ΔΥΝΑΜΙΚΗ & ΡΥΘΜΙΣΗ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ
Σημειώσεις Μαθήματος

Διάλεξη :

Εισαγωγή στην MATLAB

Σχηματισμός μοντέλων συνεχούς χρόνου

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Σχηματισμός μοντέλων για συστήματα LTI

Το πακέτο Ρύθμισης Συστημάτων (Control System Toolbox)υποστηρίζει μοντέλα συνεχούς χρόνου και μοντέλα διακριτού χρόνου, των παρακάτω τύπων*:

- Συναρτήσεις μεταφοράς
- Zero-pole-gain (Μηδενικές θέσεις – Πόλοι – Ενίσχυση)
- State Space (Χώρος Καταστάσεων)

Συναρτήσεις μεταφοράς συνεχούς χρόνου

Συνάρτηση: Χρήση της συνάρτησης **`tf`** για δημιουργία συνάρτησης μεταφοράς της παρακάτω μορφής :

Παράδειγμα $$H(s) = \frac{2s+1}{s^2+3s+2}$$

```
>>num = [2 1];
>>den = [1 3 2];
>>H=tf(num,den)
```

Matlab Output

Transfer function:

```
  2 s + 1
-------------
s^2 + 3 s + 2
```


ChemEngUP UNIVERSITY OF PATRAS Department Of Chemical Engineering

Συναρτήσεις μεταφοράς συνεχούς χρόνου

Εισαγωγή **καθυστέρησης (μετατόπιση)** σε συνάρτηση μεταφοράς συνεχούς χρόνου $H(s) = e^{-2s}\dfrac{2s+1}{s^2+3s+2}$

Παράδειγμα

```
>>num = [2 1];
>>den = [1 3 2];
>>H=tf(num,den,'inputdelay',2)
```

Αποτέλεσμα Matlab

```
           Συνάρτηση Μεταφοράς
                         2 s + 1
   exp(-2*s) * --------------
                     s^2 + 3 s + 2
```

Συναρτήσεις μεταφοράς συνεχούς χρόνου

Συνάρτηση: Χρήση της συνάρτησης **zpk** για τη δημιουργία συνάρτησης μεταφοράς της παρακάτω μορφής

Παράδειγμα

$$H(s)=\frac{2s+1}{s^2+3s+2}=2\frac{s+0.5}{(s+1)(s+2)}$$

```
>>num = [-0.5];
>>den = [-1 -2];
>>k = 2;
>>H=zpk(num,den,k)
```

Αποτέλεσμα Matlab

```
Zero/pole/gain:
 2 (s+0.5)
-----------
(s+1) (s+2)
```

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Συναρτήσεις μεταφοράς συνεχούς χρόνου

Μοντέλο χώρου καταστάσεων για δυναμικό σύστημα

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}$$

Πίνακες: A είναι ο πίνακας κατάστασης; **B** είναι ο πίνακας εισόδου; **C** είναι ο πίνακας εξόδου ; και **D** είναι ο πίνακας άμεσης μετάδοσης

Διανύσματα: x είναι το διάνυσμα κατάστασης; **u** το διάνυσμα εισόδου; **y** είναι το διάνυσμα εξόδου

Σημείωση: Εφαρμόζονται σε γραμμικά συστήματα και χρονικώς αναλλοίωτα

Συναρτήσεις μεταφοράς συνεχούς χρόνου

Συνάρτηση: Χρήση της συνάρτησης **ss** για δημιουργία μοντέλων χώρου καταστάσεων. Για παράδειγμα:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

```
>>A = [0 1;-5 -2];
>>B = [0;3];
>>C = [0 1];
>>D = [0];
>>sys=ss(A,B,C,D)
```

Matlab Output

```
a =                     b =
        x1   x2                 u1
   x1    0    1            x1    0
   x2   -5   -2            x2    3

c =                     d =
        x1   x2                 u1
   y1    0    1            y1    0
```

Συναρτήσεις μεταφοράς συνεχούς χρόνου

Μετατροπή από	Μετατροπή σε	Συνάρτηση Matlab
Transfer Function	Zero-pole-gain	[z,p,k]=tf2zp(num,den)
Transfer Function	State Space	[A,B,C,D]=tf2ss(num,den)
Zero-pole-gain	Transfer Function	[num,den]=zp2tf(z,p,k)
Zero-pole-gain	State Space	[A,B,C,D]=zp2ss(z,p,k)
State Space	Transfer Function	[num,den]=ss2tf(A,B,C,D)
State Space	Zero-pole-gain	[z,p,k]=ss2zp(A,B,C,D)

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Σχηματισμός μοντέλων διακριτού χρόνου

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Συναρτήσεις μεταφοράς διακριτού χρόνου

Συνάρτηση: Χρήση της συνάρτησης **`tf`** για δημιουργία συνάρτησης μεταφοράς της μορφής :

Παράδειγμα: $H(z)=\dfrac{2z+1}{z^2+3z+2}$ με χρόνο δειγματολειψίας 0.4

```
>>num = [2 1];
>>den = [1 3 2];
>>Ts=0.4;
>>H=tf(num,den,Ts)
```

Matlab Output

```
Transfer function:
   2 z + 1
-------------
z^2 + 3 z + 2

Sampling time: 0.4
```

Συναρτήσεις μεταφοράς διακριτού χρόνου

Function: Χρήση της συνάρτησης **zpk** για δημιουργία συνάρτησης μεταφοράς της μορφής :

