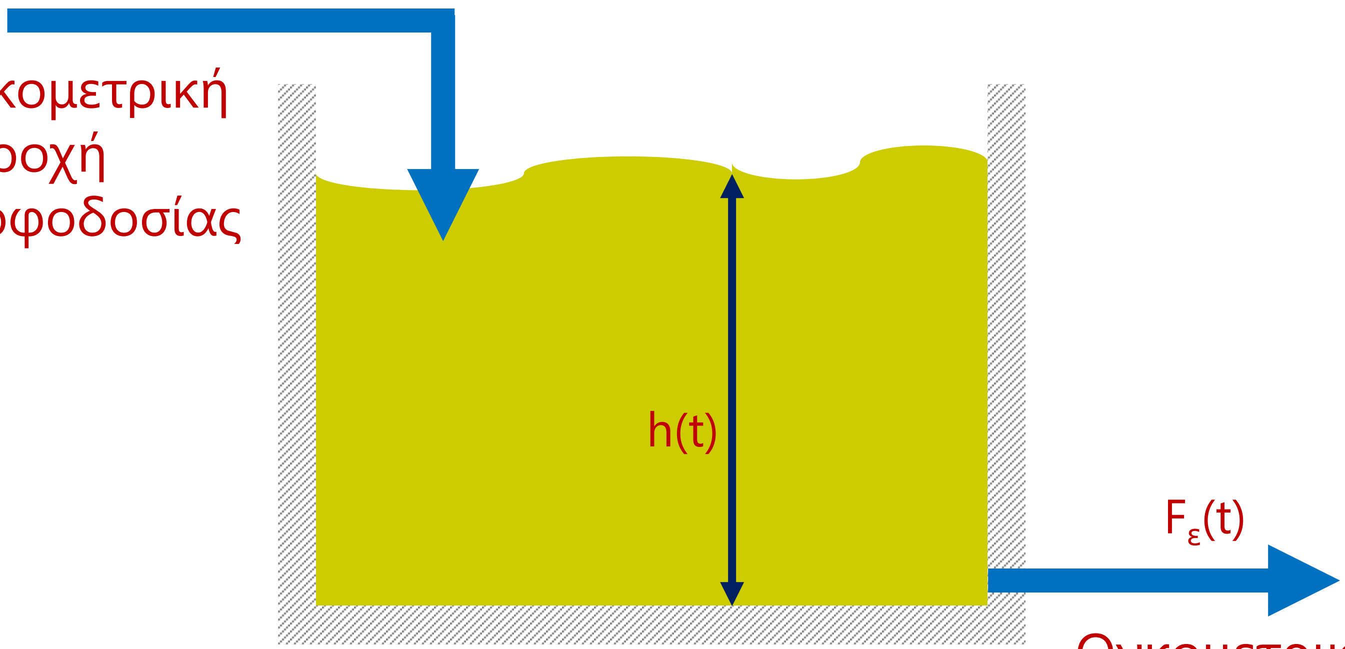
$z_1 = -1/\tau_{ld}$

$p_1 = -1/\tau_{lg}$





Παράδειγμα: Δεξαμενή Υγρού



$$A\frac{dh}{dt} = F - F_\varepsilon$$

$$x = \bar{h}(t)$$
$$u = \bar{F}(t)$$
$$y = \bar{F}_\epsilon = \frac{\bar{h}(t)}{R}$$

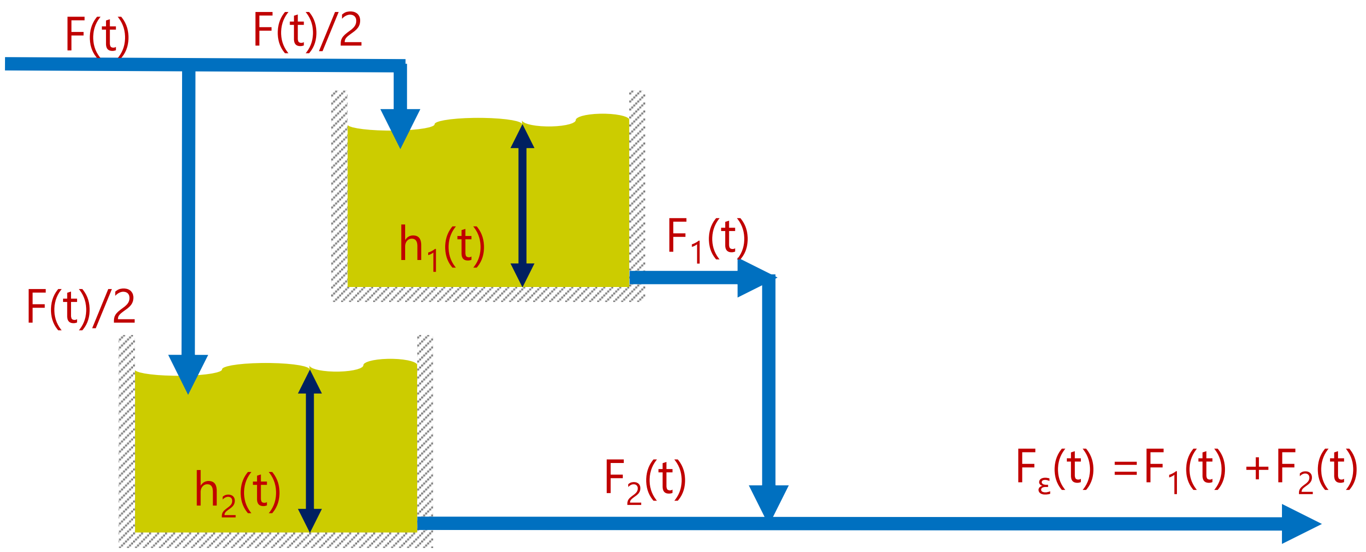
$$\tau = AR$$
$$k = 1$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{\tau}x + \frac{k}{\tau}u$$
$$y = x$$