Παράδειγμα: $H(z) = 2\frac{z+0.5}{(z+1)(z+2)}$ με χρόνο δειγματοληψίας 0.4

```
>>num = [-0.5];
>>den = [-1 -2];
>>k = 2;
>>Ts=0.4;
>>H=zpk(num,den,k,Ts)
```

Matlab Output

```
Zero/pole/gain:
 2 (z+0.5)
-----------
(z+1) (z+2)

Sampling time: 0.4
```

Συναρτήσεις μεταφοράς διακριτού χρόνου

- Μοντέλο χώρου καταστάσεων για δυναμικό σύστημα

$$\mathbf{x}[n+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[n] + \mathbf{B}\mathbf{u}[n]$$

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{C}\mathbf{x}[n] + \mathbf{D}\mathbf{u}[n]$$

Πίνακες: A είναι ο πίνακας κατάστασης; **B** είναι ο πίνακας εισόδου; **C** είναι ο πίνακας εξόδου ; και **D** είναι ο πίνακας άμεσης μετάδοσης

Διανύσματα: x είναι το διάνυσμα κατάστασης; **u** το διάνυσμα εισόδου; **y** είναι το διάνυσμα εξόδου

n είναι ο διακριτός χρόνος (ή δείκτης χρόνου)

Σημείωση: Εφαρμόζονται σε γραμμικά συστήματα και χρονικώς αναλλοίωτα

Συναρτήσεις μεταφοράς διακριτού χρόνου

Συνάρτηση: Χρήση συνάρτησης **ss** για δημιουργία μοντέλων χώρου καταστάσεων. Για παράδειγμα:

$$\mathbf{x}[n] = \begin{bmatrix} x_1[n] \\ x_2[n] \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

```
>>A = [0 1;-5 -2];
>>B = [0;3];
>>C = [0 1];
>>D = [0];
>>Ts= [0.4];
>>sys=ss(A,B,C,D,Ts)
```

Matlab Output

```
a =                         b =
        x1   x2                      u1
   x1    0    1                 x1    0
   x2   -5   -2                 x2    3

c =                          d =
        x1   x2                       u1
   y1    0    1                  y1    0

Sampling time: 0.4
```

Συνδυασμός μοντέλων

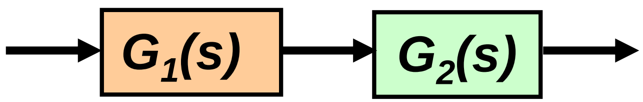
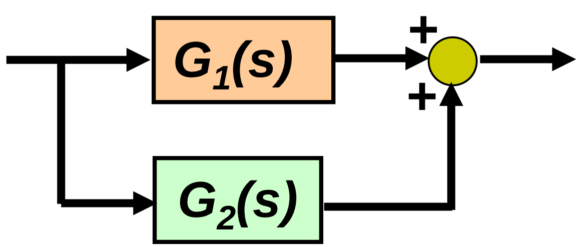
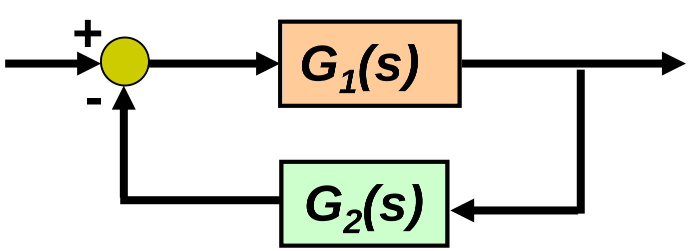
Συνδυασμός μοντέλων

- Ένα μοντέλο μπορεί να είναι μία δομή με εισόδους και εξόδους (διάγραμμα δομών) που περιέχει μία συνάρτηση μεταφοράς ή ένα μοντέλο χώρου καταστάσεων μέσα του.
- Ένα σύμβολο για τις μαθηματικές πράξεις στο σήμα εισόδου προς τη δομή που παράγει την έξοδο

Στοιχεία Διαγράμματος Δομών

Συνδυασμός μοντέλων

Οι παρακάτω συναρτήσεις του Matlab μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διαχείρηση του διαγράμματος δομών

Combination	Matlab Command
	`sys = series(G1,G2)`
	`sys = parallel(G1,G2)`
	`sys = feedback(G1,G2)`

Βασικές αριθμητικές πράξεις για τα μοντέλα

Αριθμητική Πράξη	Σύνταξη Matlab
Πρόσθεση	`sys = G1+G2;`
Πολλαπλασιασμός	`sys = G1*G2;`
Αντιστροφή	`sys = inv(G1);`

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ανάλυση μεταβατικής απόκρισης

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ανάλυση μεταβατικής απόκρισης

- Η μεταβατική απόκριση αναφέρεται στη διεργασία που τελείται για τη μετάβαση από μία **αρχική** σε μία **τελική** κατάσταση
- Οι μεταβατικές αποκρίσεις χρησιμοποιούνται για να ερευνηθούν τα χρονικά χαρακτηριστικά των δυναμικών συστημάτων
- Συνήθεις Αποκρίσεις: Βηματική Απόκριση, Παλμική Απόκριση, και γραμμική (ramp) απόκριση