$$Y(s) = G_u(s)U(s)$$
$$G_u(s) = \frac{1}{ARs + 1}$$

$$\bar{F}(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{ARs+1}} \longrightarrow \bar{F}_\varepsilon(s)$$

Παράλληλη σύνδεση: Σύστημα 2ης τάξης



$$A_1\frac{dh_1}{dt}=-\frac{h_1}{R_1}+\frac{F}{2}$$
$$A_2\frac{dh_2}{dt}=-\frac{h_2}{R_2}+\frac{F}{2}$$

$$\begin{cases} A_1R_1\dfrac{dF_1}{dt}=-F_1+\dfrac{F}{2} \\ A_2R_2\dfrac{dF_2}{dt}=-F_2+\dfrac{F}{2} \\ F_\varepsilon=F_1+F_2 \end{cases}$$

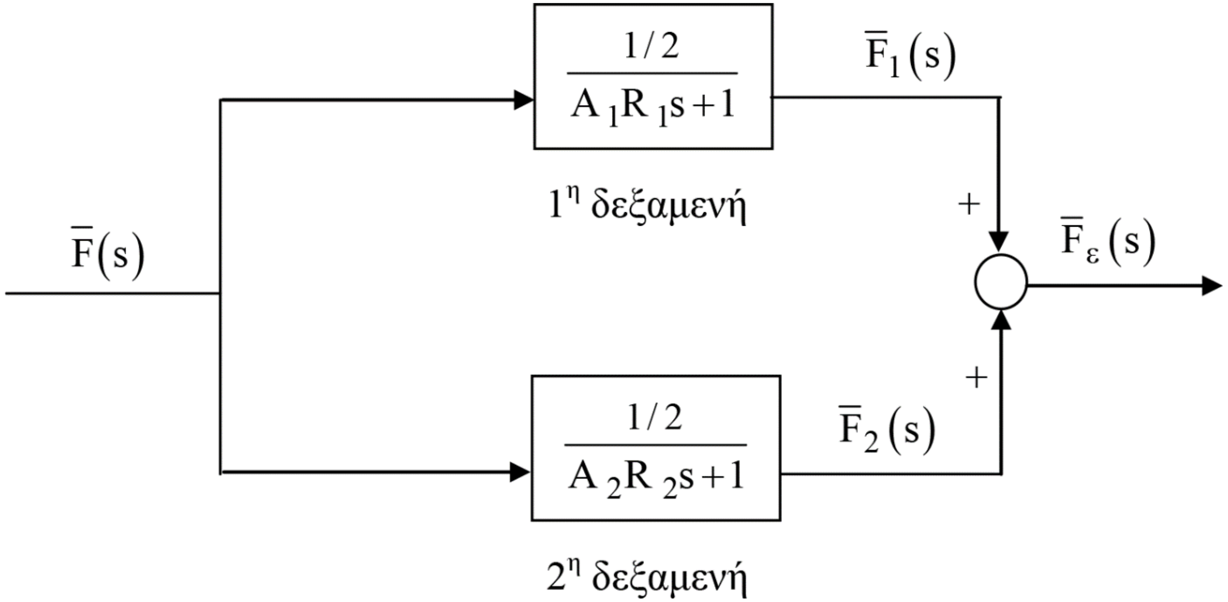
$$F_\varepsilon=\frac{h_1}{R_1}+\frac{h_2}{R_2}$$

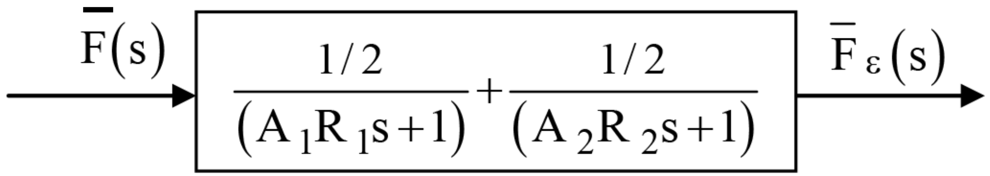
$$\overline{F}_1(s) = \frac{1/2}{A_1R_1s+1}\overline{F}(s)$$

$$\overline{F}_2(s) = \frac{1/2}{A_2R_2s+1}\overline{F}(s)$$

$$\overline{F}_\varepsilon(s) = \overline{F}_1(s) + \overline{F}_2(s)$$

$$\overline{F}_\varepsilon(s) = \left(\frac{1/2}{A_1R_1s+1} + \frac{1/2}{A_2R_2s+1}\right)\overline{F}(s)$$



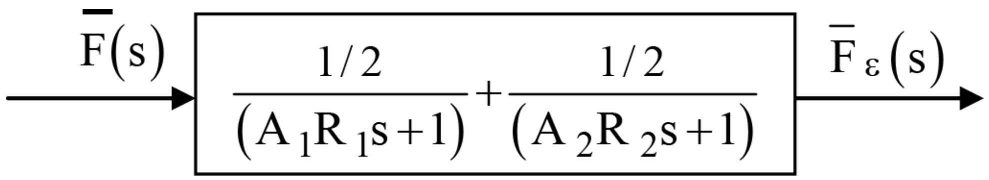


$$\bar{F}_1(s) = \frac{1/2}{A_1R_1s+1}\bar{F}(s)$$

$$\bar{F}_2(s) = \frac{1/2}{A_2R_2s+1}\bar{F}(s)$$

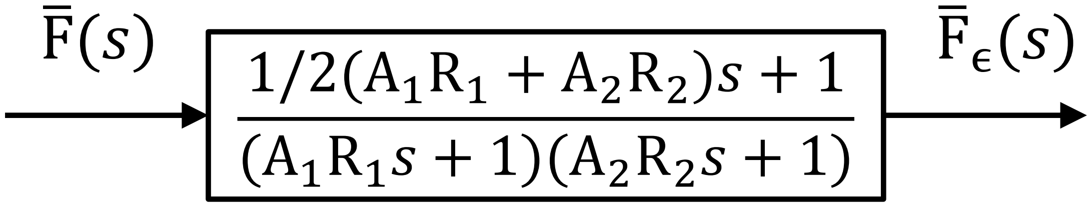
$$\bar{F}_\varepsilon(s) = \bar{F}_1(s) + \bar{F}_2(s)$$

$$\bar{F}_\varepsilon(s) = \left(\frac{1/2}{A_1R_1s+1} + \frac{1/2}{A_2R_2s+1}\right)\bar{F}(s)$$

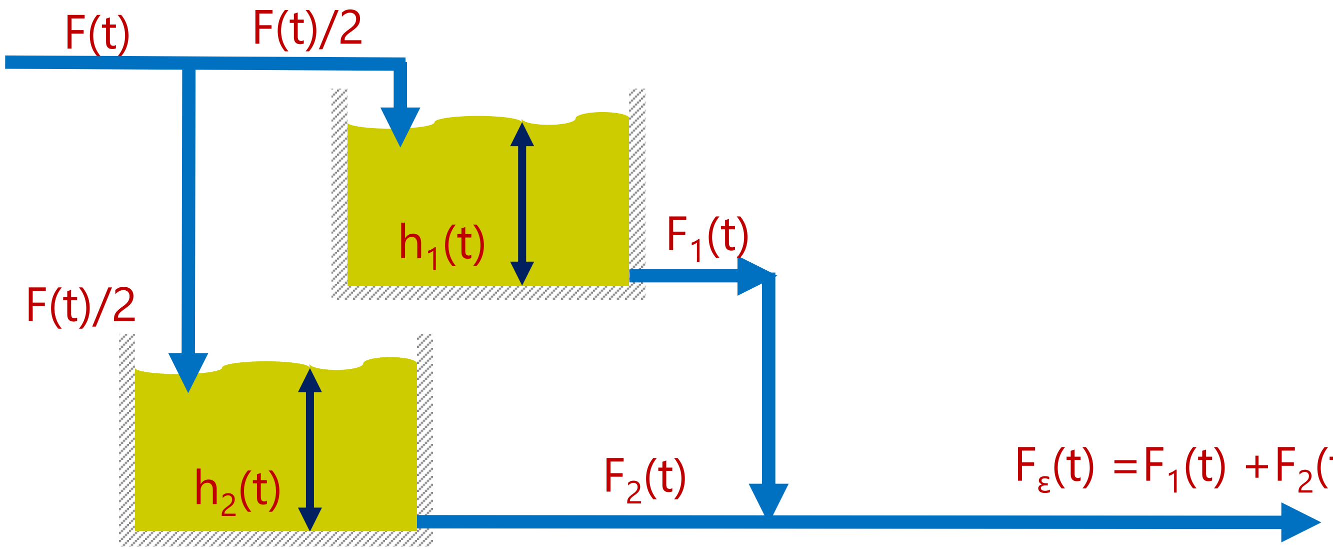


$$\bar{F}(s) = G_u\bar{F}_\epsilon(s)$$

$$G_u(s) = \frac{1/2(A_1R_1 + A_2R_2)s + 1}{(A_1R_1s+1)(A_2R_2s+1)}$$



Παράλληλη σύνδεση: Σύστημα 2ης τάξης



$$G_u(s) = k\frac{\xi s+1}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1}$$