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

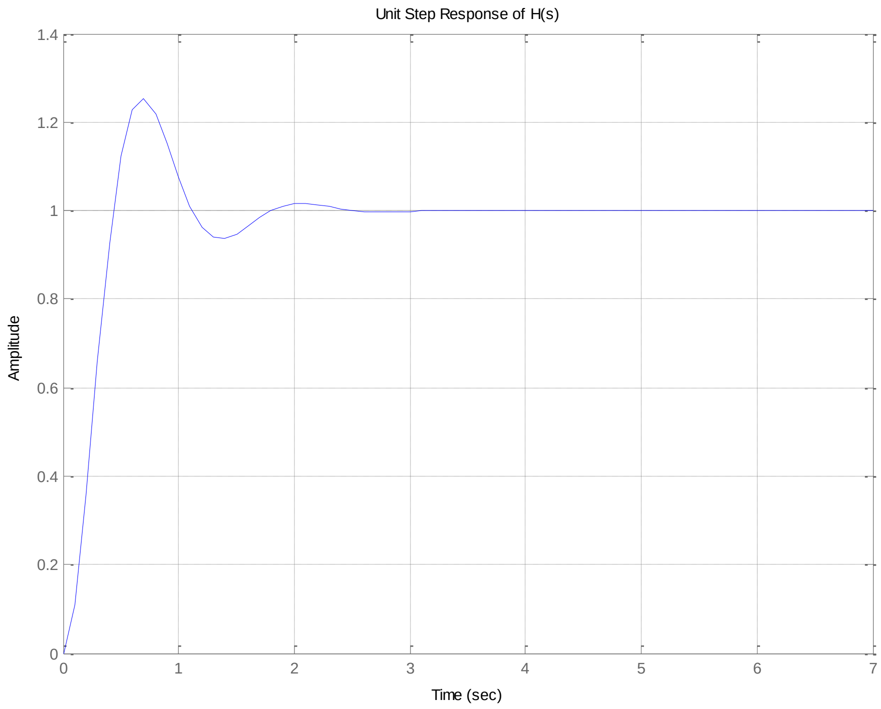
Ανάλυση μεταβατικής απόκρισης

Μοναδιαία Βηματική απόκριση του συστήματος συνάρτησης μεταφοράς. Θεωρείστε το σύστημα: $H(s)=\dfrac{25}{s^2+4s+25}$

```
%*****Numerator & Denominator of H(s)
>>num = [0 0 25];den = [1 4 25];
%*****Specify the computing time
>>t=0:0.1:7;
>>step(num,den,t)
%*****Add grid & title of plot
>>grid
>>title('Unit Step Response of H(s)')
```

Ανάλυση μεταβατικής απόκρισης

Μοναδιαία βηματική απόκριση της *H(s)*



Ανάλυση μεταβατικής απόκρισης

Εναλλακτικός τρόπος δημιουργία μοναδιαίας βηματικής απόκρισης της συνάρτησης μεταφοράς, H(s)

```
%*****Numerator & Denominator of H(s)
>>num = [0 0 25];den = [1 4 25];
%*****Create Model
>>H=tf(num,den);
>>step(H)
```

Αν η βηματική είσοδος είναι $10u(t)$, τότε η βηματική απόκριση παράγεται με την εντολή

```
>>step(10*H)
```

Ανάλυση μεταβατικής απόκρισης

Παλμική απόκριση του συστήματος συνάρτησης μεταφοράς

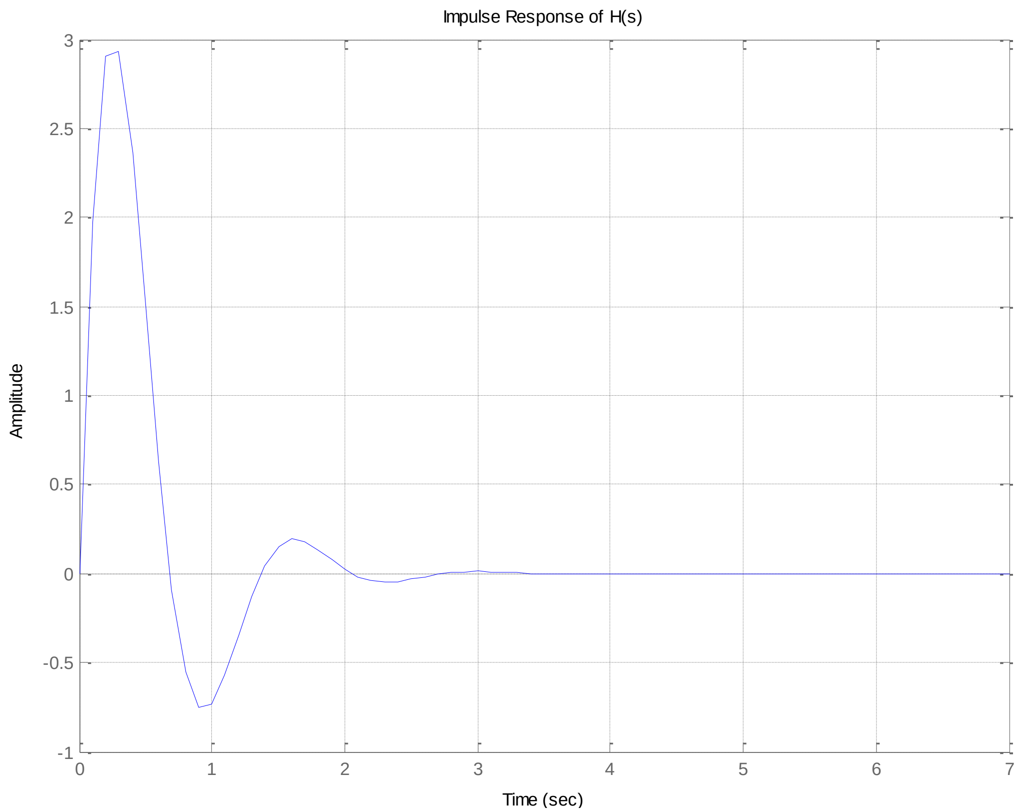
Θεωρήστε το σύστημα : $H(s) = \dfrac{25}{s^2 + 4s + 25}$

```
%*****Numerator & Denominator of H(s)
>>num = [0 0 25];den = [1 4 25];
%*****Specify the computing time
>>t=0:0.1:7;
>>impulse(num,den,t)
%*****Add grid & title of plot
>>grid
>>title(‘Impulse Response of H(s)’)
```


UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ανάλυση μεταβατικής απόκρισης

Παλμική απόκριση της *H(s)*



Ανάλυση μεταβατικής απόκρισης

- **Γραμμική** απόκριση του συστήματος συνάρτησης μεταφοράς
- Δεν υπάρχει «γραμμική» συνάρτηση στην Matlab
- Για τη βηματική απόκριση της *H(s)*, διαιρούμε την *H(s)* με "s" και χρησιμοποιούμε τη **βηματική** συνάρτηση

Θεωρήστε το σύστημα : $H(s)=\dfrac{25}{s^2+4s+25}$

Για μοναδιαία γραμμική είσοδο, $U(s)=\dfrac{1}{s^2}$. Οπότε

$$Y(s)=\frac{1}{s^2}\times\left(\frac{25}{s^2+4s+25}\right)=\frac{1}{s}\times\overbrace{\frac{25}{s\left(s^2+4s+25\right)}}^{\text{ΝΕΑ } H(s)}$$

Υποδεικνύει βηματική απόκριση

ChemEngUP UNIVERSITY OF PATRAS Department Of Chemical Engineering

Ανάλυση μεταβατικής απόκρισης

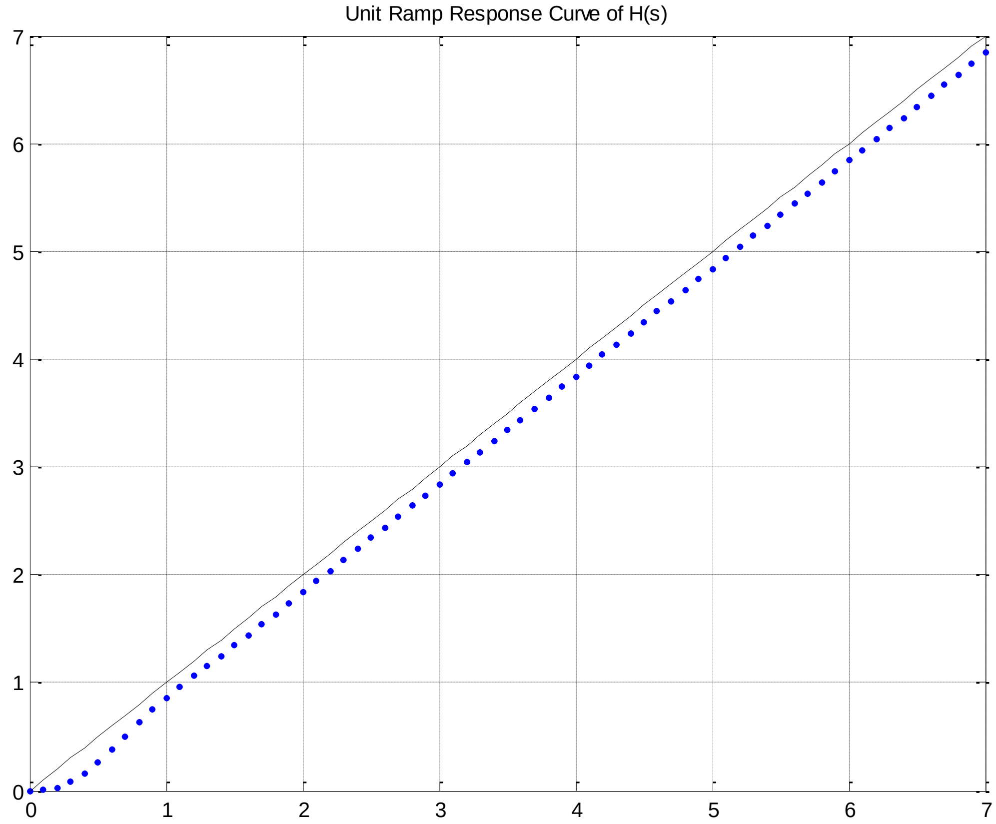
Παράδειγμα : Κώδικας Matlab για **μοναδιαία βηματική** απόκριση

```
%*****Numerator & Denominator of NEW H(s)
>>num = [0 0 0 25];den = [1 4 25 0];
%*****Specify the computing time
>>t=0:0.1:7;
>>y=step(num,den,t);
%*****Plot input & the ramp response curve
>>plot(t,y,'.',t,t,'b-')
%*****Add grid & title of plot
>>grid
>>title('Unit Ramp Response Curve of H(s)')
```


UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ανάλυση μεταβατικής απόκρισης

Μοναδιαία Βηματική απόκριση της $H(s)$



UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ανάλυση συχνοτικής απόκρισης

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ανάλυση συχνοτικής απόκρισης