$$k = 1$$

$$\xi = \frac{1}{2}(A_1R_1 + A_2R_2)$$

$$\tau = \sqrt{A_1R_1A_2R_2}$$

$$\zeta = \frac{A_1R_1 + A_2R_2}{2\sqrt{A_1R_1A_2R_2}}$$

$$\begin{cases} A_1R_1\dfrac{dF_1}{dt} = -F_1 + \dfrac{F}{2} \\ A_2R_2\dfrac{dF_2}{dt} = -F_2 + \dfrac{F}{2} \\ F_\varepsilon = F_1 + F_2 \end{cases}$$

$$\bar{F}(s) = G_u\bar{F}_\epsilon(s)$$

$$G_u(s) = \frac{1/2(A_1R_1 + A_2R_2)s + 1}{(A_1R_1s+1)(A_2R_2s+1)}$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering

Επίδραση μηδενικής τιμής (υπερκρίσιμη απόσβεση)

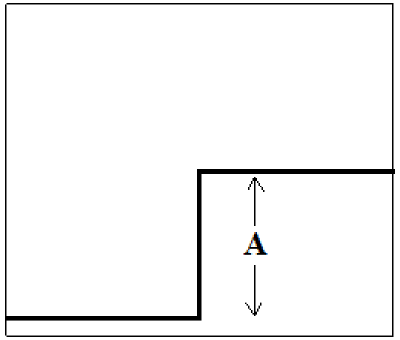
Υπέρβαση στην απόκριση

$$G_u(s) = k\frac{\xi s + 1}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1}$$

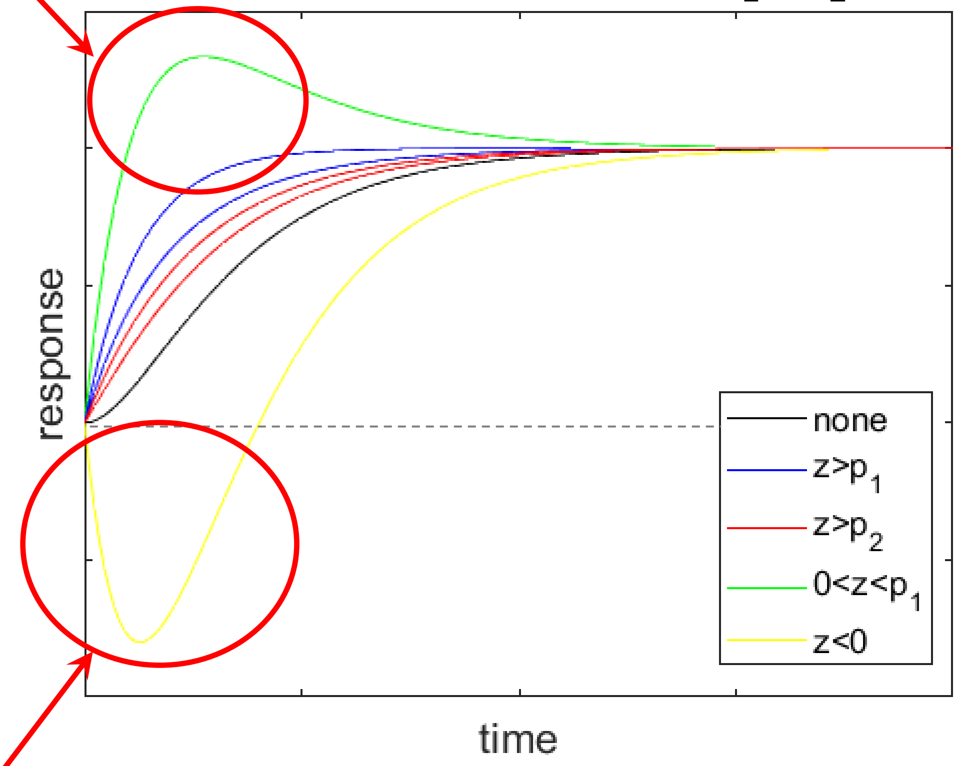
$$z = -1/\xi$$

$$p_1 = -\frac{\zeta}{\tau} + \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau}$$

$$p_2 = -\frac{\zeta}{\tau} - \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau}$$



Παρουσιάζονται τα $-z$, $-p_1$, $-p_2$



Αντίστροφη απόκριση

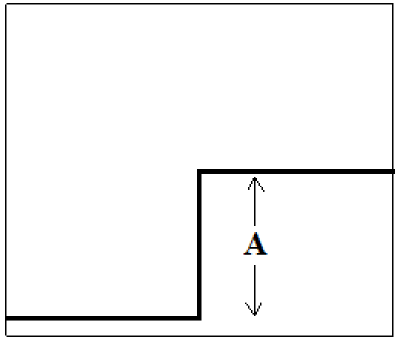
Επίδραση μηδενικής τιμής (υπερκρίσιμη απόσβεση)

$$G_u(s) = k\frac{\xi s + 1}{\tau^2 s + 2\tau\zeta s + 1}$$

$$z = -1/\xi$$

$$p_1 = -\frac{\zeta}{\tau} + \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau}$$

$$p_2 = -\frac{\zeta}{\tau} - \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau}$$



Θεώρημα αρχικής τιμής

$$\lim_{(t\to 0)} y(t) = \lim_{(s\to 0)} s\,Y(s)$$

$$\lim_{(t\to 0)} \frac{dy}{dt} = \lim_{(s\to 0)} s^2\,Y(s)$$

Άρα:

$$\lim_{(t\to 0)} \frac{dy}{dt} = \lim_{(s\to 0)} s^2\,k\frac{\xi s + 1}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1}\frac{M}{s}$$

$$\boxed{\lim_{(t\to 0)} \frac{dy}{dt} = k\frac{\xi}{\tau^2}}$$

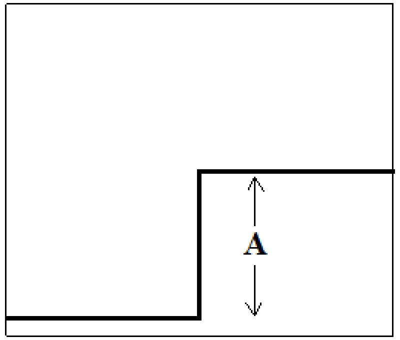
Επίδραση μηδενικής τιμής (υπερκρίσιμη απόσβεση)

$$G_u(s) = k\frac{\xi s + 1}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1}$$

$$z = -1/\xi$$

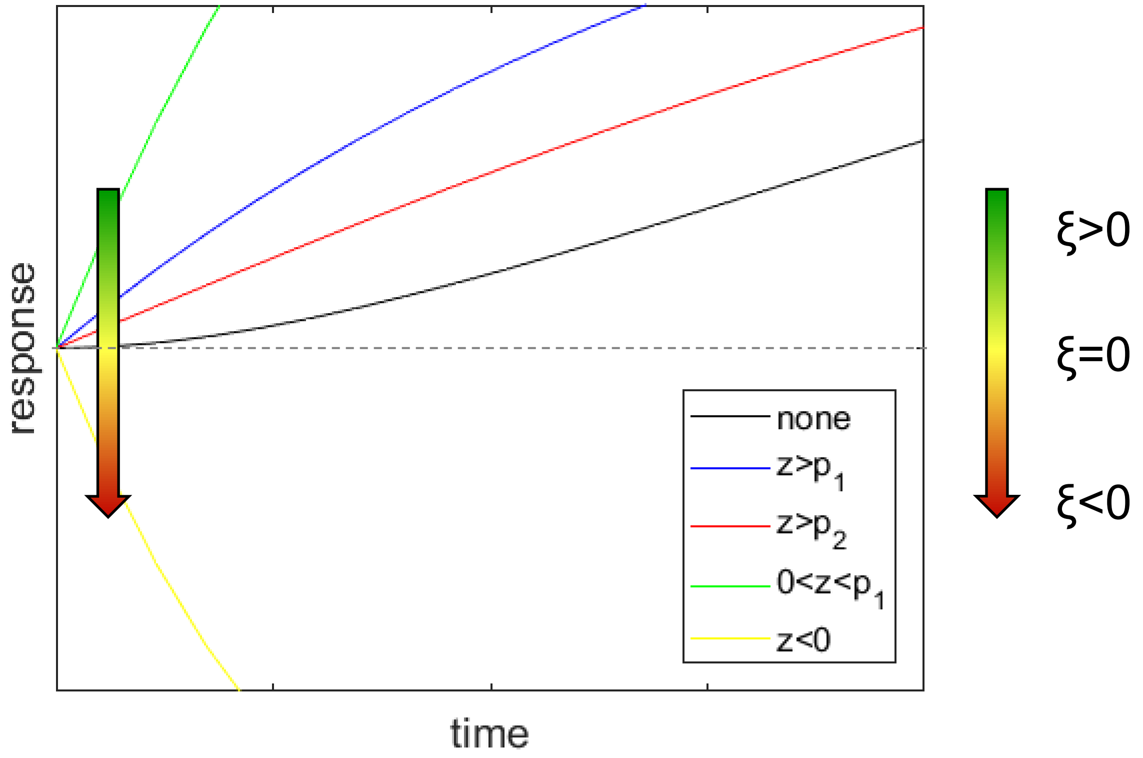
$$p_1 = -\frac{\zeta}{\tau} + \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau}$$

$$p_2 = -\frac{\zeta}{\tau} - \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau}$$



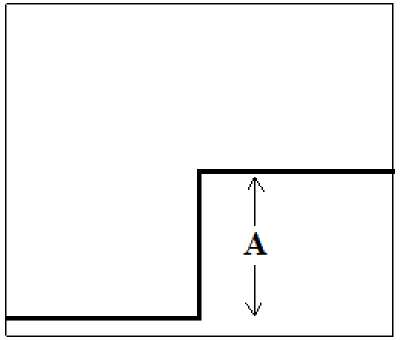
$$\lim_{(t\to 0)} \frac{dy}{dt} = k\frac{\xi}{\tau^2}$$