- Για ανάλυση μεταβατικής απόκρισης- δύσκολος προσδιορισμός ακριβούς μοντέλου (λόγω θορύβου ή περιορισμένου μεγέθους σήματος εισόδου)
- Εναλλακτικά: Χρήση συχνοτικής απόκριση προκειμένου να προσδιοριστεί πώς συμπεριφέρεται το σύστημα στο πεδίο συχνοτήτων
- Μπορεί να τροποποιηθεί η χαρακτηριστική συχνοτική απόκριση του συστήματος με ρύθμιση σχετικών παραμέτρων (σχεδιαστικά κριτήρια) για τη λήψη αποδεκτής μεταβατικής απόκρισης χαρακτηριστικής του συστήματος

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

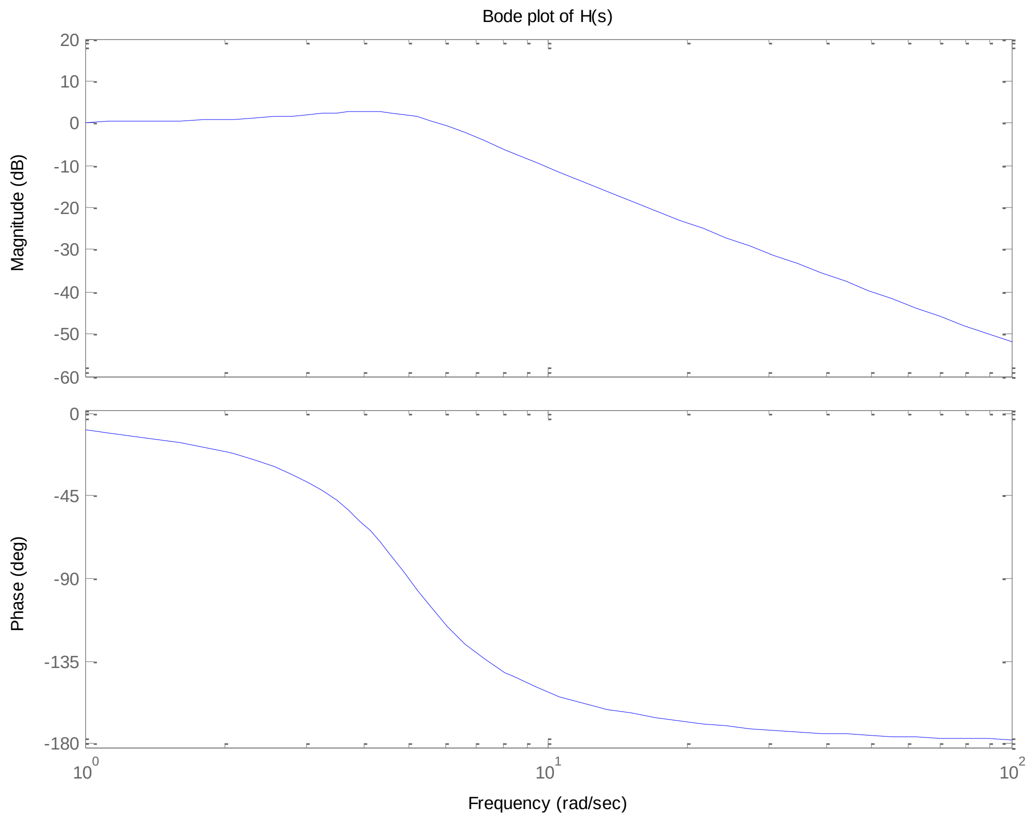
Ανάλυση συχνοτικής απόκρισης

- Διάγραμμα Bode για αναπαράσταση της συχνοτικής απόκρισης
- Αποτελείται από 2 γραφήματα:
  - Διάγραμμα Log-Εύρους (πλάτους) της συνάρτησης μεταφοράς
  - Διάγραμμα φάσης-γωνίας της συνάρτησης μεταφοράς
  - Συνάρτηση Matlab : ‘bode’

```
%*****Numerator & Denominator of H(s)
>>num = [0 0 25];den = [1 4 25];
%*****Use ‘bode’ function
>>bode(num,den)
%*****Add title of plot
>>title(‘Bode plot of H(s)’)
```

Ανάλυση συχνοτικής απόκρισης

Παράδειγμα : Διάγραμμα Bode για την $H(s)=\dfrac{25}{s^2+4s+25}$



Bode : Διάγραμμα Εύρους

Bode : Διάγραμμα Φάσης

Ανάλυση ευστάθειας βασισμένη στην συχνοτική απόκριση

Γενικά

- Η ανάλυση ευστάθειας μπορεί να πραγματοποιηθεί με χρήση διαγράμματος Nyquist
- Από το διάγραμμα Nyquist – προσδιορίζεται άν το σύστημα είναι ευσταθές καθώς και ο βαθμός ευστάθειάς του
- Χρήση των πληροφοριών για να αποφανθούμε πώς θα μπορούμε να βελτιωθεί η ευστάθειας
- Η ευστάθεια καθορίζεται βάσει του **Κριτηρίου Ευστάθειας Nyquist**

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ανάλυση ευστάθειας βασισμένη στην συχνοτική απόκριση