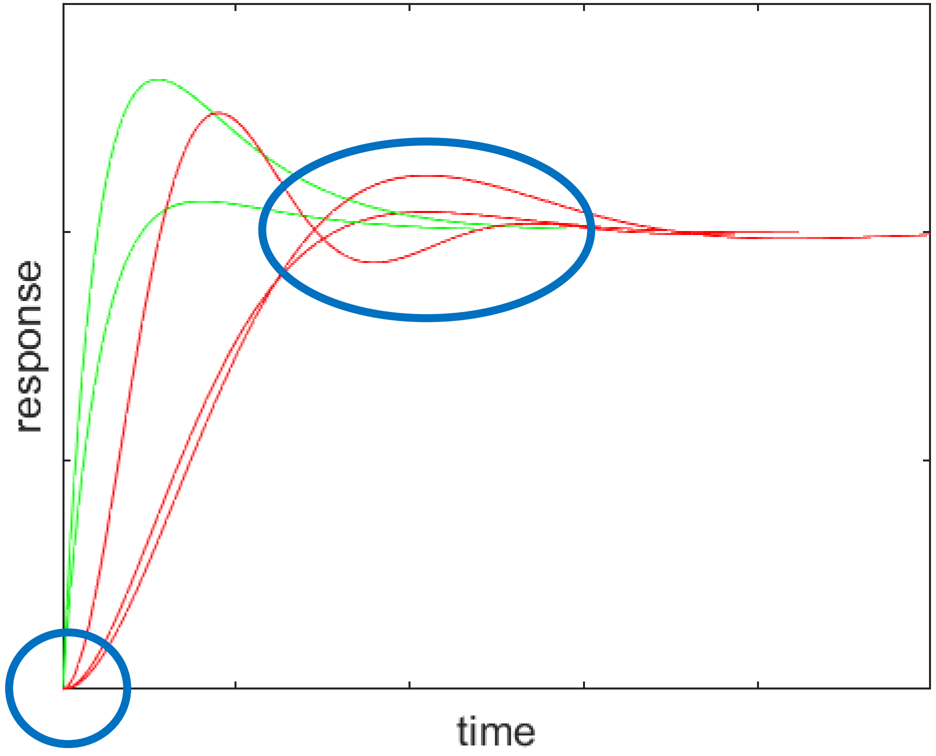
Παρουσιάζονται τα $-z$, $-p_1$, $-p_2$



UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Διαφορές υποκρίσιμης απόκρισης και υπερκρίσιμης απόκρισης με μηδενική τιμή



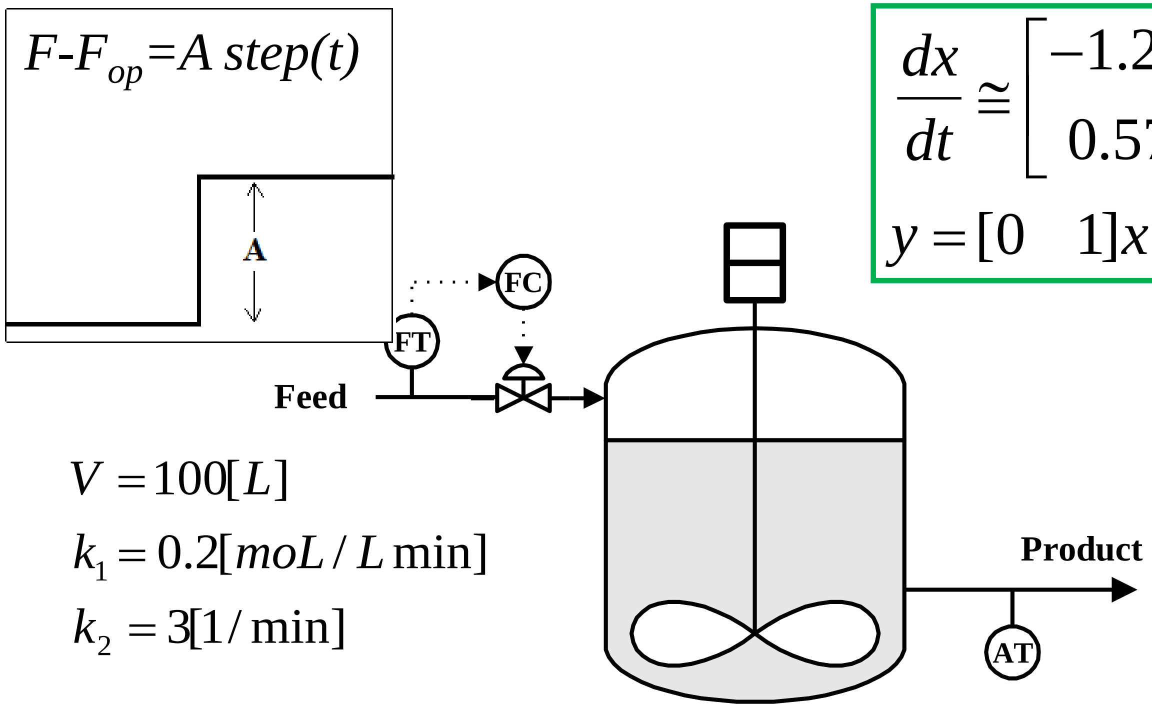


1. Η κλίση της υπερκρίσιμης/υποκρίσιμης αρχικά είναι μηδέν – της υπερκρίσιμης με μηδενική τιμή δεν είναι
2. Η υποκρίσιμη παρουσιάζει ταλαντώσεις – η υπερκρίσιμη με μηδενική τιμή όχι

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Απόκριση ΑΣΑΡ σε βηματική είσοδο

Αλλαγή ρυθμού ροής από 71.7 σε 76.7: $F\text{-}F_{op}=5$ step(t)→$u=5$ step(t)



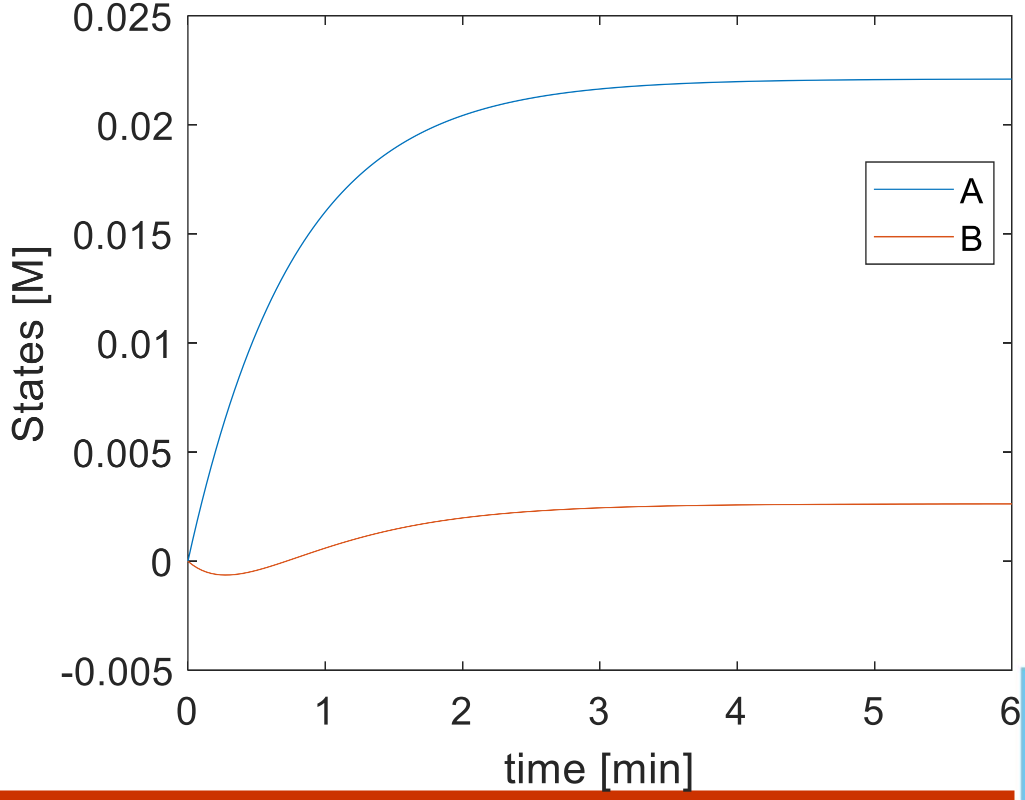
$$\frac{dx}{dt} \cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d$$

$$y = [0 \quad 1] x$$

$$\lambda_1 = -1.2889$$
$$\lambda_2 = -2.717$$

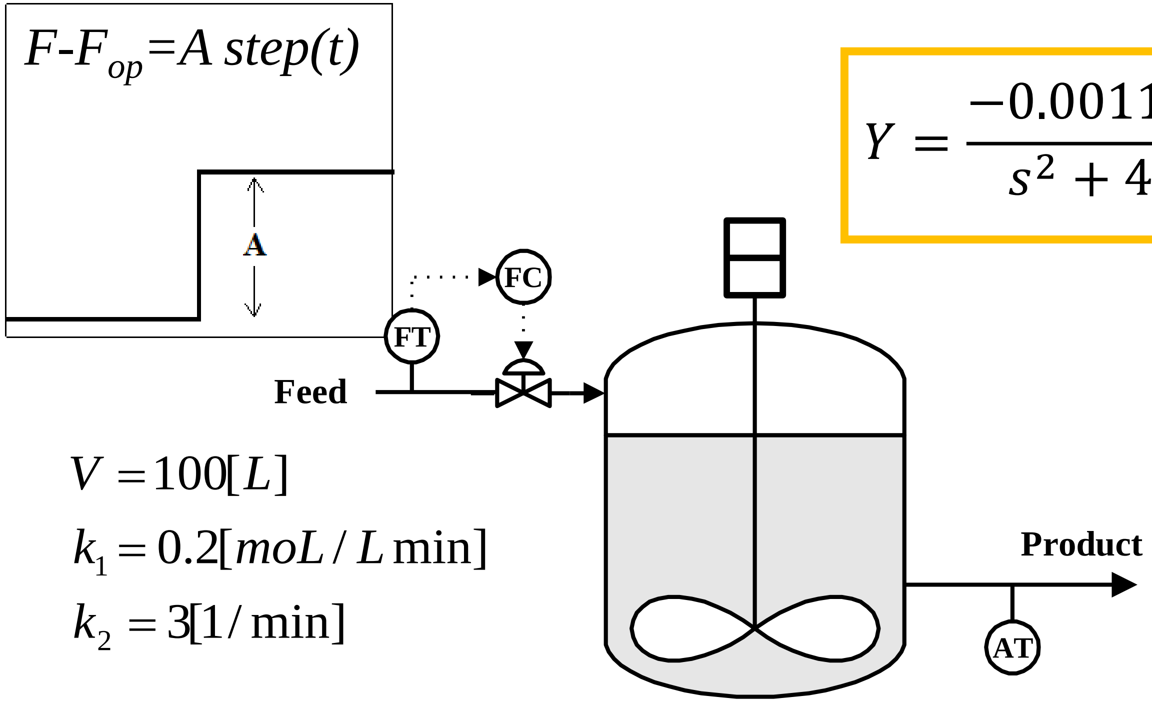
$$V = 100[L]$$
$$k_1 = 0.2[moL/L\min]$$
$$k_2 = 3[1/\min]$$