Παράδειγμα: Κώδικας Matlab για σχεδίαση γραφήματος Nyquist

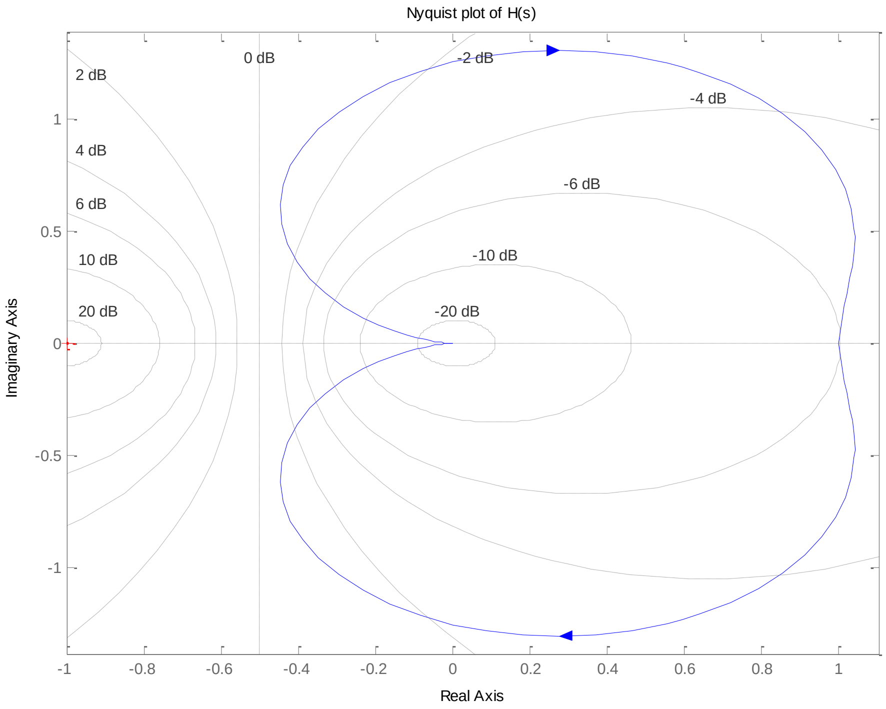
Θεωρείστε το σύστημα $$H(s)=\frac{1}{s^2+0.8s+1}$$

```
%*****Numerator & Denominator of H(s)
>>num = [0 0 1];
>>den = [1 0.8 1];
%*****Draw Nyquist Plot
>>nyquist(num,den)
%*****Add grid & title of plot
>>grid
>>title('Nyquist Plot of H(s)')
```


UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ανάλυση ευστάθειας βασισμένη στην συχνοτική απόκριση

Διάγραμμα Nyquist της $$H(s) = \frac{1}{s^2 + 0.8s + 1}$$



UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

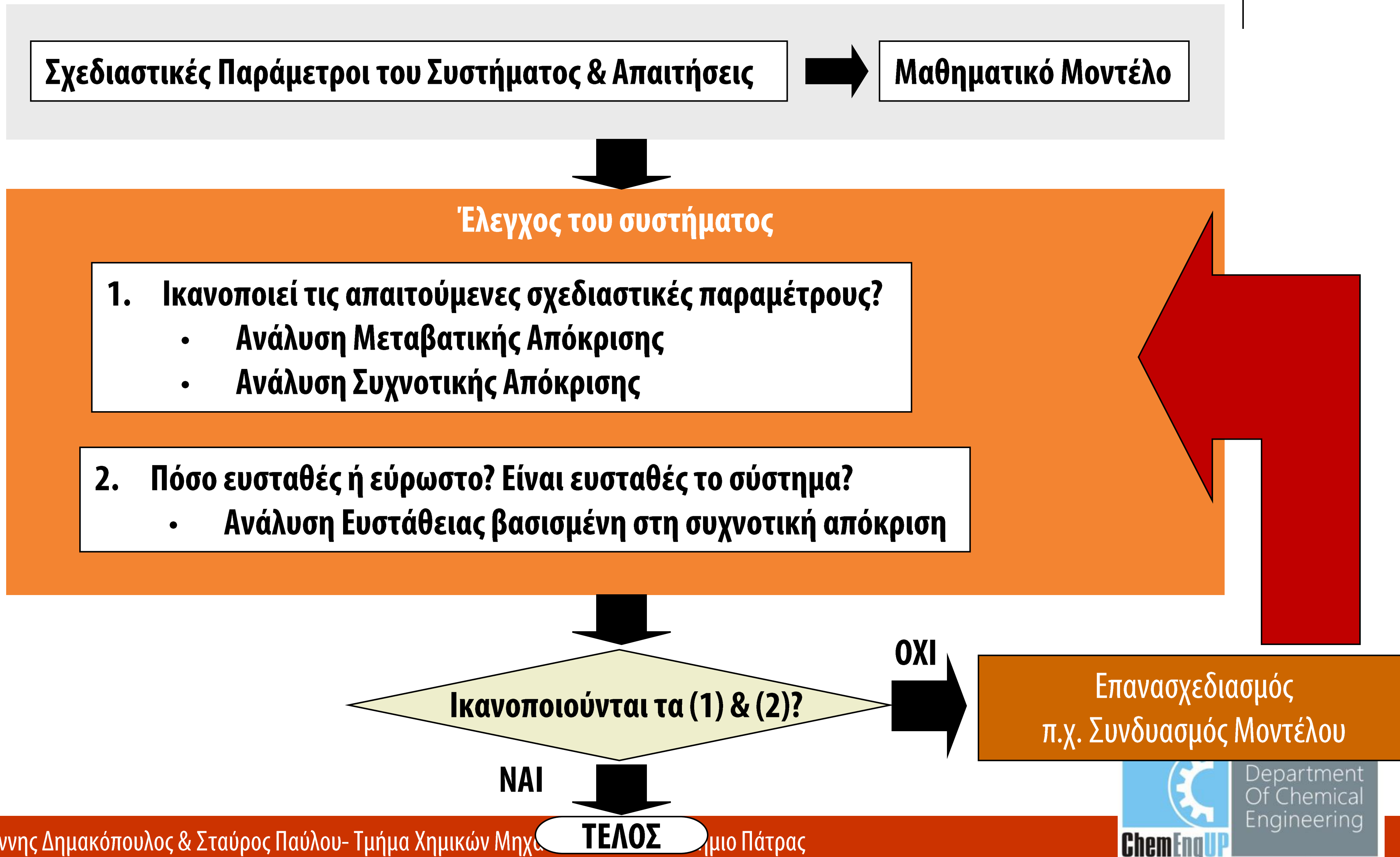
Άλλες πληροφορίες

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

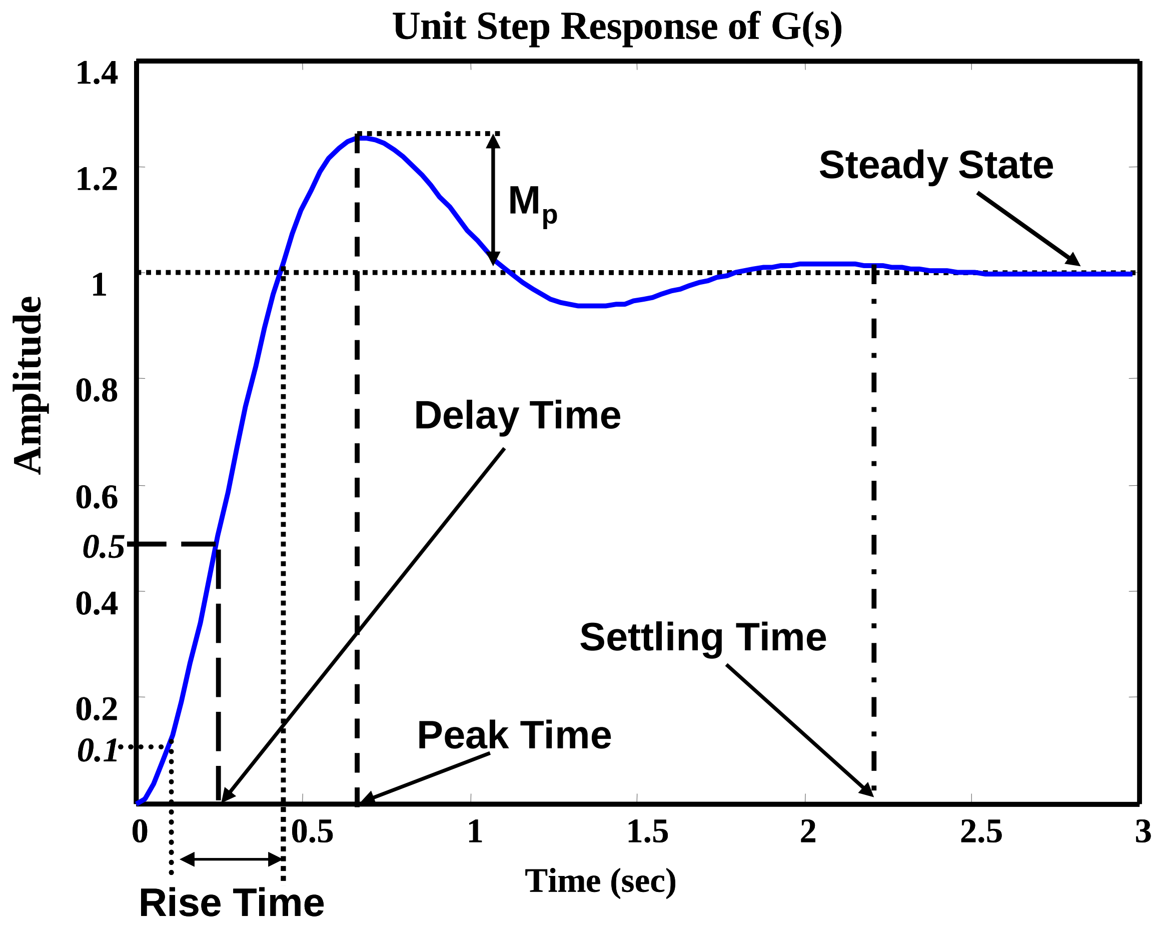
Άλλες Πληροφορίες

- Χρησιμοποιήστε τη «Βοήθεια» - Help για να πάρετε πληροφορίες για τις συναρτήσεις που παρουσιάστηκαν
- Δείτε το Control System Toolbox και για άλλες συναρτήσεις του Matlab

Διαδικασία για τον σχεδιασμό μιας διεργασίες ελέγχου



Καθορισμός μεταβατικής συμπεριφοράς



Χαρακτηριστικά του πεδίου συχνοτήτων

- Ποιό είναι το εύρος ζώνης του συστήματος?
- Ποιές είναι οι αποκομμένες (cutoff) συχνότητες?
- Ποιός είναι ο ρυθμός αποκοπής τους?
- Είναι το σύστημα ευαίσθητο σε μεταβολές / διαταραχές?

Πώς συμπεριφέρεται το σύστημα στο πεδίο συχνοτήτων?

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Συναρτήσεις Control System Toolbox – Εξερευνήστε τα !

Creation of LTI models
ss - Create a state-space model.
zpk - Create a zero/pole/gain model.
tf - Create a transfer function model.
dss - Specify a descriptor state-space model.
filt - Specify a digital filter.
set - Set/modify properties of LTI models.
ltiprops - Detailed help for available LTI properties.

Data extraction
ssdata - Extract state-space matrices.
zpkdata - Extract zero/pole/gain data.
tfdata - Extract numerator(s) and denominator(s).
dssdata - Descriptor version of SSDATA.
get - Access values of LTI model properties.

Model characteristics
class - Model type ('ss', 'zpk', or 'tf').
size - Input/output dimensions.
isempty - True for empty LTI models.
isct - True for continuous-time models.
isdt - True for discrete-time models.
isproper - True for proper LTI models.
issiso - True for single-input/single-output systems.
isa - Test if LTI model is of given type.

Conversions
ss - Conversion to state space.
zpk - Conversion to zero/pole/gain.
tf - Conversion to transfer function.
c2d - Continuous to discrete conversion.
d2c - Discrete to continuous conversion.
d2d - Resample discrete system or add input delay(s).

Overloaded arithmetic operations
+ and - - Add and subtract LTI systems (parallel connection).
* - Multiplication of LTI systems (series connection).
\ - Left divide -- sys1\sys2 means inv(sys1)*sys2.
/ - Right divide -- sys1/sys2 means sys1*inv(sys2).
' - Pertransposition.
.' - Transposition of input/output map.
[..] - Horizontal/vertical concatenation of LTI systems.
inv - Inverse of an LTI system.

Model dynamics
pole, eig - System poles.
tzero - System transmission zeros.
pzmap - Pole-zero map.
dcgain - D.C. (low frequency) gain.
norm - Norms of LTI systems.
covar - Covariance of response to white noise.
damp - Natural frequency and damping of system poles.
esort - Sort continuous poles by real part.
dsort - Sort discrete poles by magnitude.
pade - Pade approximation of time delays.

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

State-space models
rss,drss - Random stable state-space models.
ss2ss - State coordinate transformation.
canon - State-space canonical forms.
ctrb, obsv - Controllability and observability matrices.
gram - Controllability and observability gramians.
ssbal - Diagonal balancing of state-space realizations.
balreal - Gramian-based input/output balancing.
modred - Model state reduction.
minreal - Minimal realization and pole/zero cancellation.
augstate - Augment output by appending states.

Time response
step - Step response.
impulse - Impulse response.
initial - Response of state-space system with given initial state.
lsim - Response to arbitrary inputs.
ltiview - Response analysis GUI.
gensig - Generate input signal for LSIM.
stepfun - Generate unit-step input.

Frequency response
bode - Bode plot of the frequency response.
sigma - Singular value frequency plot.
nyquist - Nyquist plot.
nichols - Nichols chart.
ltiview - Response analysis GUI.
evalfr - Evaluate frequency response at given frequency.
freqresp - Frequency response over a frequency grid.
margin - Gain and phase margins

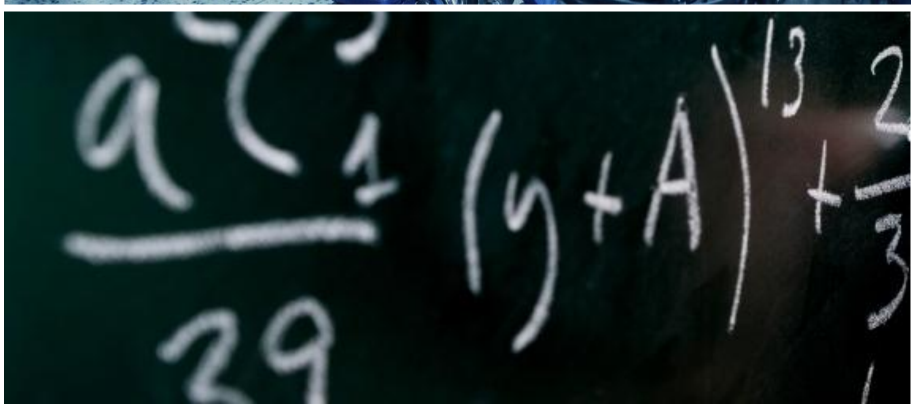
System interconnections
append - Group LTI systems by appending inputs and outputs.
parallel - Generalized parallel connection (see also overloaded +).
series - Generalized series connection (see also overloaded *).
feedback - Feedback connection of two systems.
star - Redheffer star product (LFT interconnections).
connect - Derive state-space model from block diagram description.

Classical design tools
rlocus - Evans root locus.
rlocfind - Interactive root locus gain determination.
acker - SISO pole placement.
place - MIMO pole placement.
estim - Form estimator given estimator gain.
reg - Form regulator given state-feedback and estimator gains.

LQG design tools
lqr,dlqr - Linear-quadratic (LQ) state-feedback regulator.
lqry - LQ regulator with output weighting.
lqrd - Discrete LQ regulator for continuous plant.
kalman - Kalman estimator.
kalmd - Discrete Kalman estimator for continuous plant.
lqgreg - Form LQG regulator given LQ gain and Kalman estimator.

Matrix equation solvers
lyap - Solve continuous Lyapunov equations.
dlyap - Solve discrete Lyapunov equations.
care - Solve continuous algebraic Riccati equations.
dare - Solve discrete algebraic Riccati equations.

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP



Τέλος διάλεξης