$$F = 71.7[L/\min]$$
$$C_{A0,s} = 2.00[moL/L]$$
$$C_{A,s} = 1.4298[moL/L]$$
$$C_{B,s} = 0.1100[moL/L]$$



Απόκριση ΑΣΑΡ σε βηματική είσοδο

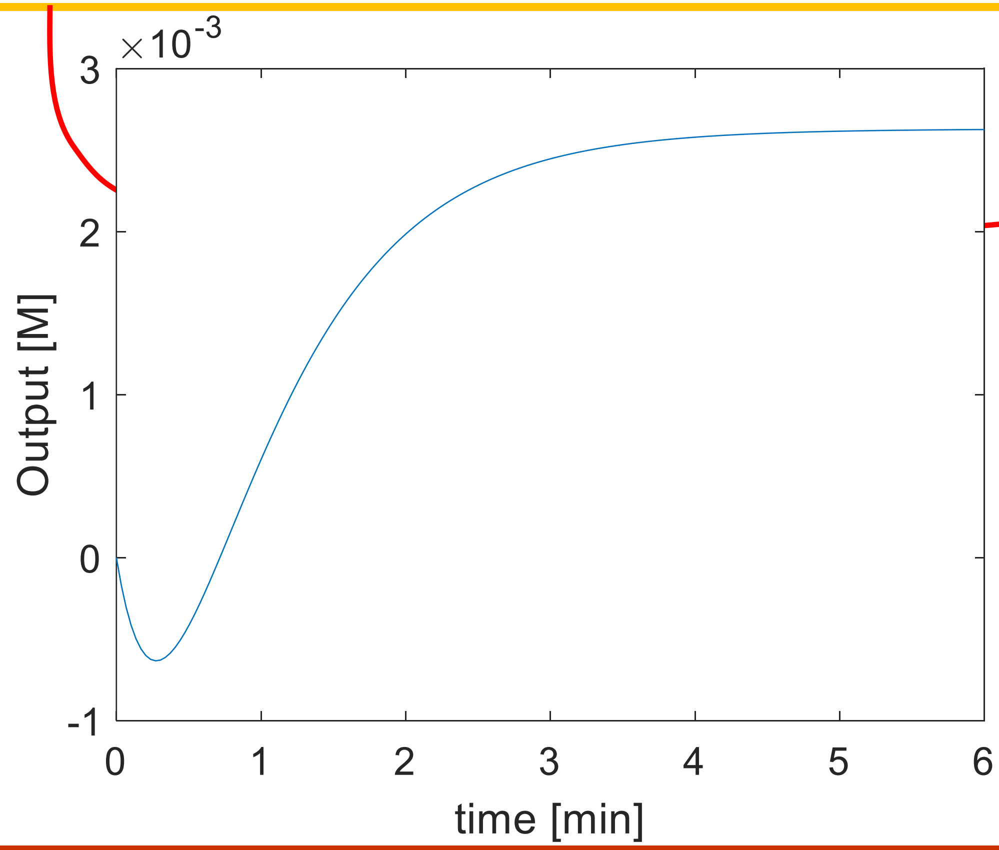
Αλλαγή ρυθμού ροής από 71.7 σε 76.7: $F\text{-}F_{op}=5$ step(t)→$u=5$ step(t)



$$V=100[L]$$
$$k_1=0.2[moL/L\min]$$
$$k_2=3[1/\min]$$

$$F=71.7[L/\min]$$
$$C_{A0,s}=2.00[moL/L]$$
$$C_{A,s}=1.4298[moL/L]$$
$$C_{B,s}=0.1100[moL/L]$$

$$Y=\frac{-0.0011s\quad+0.001842}{s^2+4.006s+3.502}U+\frac{0.4101}{s^2+4.006s+3.502}D$$



$$p_1=-1.2889$$
$$p_2=-2.717$$
$$z_1=1.6745$$
$$K=0.000526$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP