

Φυσικές Διεργασίες II

Σωληνώσεις, αντλίες, εναλλάκτες

Σημειώσεις Α. Χ. Παγιατάκης
Καθηγητής, Τμήμα Χημικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών

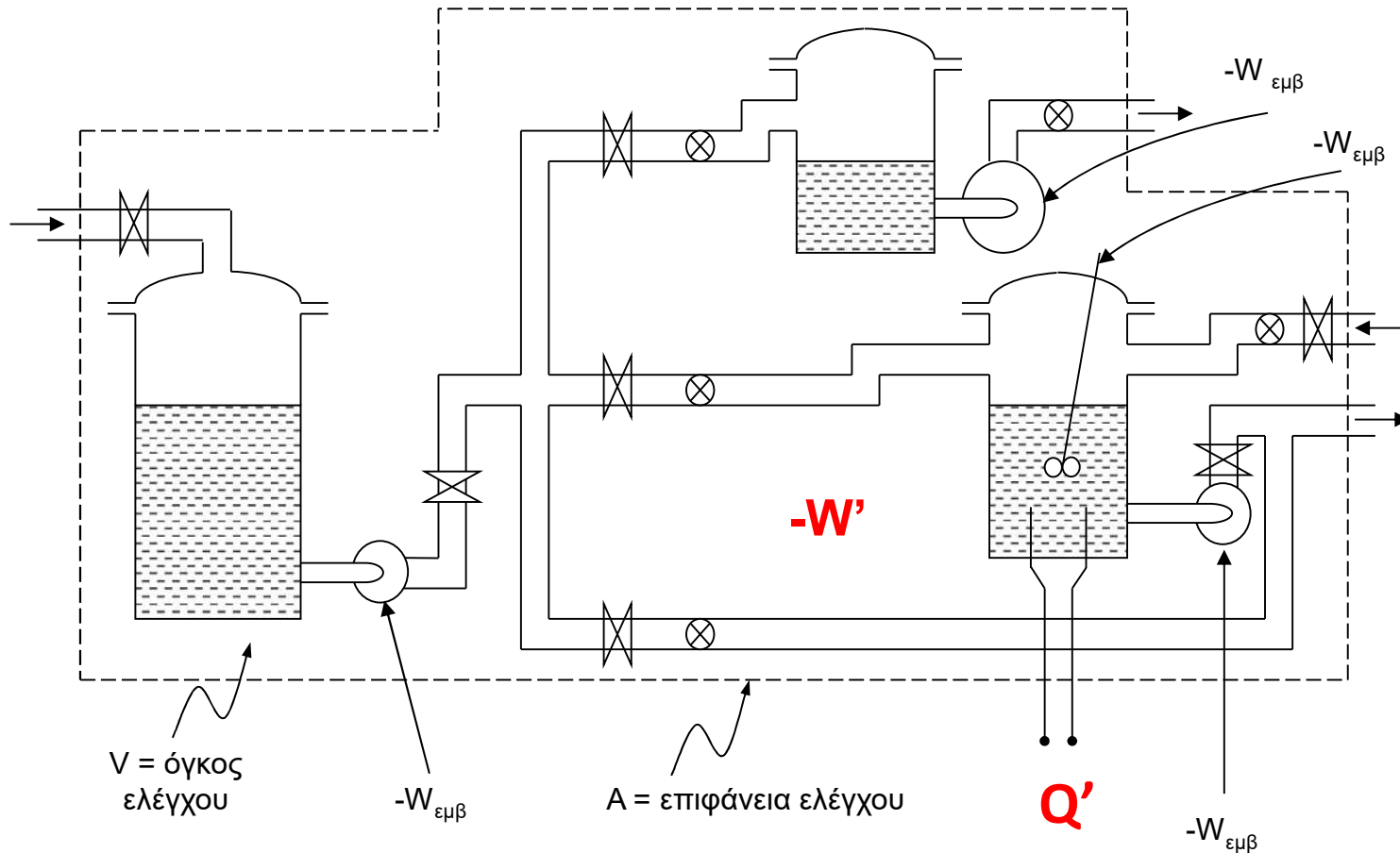
2^ο Μάθημα στις Σωληνώσεις

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΚΑΙ
ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΑ

ΜΕΙΖΟΝΕΣ ΚΑΙ ΕΛΛΑΣΟΝΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ

Χριστάκης Παρασκευά
Καθηγητής,
Τμήμα Χημικών Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Πατρών

ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ



Σχήμα 11.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΩΛΗΝΩΣΕΩΝ

$$\left. \frac{dE}{dt} \right)_{\text{συστ}} = (Q^* - W^*)_{\text{συστ}}$$

ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ

Μακροσκοπικό ισοζύγιο μάζας

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho \, dV + \iint_A \rho \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dA = 0$$

ρ = πυκνότητα, \mathbf{v} = ταχύτητα, $\hat{\mathbf{n}}$ = ορθομοναδιαίο άνωσμα

- Μακροσκοπικό ισοζύγιο γραμμικής ορμής

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \mathbf{v} \rho \, dV + \iint_A \mathbf{v} \rho \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dA = \mathbf{F}_\Sigma + \mathbf{F}_E = \mathbf{F}$$

- \mathbf{F}_Σ = σωματική δύναμη επί του όγκου ελέγχου
- \mathbf{F}_E = συνισταμένη των επιφανειακών δυνάμεων επί του όγκου ελέγχου
- \mathbf{F} = συνισταμένη όλων των δυνάμεων επί του όγκου ελέγχου.

ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ

- Μακροσκοπικό ισοζύγιο ενέργειας

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{συστ}} = \frac{d}{dt} \iiint_V \rho p dV + \iint_A \rho p \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA$$

E = U + KE + ΔE = ΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

e= ειδική ολική ενέργεια (= E α.μ.μ)= $u + (1/2) V^2 + gz$

u= εσωτερική ενέργεια α.μ.μ.

$\frac{1}{2} V^2$ = κινητική ενέργεια α.μ.μ.

gz= δυναμική ενέργεια α.μ.μ.

1^{ος} Θερμοδυναμικός Νόμος

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{συστ}} = (\overset{*}{Q} - \overset{*}{W})_{\text{συστ}}$$

Όπου $\overset{*}{Q}$ ο ρυθμός παροχής θερμότητας προς το σύστημα από το περιβάλλον
Και $\overset{*}{W}$ ο ρυθμός παραγωγής μηχανικού έργου από το σύστημα προς το περιβάλλον

ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ

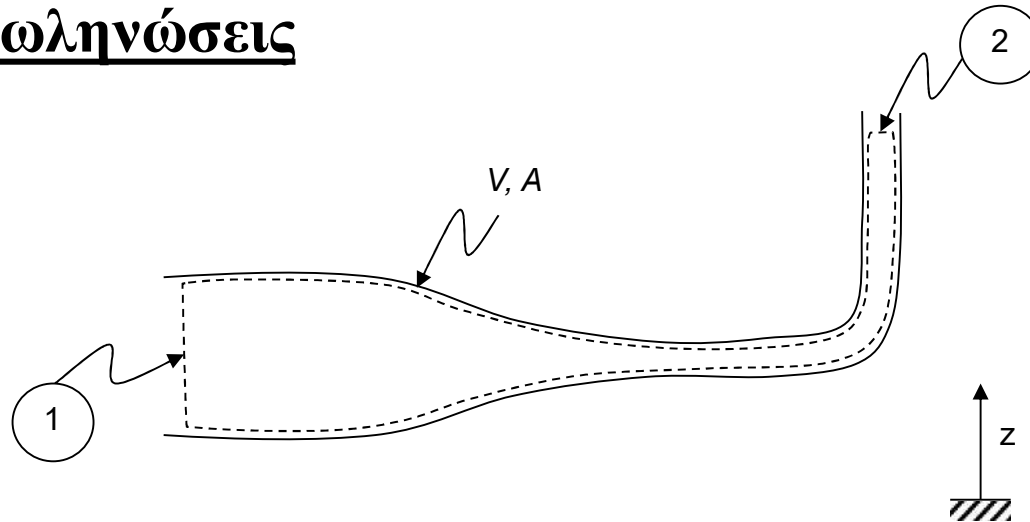
- Ρυθμός παραγωγής μηχανικού έργου

$$W = W_{\text{εμβ}}^* + W_{\text{p+μ}}^* + W_{\text{άλλα}}^*$$

- A) $\dot{W}_{\text{εμβ}}$ ρυθμός παραγωγής μηχανικού έργου μέσω εμβόλου (ή άξονα)
- B) $\dot{W}_{\text{p+μ}}$ ρυθμός παραγωγής μηχανικού έργου επάνω στην επιφάνεια ελέγχου από το άνυσμα της τάσεως (διατμητικές και ορθές τάσεις)
- Γ) $\dot{W}_{\text{άλλα}}$ παροχή ηλεκτρικής ενέργειας, απορρόφηση ακτινοβολίας, κλπ

ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ

Εφαρμογή του μακροσκοπικού ισοζυγίου ενέργειας σε σωληνώσεις



$$\dot{W}^* = \dot{W}_{\varepsilon\mu\beta}^* + \dot{W}_{p+\mu}^* + \dot{W}_{\acute{\alpha}\lambda\lambda\alpha}^*$$

$$\dot{W}_{p+\mu}^* \stackrel{(18)}{=} - \iint_A \mathbf{v} \cdot (\tilde{\boldsymbol{\pi}} \cdot \hat{\mathbf{n}}) dA = - \iint_A \mathbf{v} \cdot (\tilde{\boldsymbol{\tau}} \cdot \hat{\mathbf{n}}) dA + \iint_A \mathbf{v} \cdot (p\tilde{\boldsymbol{\delta}} \cdot \hat{\mathbf{n}}) dA$$

$$\dot{W}_{\varepsilon\mu\beta} = 0, \dot{W}_{\acute{\alpha}\lambda\lambda\alpha} = 0$$

$$= - \iint_A \mathbf{v} \cdot (\tilde{\boldsymbol{\tau}} \cdot \hat{\mathbf{n}}) dA + \iint_A p\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA$$

ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ

- Επιπλέον Υποθέσεις

Μόνιμη ροή, Ομοιόμορφες u και p στις διατομές 1 και 2

- Πράξεις επί πίνακι και εντός των σημειώσεων σας!!!!

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_1 \langle v_1 \rangle^2 + gz_1 \right) = \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_2 \langle v_2 \rangle^2 + gz_2 \right) + h_{ολ}$$

$$h_{ολ} \equiv (u_2 - u_1) - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} = \text{ολική απώλεια υδροστατικής κεφαλής (total head loss)}$$

[=](L/t)², m²/s²

$u_2 - u_1$ = αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του ρευστού (δηλ. θέρμανση του ρευστού, εν γένει ανεπιθύμητη)

$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}}$ = απώλεια θερμικής ενέργειας στο περιβάλλον

Σωληνώσεις

$h_{ολ} = 0$ (ιδανικό ρευστό)

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_1 \langle v_1 \rangle^2 + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_2 \langle v_2 \rangle^2 + gz_2 = \text{σταθ.}$$

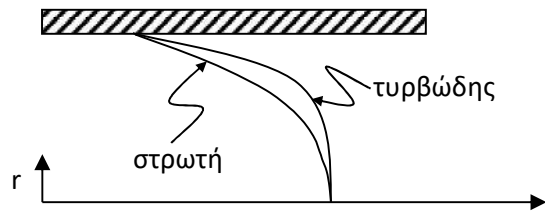
Εξίσωση του Bernoulli $\mu = 0$, $\rho = \text{σταθ.}$

Σωληνώσεις

Συντελεστής Παροχής Κινητικής Ενέργειας, α

- **Στρωτή ροή**

- $\Rightarrow \alpha = 2$, καθ' όσον $v_z / \langle v_z \rangle = 2 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$ και $v_z / v_{z,max} = 2$, (για $r=0$)



Τυρβώδης ροή $\frac{v_z}{v_{z,max}} = \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n}$

Έχουμε το πειραματικό αποτέλεσμα

Παρατηρούμε λοιπόν ότι για τυρβώδη ροή έχουμε: $\alpha \approx 1$

Re	4×10^3	1.1×10^5	3.2×10^6
n	6	7	10

n	6	7	10
$\langle \bar{v} \rangle / \bar{v}_{max}$	0.79	0.82	0.87

Re	4×10^3	1.1×10^5	3.2×10^6
		5	6
n	6	7	10
α	1.08	1.05	1.03

Σωληνώσεις

A. Υπολογισμός της ολικής απώλειας υδροστατικής κεφαλής $h_{ολ}$

A1: ΣΤΡΩΤΗ ΡΟΗ- ΜΕΙΖΟΝΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ

$$h_{ολ} = h_{\mu} + h_{\varepsilon}$$

Η h_{μ} οφείλεται σε ιώδεις τριβές μέσα σε πλήρως ανεπτυγμένη ροή. Η h_{ε} οφείλεται σε αλλαγή διατομής, γωνίες, βαλβίδες κλπ.

Για πλήρως ανεπτυγμένη ροή μέσα σε σωλήνα σταθερής διατομής, έχουμε:

$h_{\varepsilon} = 0, \alpha_1 = \alpha_2 = 2,$ 

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_1 \langle v_1 \rangle^2 + gz_1 \right) = \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_2 \langle v_2 \rangle^2 + gz_2 \right) + h_{ολ}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} + g(z_1 - z_2) = h_{\mu} \quad P = p + \rho gz$$

$$\frac{(P_1 - P_2)}{\rho} = h_{\mu}$$

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle D}{\mu}$$

$$\frac{-\Delta P}{\ell} = \frac{128\mu Q}{\pi D^4} = \frac{128\mu \langle v \rangle \left(\frac{\pi}{4} D^2 \right)}{\pi D^4} = 32 \frac{1}{D} \frac{\mu \langle v \rangle}{D}$$

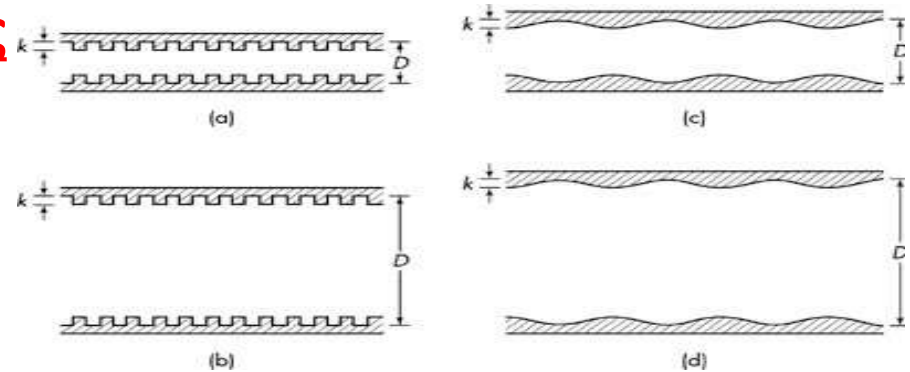
Hagen-Poiseuille

$[m^2/s^2]$

$$h_{\mu} = 32 \frac{\ell}{D} \frac{\mu \langle v \rangle}{\rho D} = \frac{64 \ell}{Re D} \frac{\langle v \rangle^2}{2}$$

10

A. Υπολογισμός της ολικής απώλειας υδροστατικής κεφαλής $h_{ολ}$



- A2: Τυρβώδης Ροή
- (ΜΕΙΖΟΝΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ)

- Από την πείρα γνωρίζουμε ότι η ΔP εξαρτάται από συγκεκριμένες μεταβλητές και παραμέτρους, $\Delta P = \Delta P(D, \ell, e, \langle v \rangle, \rho, \mu)$
- Χρησιμοποιώντας διαστατική ανάλυση ευρίσκουμε ότι

$$\frac{(P_1 - P_2)}{\rho} = h_\mu \quad \frac{-\Delta P}{\rho \langle v \rangle^2} = \phi_1 \left(\frac{\rho \langle v \rangle D}{\mu}, \frac{\ell}{D}, \frac{e}{D} \right) = \phi_1 \left(Re, \frac{\ell}{D}, \frac{e}{D} \right) =$$

$$\frac{h_\mu}{\langle v \rangle^2} = \frac{\ell}{D} \phi_2 \left(Re, \frac{e}{D} \right) \quad \frac{h_\mu}{\frac{1}{2} \langle v \rangle^2} = \frac{\ell}{D} 2\phi_2 \left(Re, \frac{e}{D} \right) \quad \frac{h_\mu}{\frac{1}{2} \langle v \rangle^2} = \frac{\ell}{D} f \left(Re, \frac{e}{D} \right)$$

$$h_\mu = f \left(Re, \frac{e}{D} \right) \frac{\ell}{D} \frac{\langle v \rangle^2}{2}$$

$$\frac{(-\Delta P / \ell) D}{\frac{1}{2} \rho \langle v \rangle^2} = f \left(Re, \frac{e}{D} \right)$$

Το f είναι γνωστό ως ο συντελεστής τριβής του Fanning (κυρίως ΗΠΑ).

Στην Αγγλία χρησιμοποιείται συχνά ο συντελεστής τριβής του Moody, $\phi \stackrel{11}{=} f / 4$

Σωληνώσεις

$$h_{\mu} = 32 \frac{\ell}{D} \frac{\mu \langle v \rangle}{\rho D} = \frac{64}{\text{Re}} \frac{\ell}{D} \frac{\langle v \rangle^2}{2}$$

Στρωτή ροή: $f = \frac{64}{\text{Re}}$

$$h_{\mu} = f \left(\text{Re}, \frac{e}{D} \right) \frac{\ell}{D} \frac{\langle v \rangle^2}{2}$$

Τυρβώδης ροή

Τυρβώδης ροή

Τιμές του f δίνονται συνήθως υπό τη μορφή του **διαγράμματος του Moody** (από την εργασία του L.F. Moody). Βλέπουμε ότι για τυρβώδη ροή το f εξαρτάται ισχυρώς όχι μόνο από το Re αλλά και από τη σχετική τραχύτητα e/D ,

Περιοχή 1 (**$\text{Re} < 2000$**) Στρωτή ροή, $f = 64/\text{Re}$.

$$(-\Delta P / \ell) \sim \langle v \rangle$$

Περιοχή 2 (**$2000 < \text{Re} < 3000$**) Μεταβατική περιοχή μεταξύ στρωτής τυρβώδους ροής. Η μετάπτωση από στρωτή σε τυρβώδη ροή εξαρτάται από την κατάσταση του σωλήνα, την παρουσία βαλβίδων, αγκώνων, κλπ. στο σωλήνα και την καθαρότητα του ρευστού.

Περιοχή 3 (**$\text{Re} > 3000$**) Τυρβώδης ροή, $f = f(\text{Re}, e/D)$

$$(-\Delta P / \ell) \sim \langle v \rangle^m, \quad 1 < m < 2$$

Περιοχή 4 (Τραχειές σωληνώσεις και **υψηλές τιμές του Re**), $f = f(e/D)$,

$$(-\Delta P / \ell) \sim \langle v \rangle^2$$

Σωληνώσεις

- Αναλυτικές εκφράσεις για τη σχέση $f = f(Re, e/D)$

- Στρωτή Ροή $f = \frac{64}{Re} \quad Re < 2000$

- Τυρβώδης Ροή

- (ii-1) Λείοι σωλήνες: $2.5 \times 10^3 < Re < 10^5, f = 0.317 Re^{-0.25}$

-

- (ii-2) Λείοι σωλήνες: $2.5 \times 10^3 < Re < 10^7 \quad f = 4\phi$
 $\phi^{-0.5} = 2.51 \ln(Re \phi^{0.5}) + 0.3$

-

- (ii-3) Τραχείς σωλήνες, $f = 4\phi$
 $\phi^{-0.5} = -2.51 \ln \left(0.27 \frac{e}{D} + 0.885 Re^{-1} \phi^{-0.5} \right)$

-

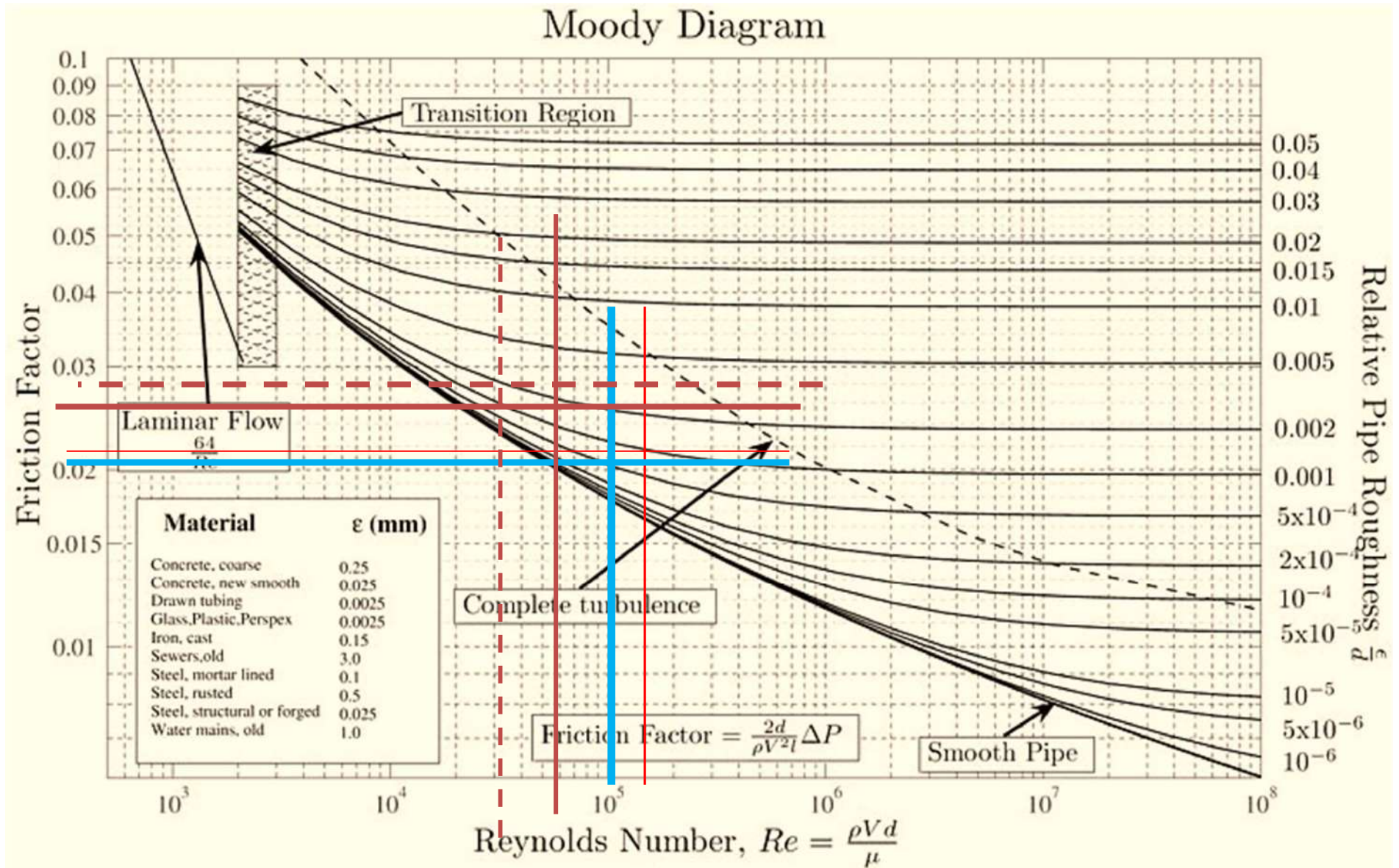
- (ii-4) Τραχείς σωλήνες
 $\frac{e}{D} Re \phi^{0.5} \gg 3.3, \text{ και } f = 4\phi$

-

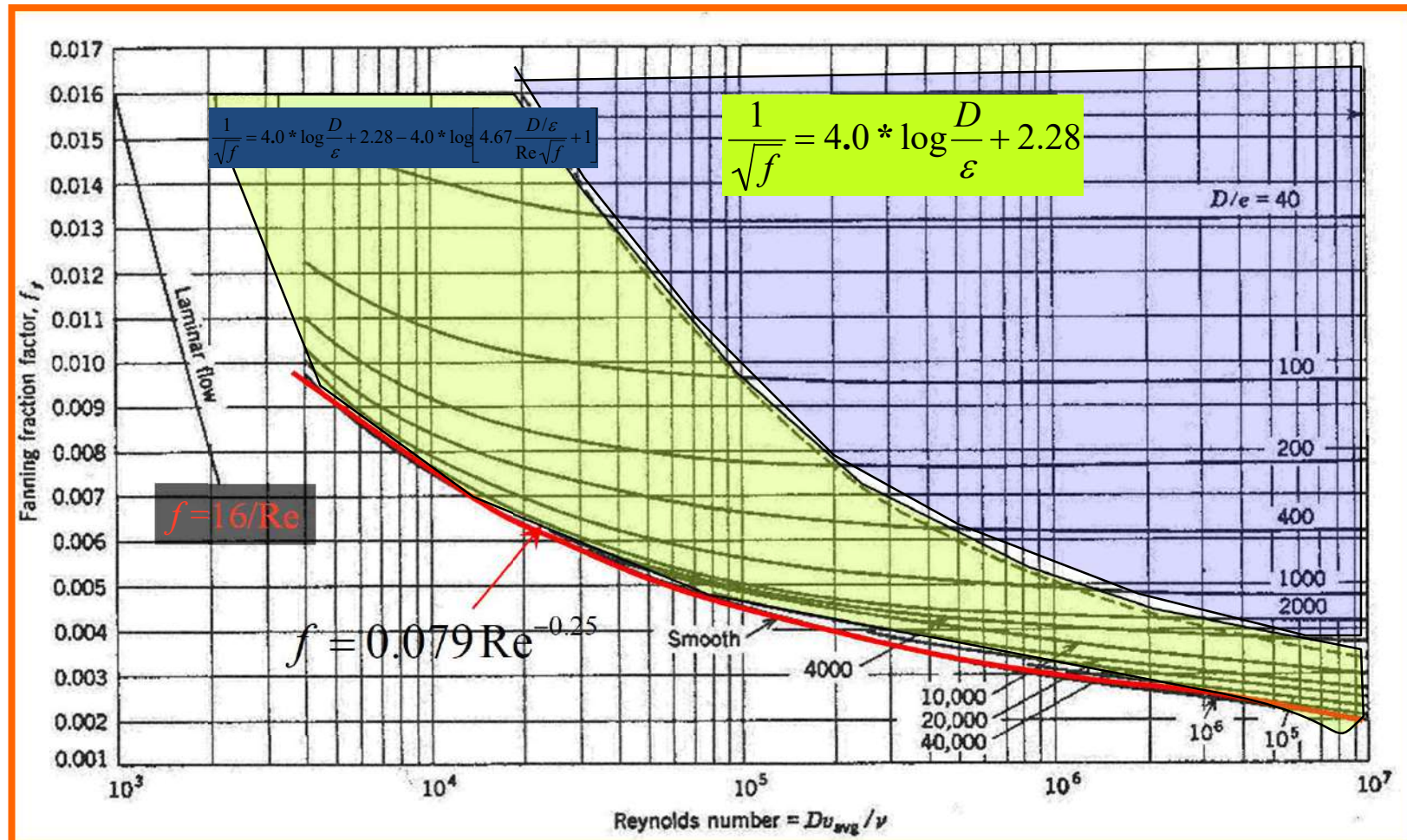
$$\phi^{-0.5} = 3.2 - 2.51 \ln \left(\frac{e}{D} \right)$$

Διάγραμμα Moody

$$f_D(Re, k/D)$$

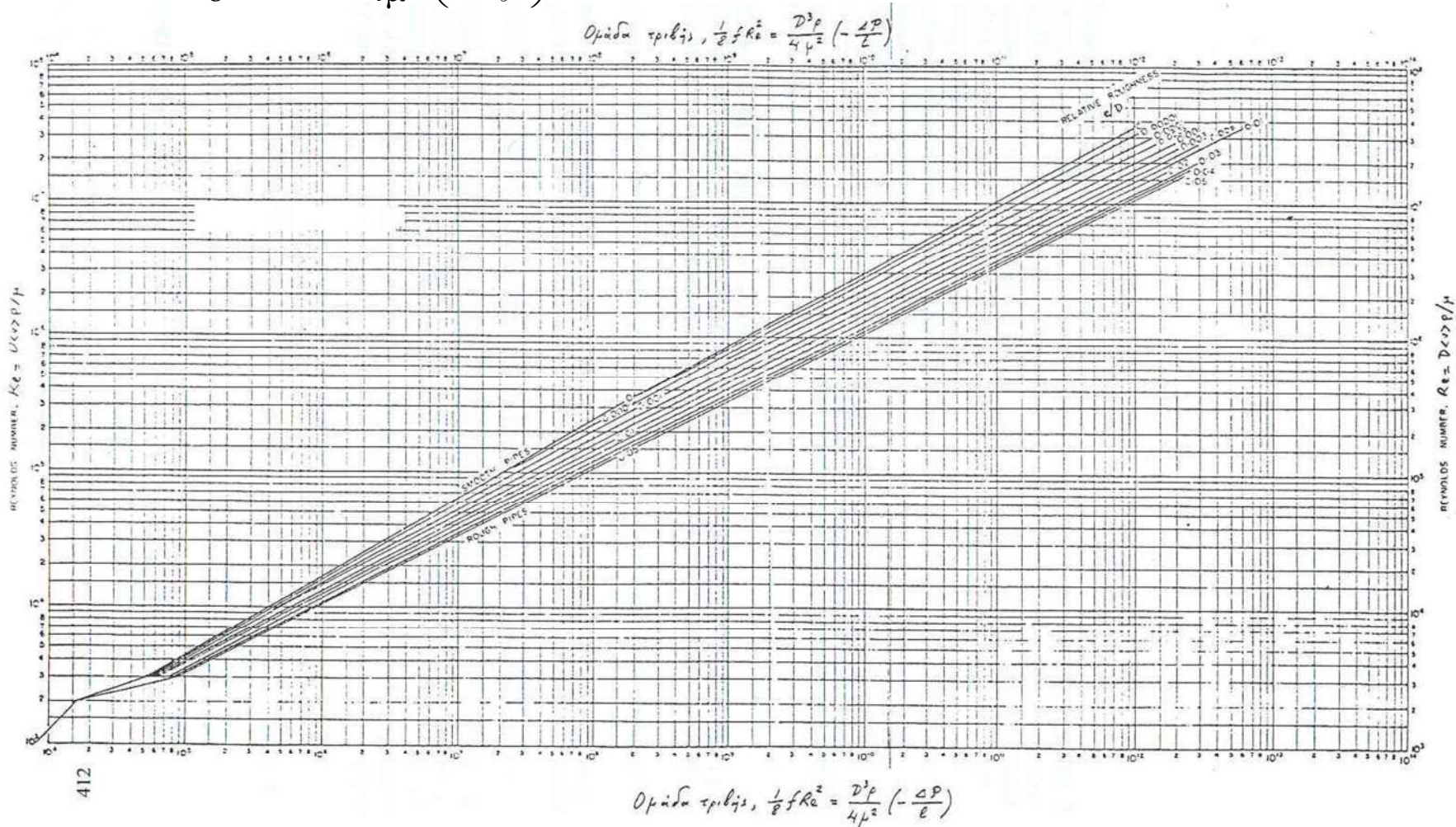


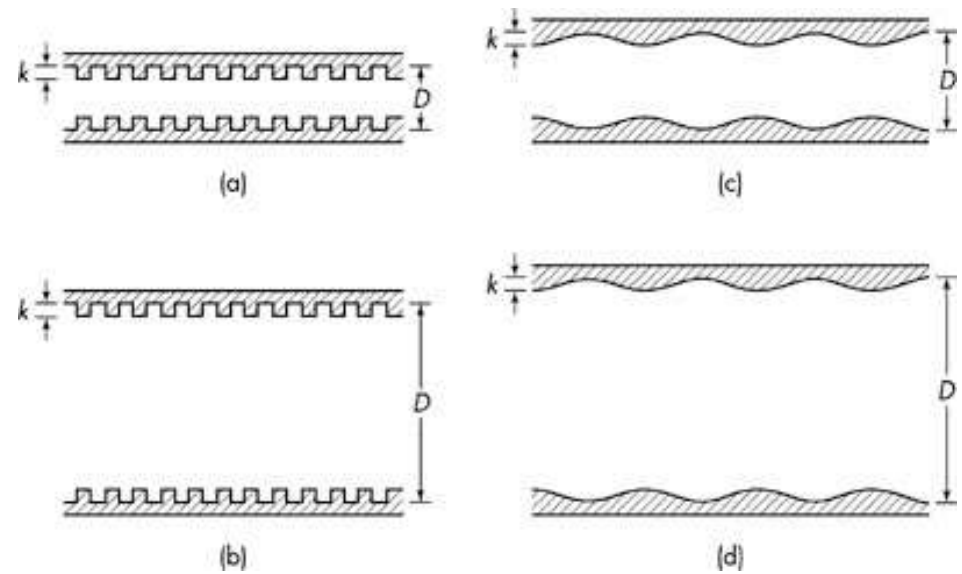
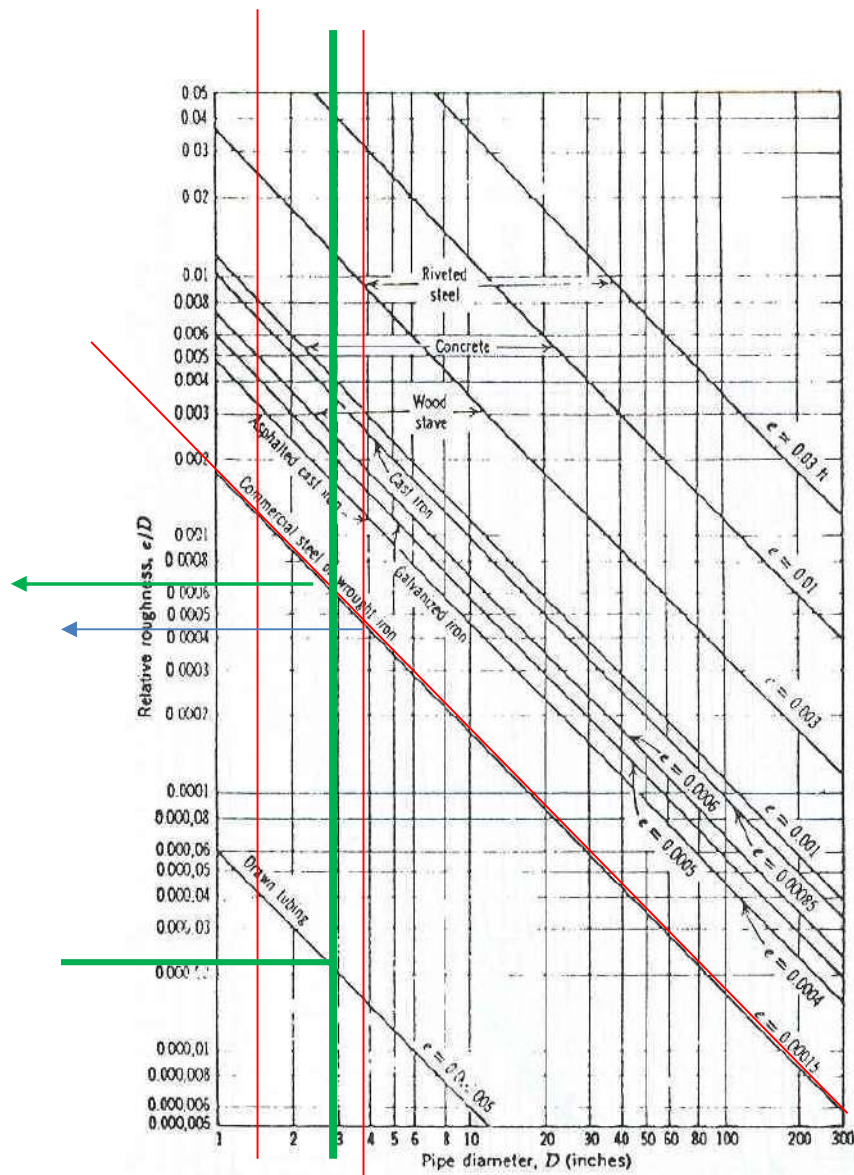
Fanning Diagram



Σωληνώσεις (άγνωστη ταχύτητα, $\langle V \rangle$)

$$\phi Re^2 = \frac{1}{8} f Re^2 = \frac{D^3 \rho}{4\mu^2} \left(-\frac{\Delta P}{l} \right)$$



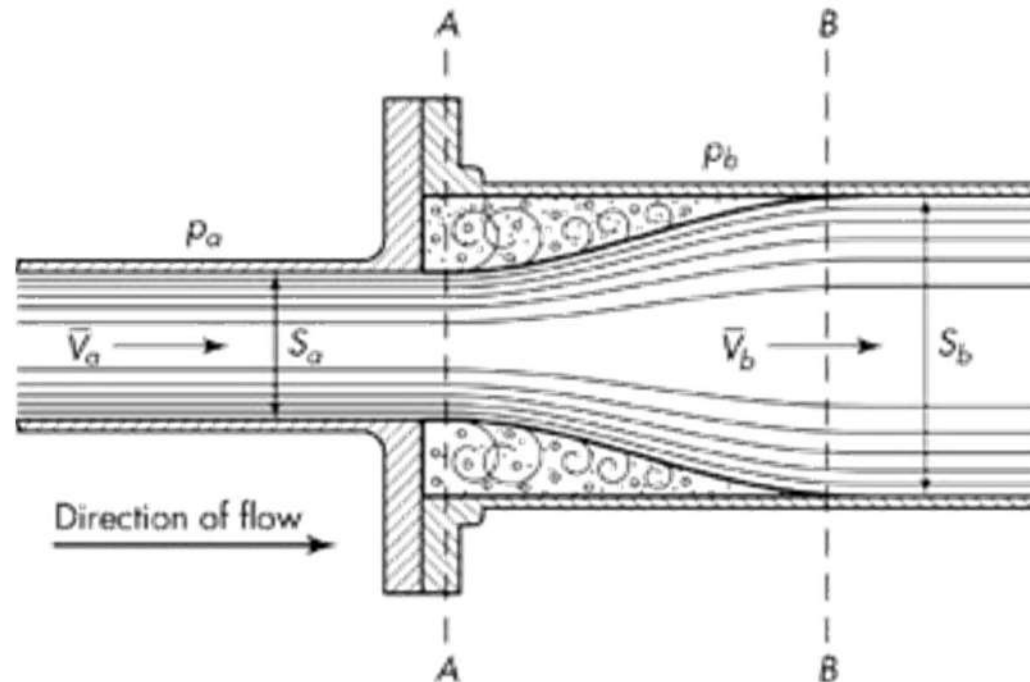


Σχετική τραχύτητα για διάφορα είδη σωλήνων

Σωληνώσεις

Ελάχιστονες απώλειες υδροστατικής κεφαλής

Η ροή μέσα από μία **ποικιλία εξαρτημάτων και γωνιών καθώς και αλλαγών διατομής** προκαλούν πρόσθετες απώλειες υδροστατικής κεφαλής, συχνά ως αποτέλεσμα αποχωρισμού της ροής. Μηχανική ενέργεια δαπανάται λόγω των εντόνων ιξωδών τριβών που λαμβάνουν χώρα στις ζώνες αποκολλήσεως της ροής. Οι απώλειες αυτές είναι **σχετικά μικρές**, εξού και ο όρος “**ελάχιστονες απώλειες**”, σε συστήματα σωληνώσεων που αποτελούνται κυρίως από μακρυά τμήματα σωλήνων σταθερής διατομής.



Σωληνώσεις

Ελάσσονες απώλειες υδροστατικής κεφαλής

$$h_\varepsilon = K \frac{\langle v \rangle^2}{2} \quad K = \text{συντελεστής απώλειας [=] αδιάστατος}$$

Ένας άλλος τρόπος έκφρασης της h_ε είναι να δοθεί η αντίσταση στην ροή από το εξάρτημα **ως ισοδύναμο μήκος λ ευθύγραμμου σωλήνα** της ίδιας ονομαστικής διαμέτρου, δηλ.

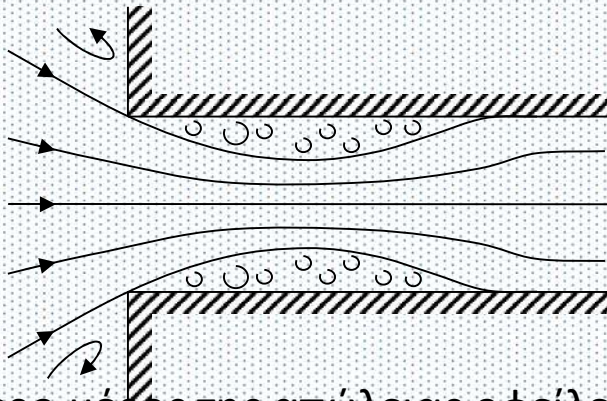
$$h_\varepsilon = f \frac{\lambda}{D} \frac{\langle v \rangle^2}{2} \quad K = f \frac{\lambda}{D} \quad \lambda = K \frac{D}{f}$$

Προσοχή στους Πίνακες, συνήθως δίνεται το **λ/D**

Σωληνώσεις

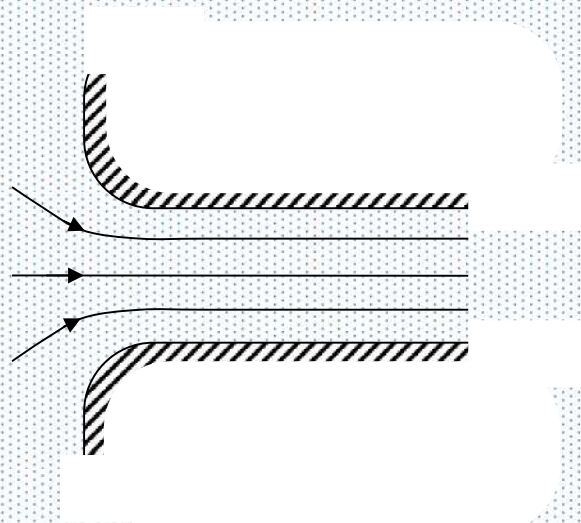
Ελάσσονες απώλειες υδροστατικής κεφαλής

1. Είσοδος και Μήκος Εισόδου



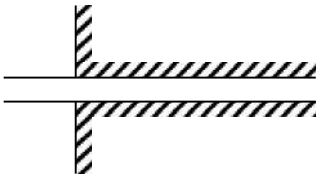
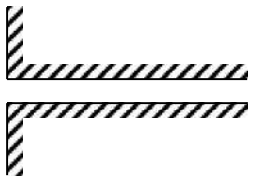
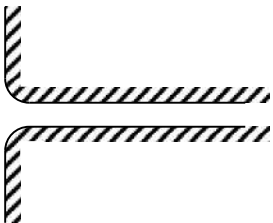
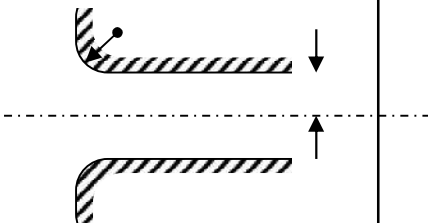
Στενωμένη φλέβα
(vena contracta)

Το μεγαλύτερο μέρος της απώλειας οφείλεται στην ανάμιξη που λαμβάνει χώρα καθώς η ροή επιβραδύνεται και απλώνει για να γεμίσει ξανά το σωλήνα. Το ανεπιθύμητο αυτό φαινόμενο περιορίζεται αποτελεσματικά, αν το χείλος της εισόδου στρογγυλευθεί

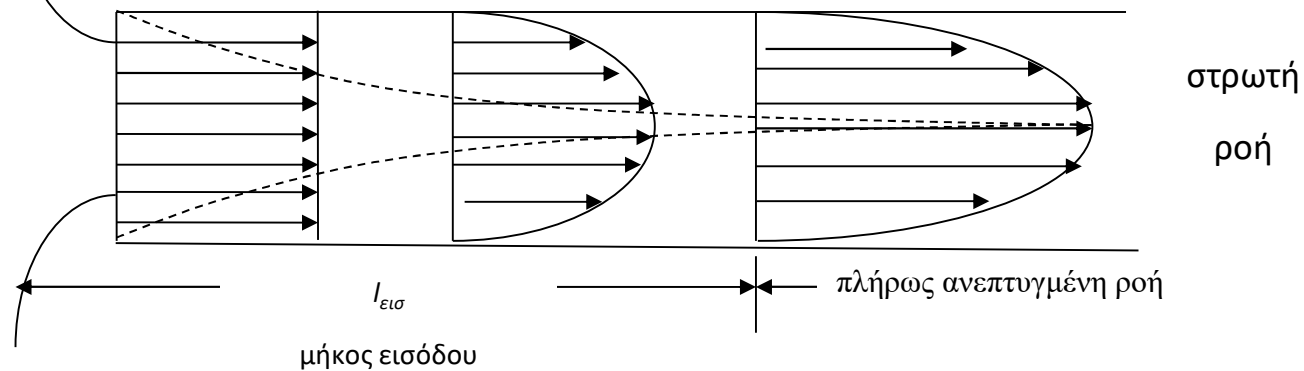


1. Είσοδος και Μήκος Εισόδου

Πίνακας 11.1 Συντελεστές απώλειας για εισόδους σωλήνων

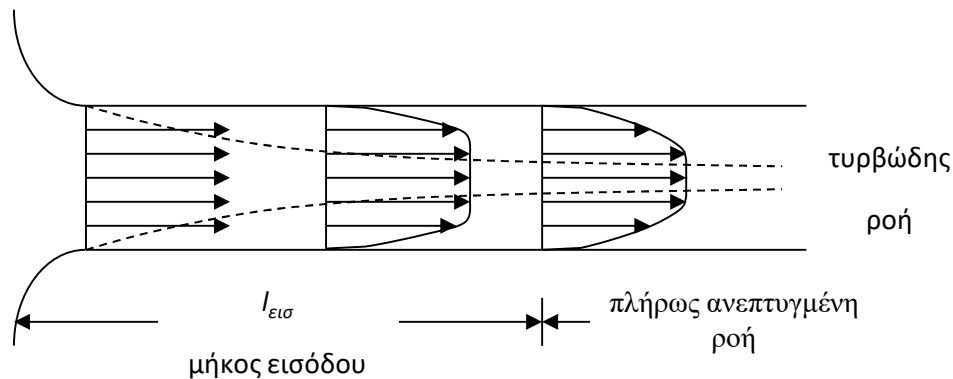
Τύπος εισόδου	Διάγραμμα	Συντ. απώλειας K
Οπισθοχωρημένη είσοδος (Στόμιο του Borda)		0.78
Απότομη είσοδος		0.34
Ελαφρώς στρογγυλεμένη είσοδος		0.20-0.25
Καλώς στρογγυλεμένη είσοδος (/R≈0.35)		0.04

1. Είσοδος και Μήκος Εισόδου



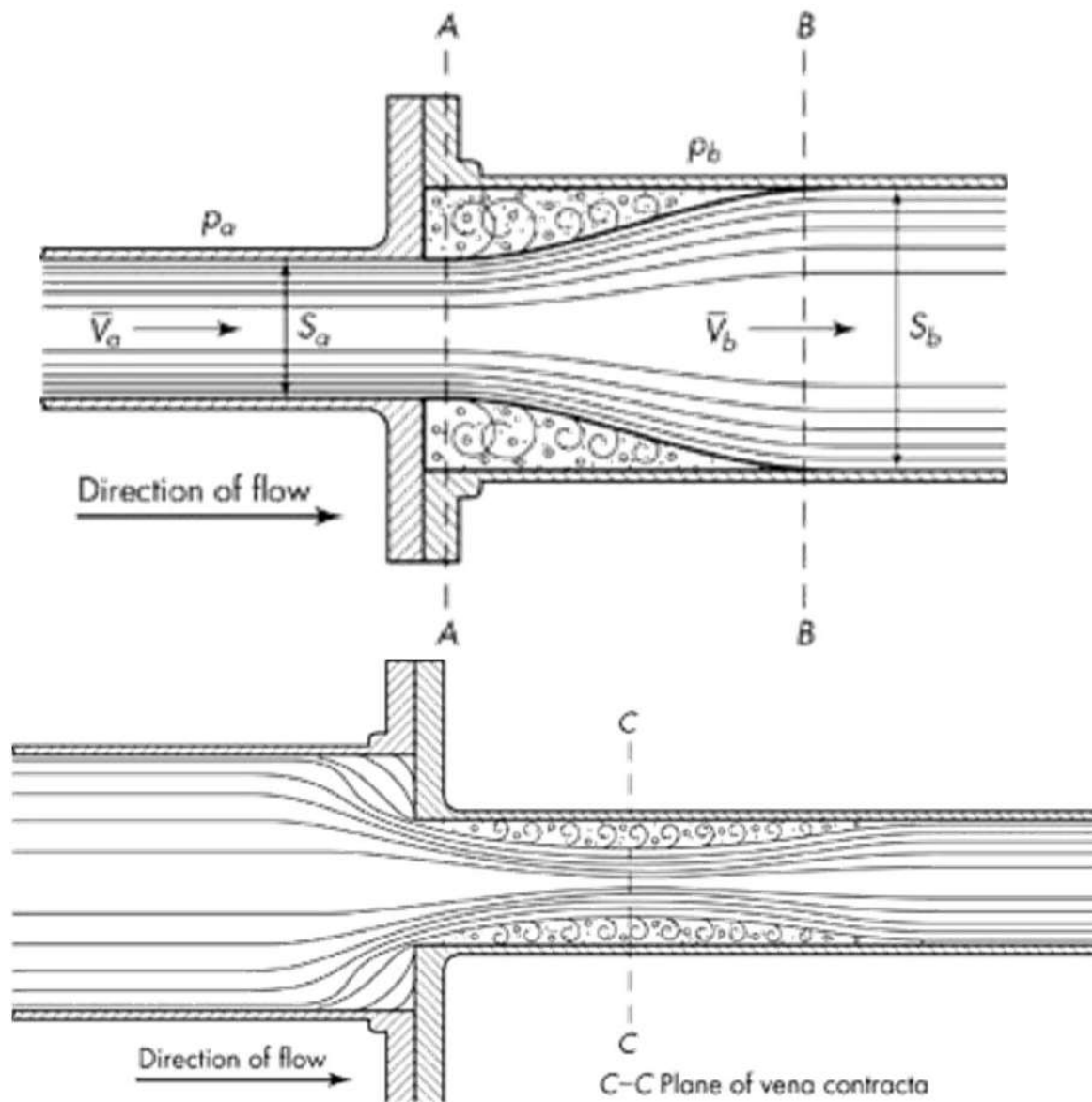
$$l_{\text{εισ}} / D = 0.057 Re$$

Για **Re = 2000** έχουμε **$l_{\text{εισ}} = 114D$** . Βλέπουμε, δηλαδή, ότι το $l_{\text{εισ}}$ για στρωτή ροή μπορεί να είναι αξιόλογο.!!



Το $l_{\text{εισ}}$ για τυρβώδη ροή είναι αρκετά μικρότερο εκείνου για στρωτή ροή εξαιτίας του γεγονότος ότι ο μηχανισμός διασποράς της ορμής στην περίπτωση της τυρβώδους ροής είναι πολύ πιο ισχυρός από ότι στη στρωτή.

2. Απότομες Διευρύνσεις και Στενώσεις



2. Απότομες Διευρύνσεις και Στενώσεις

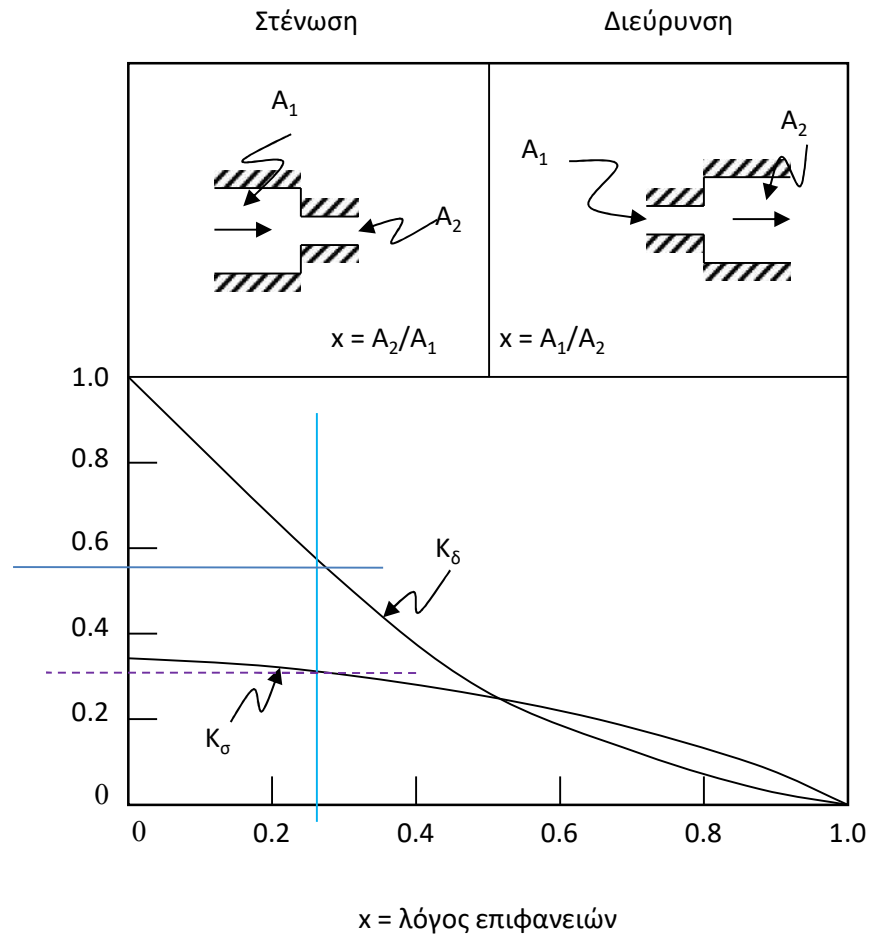
Ο συντελεστής απώλειας για διεύρυνσης K_δ , όσο και ο συντελεστής απώλειας για στένωση, K_σ , είναι βασισμένος στη μεγαλύτερη τιμή του $\frac{1}{2}\langle v \rangle^2$.

$$h_\varepsilon = K_\sigma \frac{\langle v_2 \rangle^2}{2}$$

$$h_\varepsilon = K_\delta \frac{\langle v_1 \rangle^2}{2}$$

Προσοχή στον ορισμό του x

Επίσης στην επιλογή της ταχύτητας (πάντα η μεγαλύτερη)

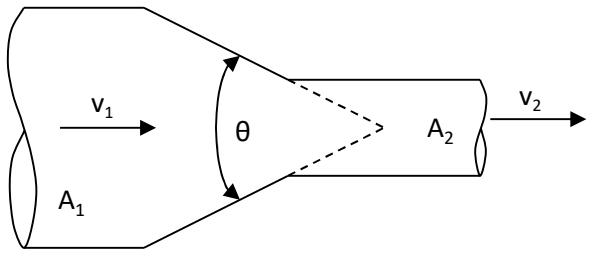


2. Απότομες Διευρύνσεις και Στενώσεις

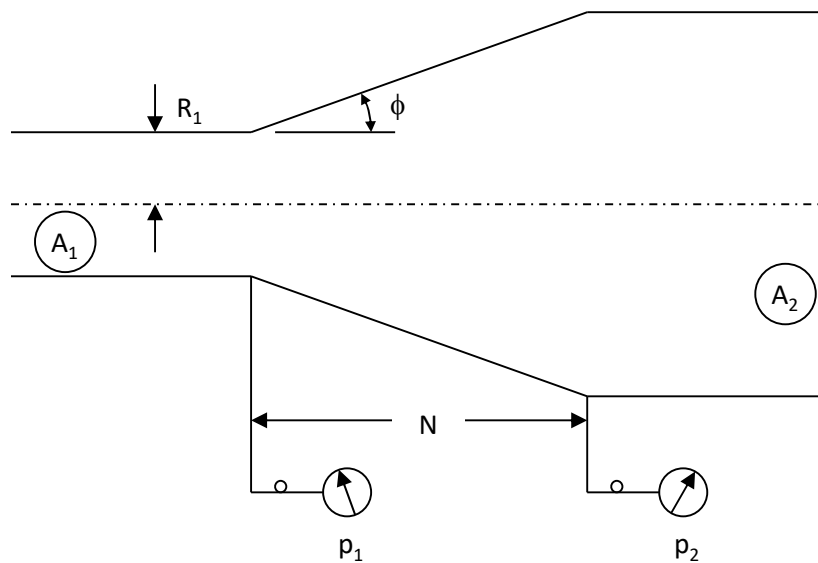
Συντελεστές απώλειας για βαθμιαίες στενώσεις.

$$h_\varepsilon = K \frac{\langle v_2 \rangle^2}{2}$$

Γωνία της στενώσεως	Συντ. απώλειας K
30°	0.02
45°	0.04
60°	0.07



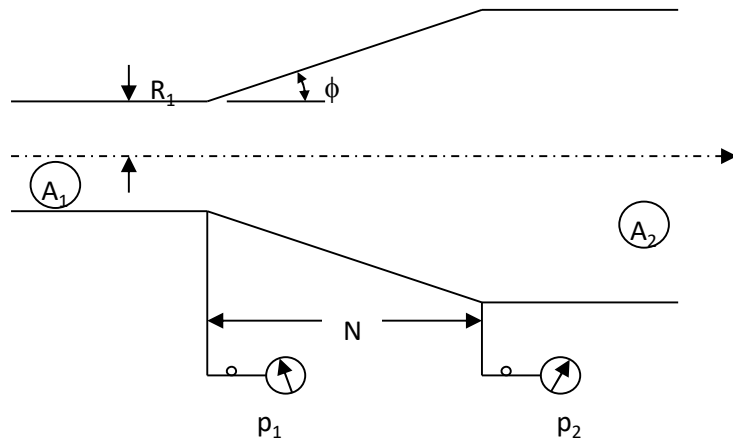
Διαχυτήρες (ή αποκαταστάτες πίεσης)



Ο διαχυτήρας ή αποκαταστάτης πίεσης είναι μία βαθμιαία διεύρυνση του σωλήνα η οποία έχει για σκοπό την ανύψωση της πίεσης του ρευστού εις βάρος της κινητικής του ενέργειας.

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{\langle v_1 \rangle^2}{2} \right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{\langle v_2 \rangle^2}{2} \right) = h_\varepsilon$$

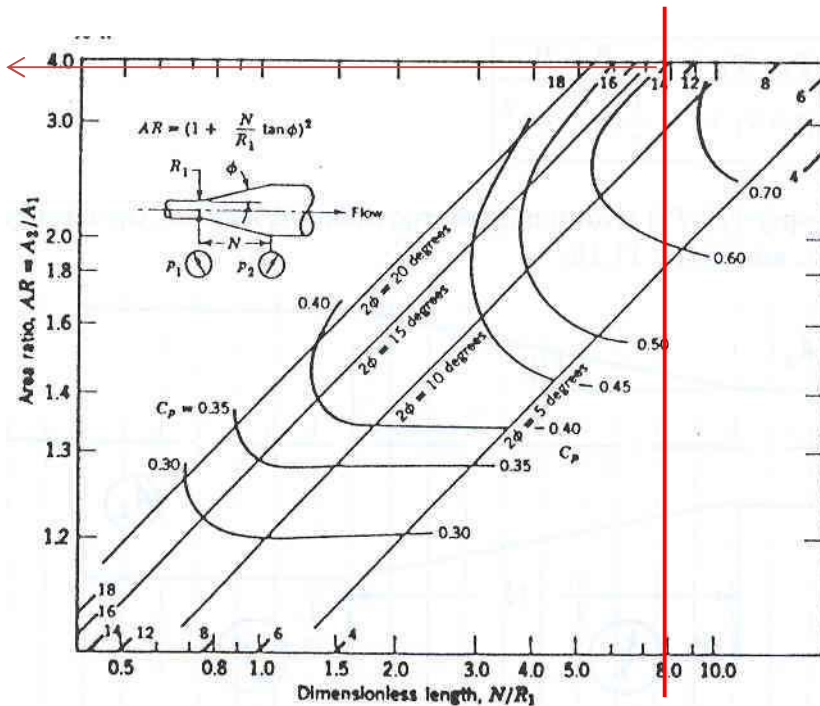
2. Απότομες Διευρύνσεις και Στενώσεις



Συντελεστή αποκατάστασης της πίεσης, C_p

$$C_p = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \rho \langle v_1 \rangle^2} = \frac{P_2 - P_1}{\frac{1}{2} \rho \langle v_1 \rangle^2}$$

$$AR = \frac{A_2}{A_1} = \left(1 + \frac{N}{R_1} \tan \phi\right)^2$$



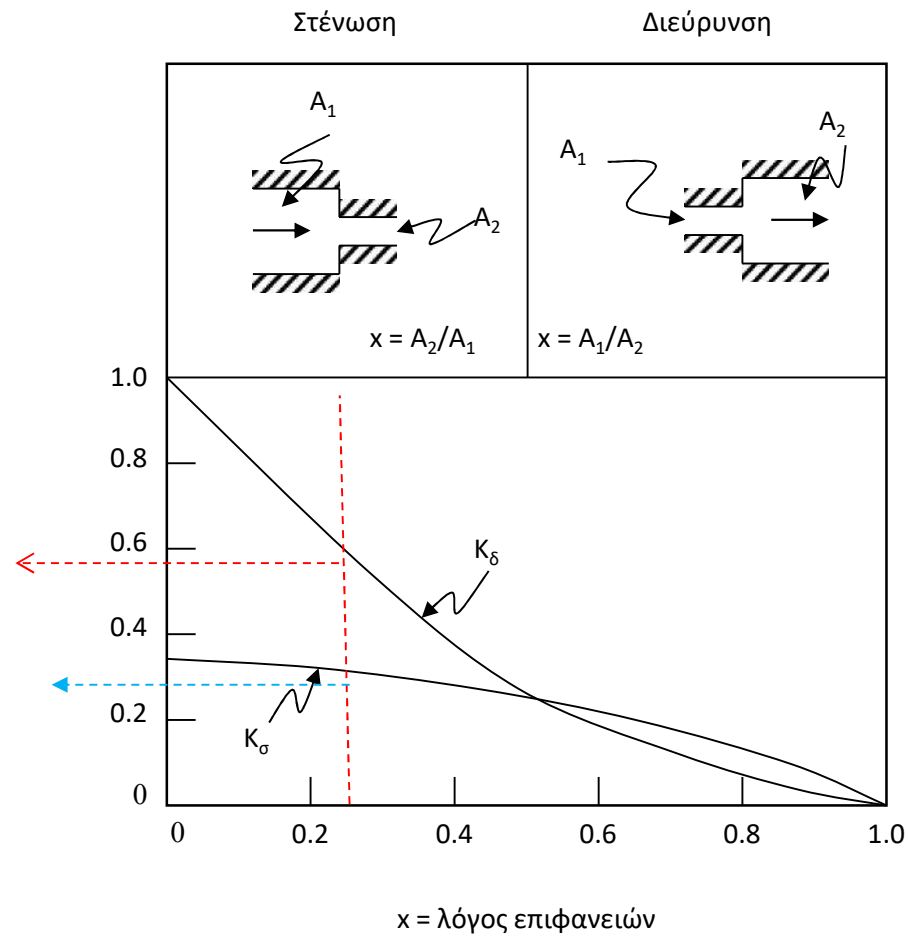
$$h_\varepsilon = \frac{1}{2} \langle v_1 \rangle^2 \left[\left(1 - \frac{1}{(AR)^2}\right) - C_p \right]$$

3. Έξοδοι

$$h_\varepsilon = \frac{1}{2} K_\delta \langle v_1 \rangle^2$$

$$K_\delta \cong 1$$

$$h_\varepsilon = \frac{1}{2} \langle v_1 \rangle^2$$

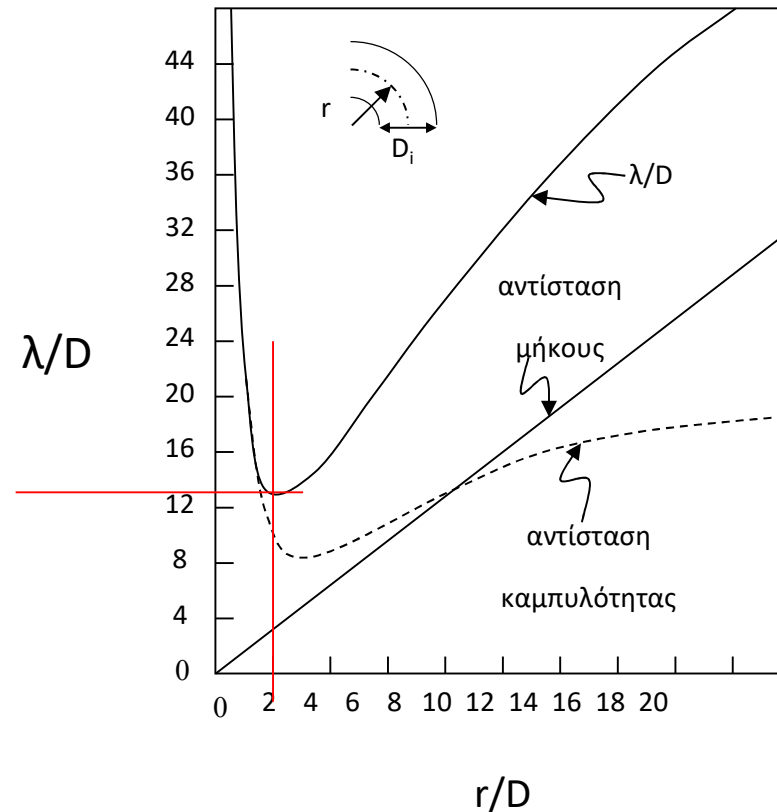


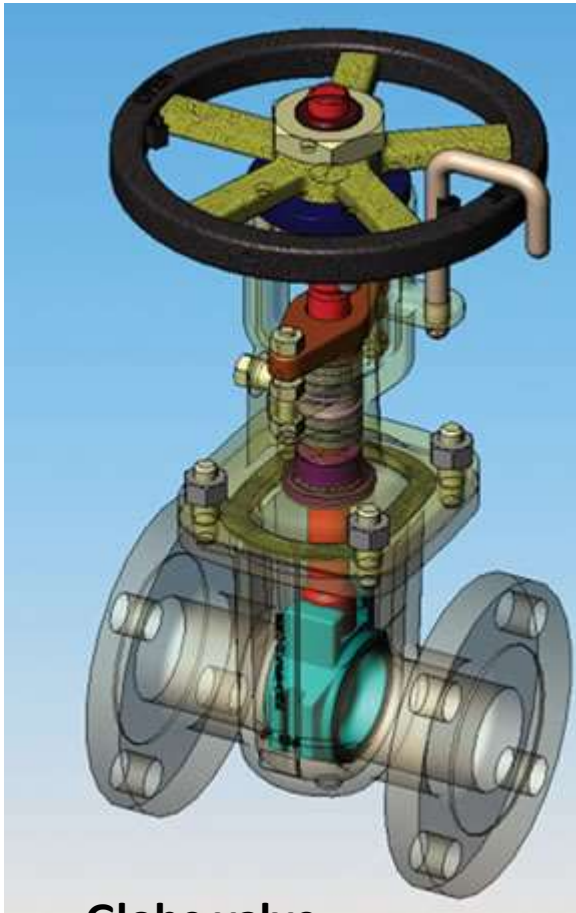
4. Καμπές

Ροή μέσα σε μία καμπή συνεπάγεται σημαντικές απώλειες μηχανικής ενέργειας εξαιτίας δευτερευουσών ροών. Η επιπλέον απώλεια υδροστατικής κεφαλής εκφράζεται συνήθως ως ισοδύναμο μήκος ευθύγραμμου σωλήνα, λ/D . Το ισοδύναμο μήκος λ εξαρτάται από την ανηγμένη ακτίνα καμπυλότητας r/R της καμπής,

$$h_\varepsilon = K \frac{\langle v \rangle^2}{2}$$

$$h_\varepsilon = f \frac{\lambda}{D} \frac{\langle v \rangle^2}{2}$$





Globe valve



Drawn from DWH Catalog OEM

HUIBO VALVE

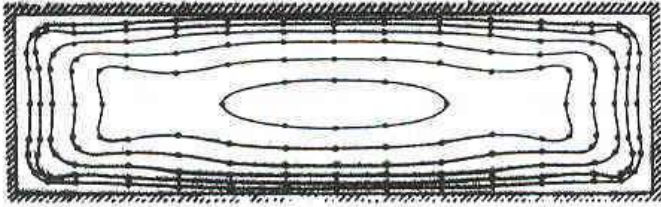
Gate valve

5. Βαλβίδες και Εξαρτήματα

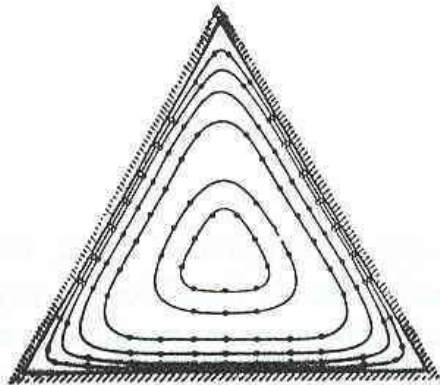
Τυπικά ισοδύναμα μήκη (λ/D) για βαλβίδες και εξαρτήματα
Πίνακας 11.3

Εξάρτημα	Περιγραφή	Ισοδύναμο μήκος λ/D
Σφαιρική βαλβίδα (Globe valve)	Πλήρως ανοικτή	350
Βαλβίδα τύπου πύλης (Gate valve)	Πλήρως ανοικτή	13
	$3/4$ ανοικτή	35
	$1/2$ ανοικτή	160
	$1/4$ ανοικτή	900
Βαλβίδα ελέγχου (Check valve)		50-100
Αγκώνας κανονικός, 90 deg (Standard elbow)		30
Αγκώνας κανονικός, 45 deg		16
Αγκώνας 90 deg (Elbow)	Μακριάς ακτίνας (Long radius)	20
Δρομικός αγκώνας, 90 deg (Street elbow)		50
Δρομικός αγκώνας, 45 deg		26
Ταυ (tau)	Ευθύγραμμη ροή	20
	Κλαδική ροή	60
Επιστροφική καμπή (return bend)	Στροφή 180 deg (πιο “ανοικτή” από δύο κανονικούς αγκώνες)	50

Αγωγοί με μη-κυκλική διατομή

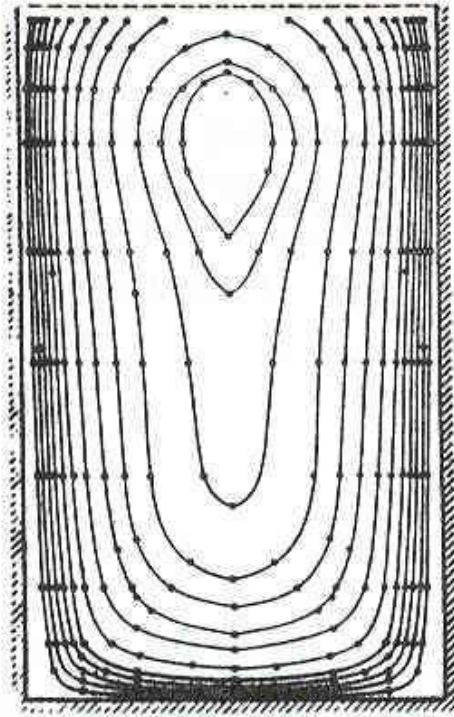


Σχήμα 11.17 Καμπύλες σταθερής ταχύτητας μέσα σε αγωγό με ορθογωνική διατομή. Τυρβώδης ροή. (Υπό J. Nikuradse, Πηγή: **H. Schlichting**, “B-L Theory”)

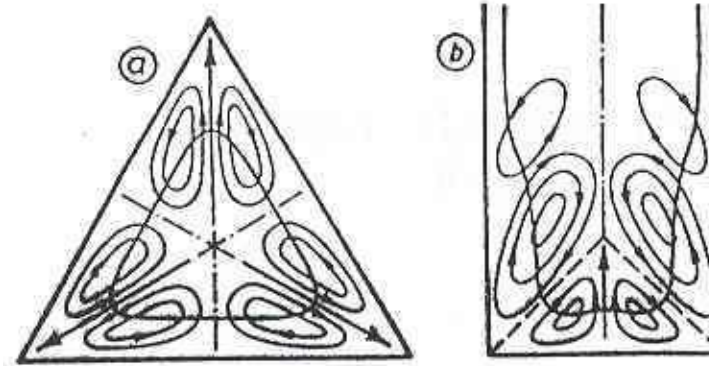


Σχήμα 11.18 Καμπύλες σταθερής ταχύτητας μέσα σε αγωγό με διατομή που είναι ισόπλευρο τρίγωνο. Τυρβώδης ροή. (Υπό J. Nikuradse, Πηγή: **H. Schlichting**, “B-L Theory”)

Αγωγοί με μη-κυκλική διατομή



Σχήμα 11.20 Καμπύλες σταθερής ταχύτητας για τυρβώδη ροή σε ανοικτό αγωγό ορθογωνικής διατομής (Υπό J. Nikuradse. Πηγή: H. Schlichting, “Boundary Layer Theory”)



Σχήμα 11.19 Σχηματική παράσταση Δευτερευουσών ροών σε αγωγούς με τριγωνική και ορθογωνική διατομή. (Πηγή: H. Schlichting, “Boundary Layer Theory”)

Η μέγιστη ταχύτητα δεν παρατηρείται στην ελεύθερη επιφάνεια, όπως ίσως θα περιμέναμε, αλλά σε βάθος ίσο με $\sim 1/5$ του ολικού βάθους. Επιπλέον, η ταχύτητα στην επιφάνεια έχει μια μη-μηδενική συνιστώσα κάθετη προς τη διεύθυνση της κύριας ροής.

Υδραυλική διάμετρος

Αν ο λόγος όψεως (aspect ratio) της διατομής ενός αγωγού δεν είναι υπερβολικά μεγάλος ή μικρός, τότε μπορούμε να εφαρμόσουμε, για τυρβώδη ροή, τις σχέσεις που ισχύουν για αγωγούς κυκλικής διατομής, χρησιμοποιώντας για διάμετρο την υδραυλική διάμετρο,

$$D_v \equiv 4 \frac{A}{C} \quad (\text{υδραυλική διάμετρος})$$

$$D_v = 4 \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) / (\pi D) = D \quad \text{κυκλική διατομή}$$

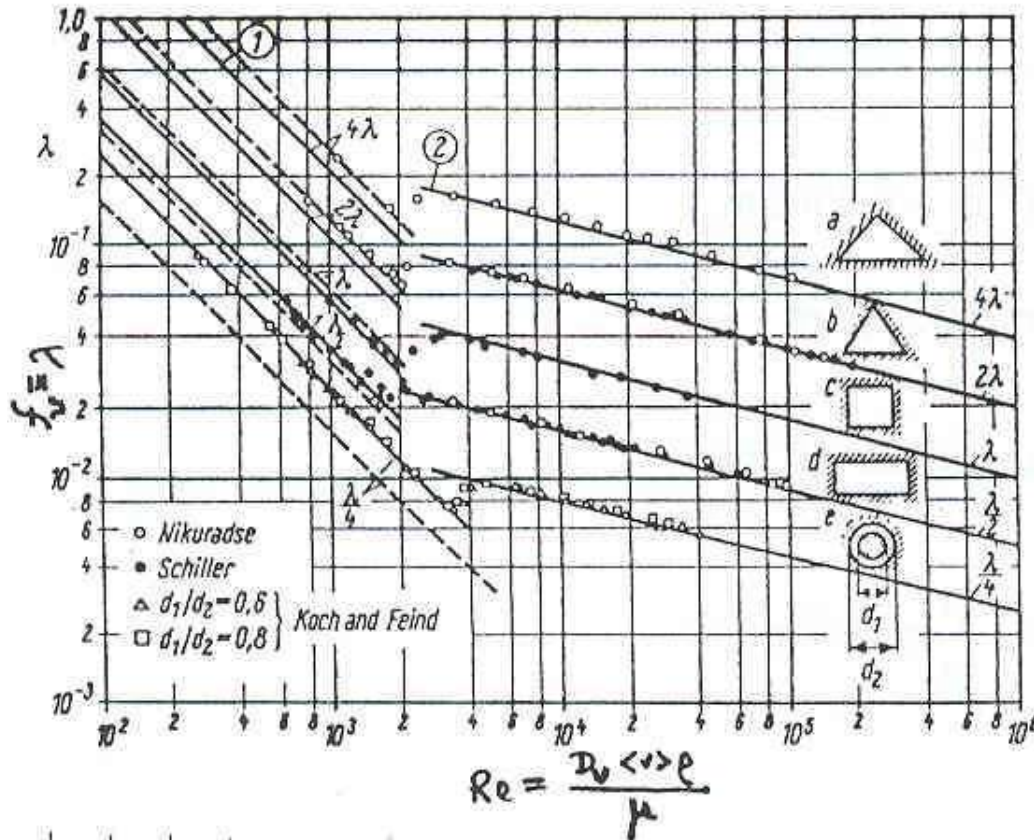
Ορθογωνική Διατομή, $b \times h$ (b = πλάτος, h = ύψος)

$$A = bh \quad , \quad C = 2(b+h) \quad \Rightarrow \quad D_v = \frac{2bh}{(b+h)}$$

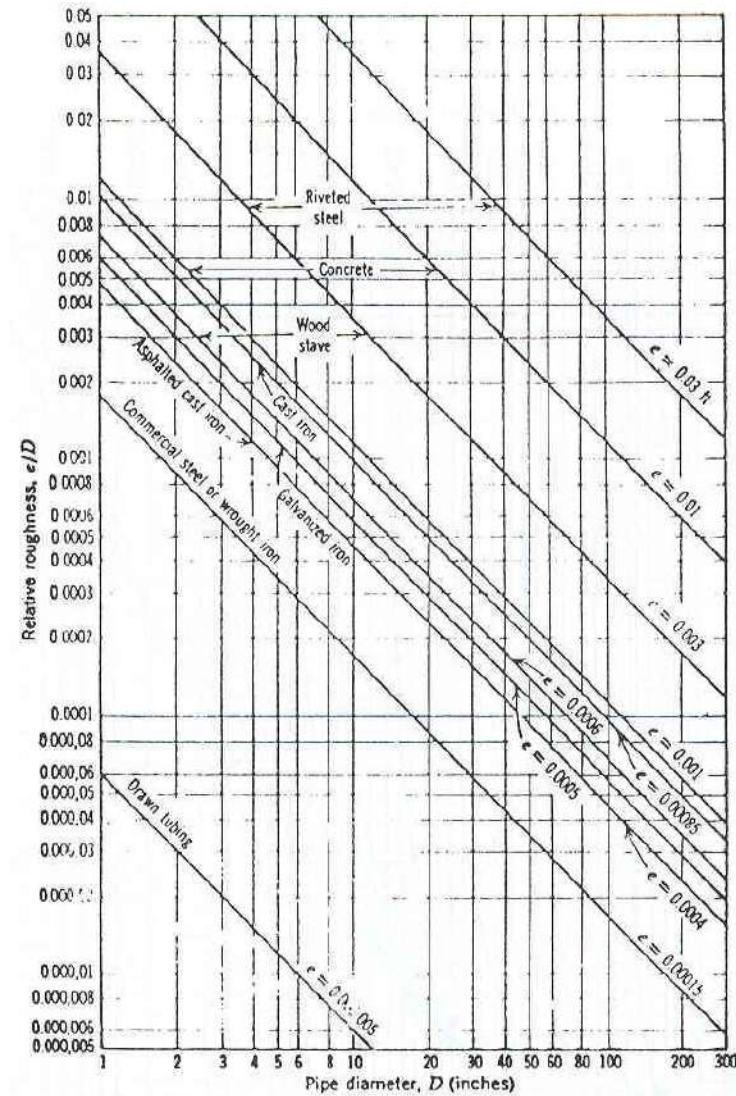
$$\omega = h/b = \text{λόγος όψεως} \quad D_v = \frac{2h}{(1+\omega)}$$

Για $1/3 < \omega < 3$ η ιδέα της υδραυλικής διαμέτρου μπορεί να εφαρμοσθεί σε αγωγούς ορθογωνικής διατομής. Τέτοιοι αγωγοί, κατασκευασμένοι από μεταλλικά φύλλα, είναι σχετικά φθηνοί και χρησιμοποιούνται για αερισμό και κλιματισμό χώρων

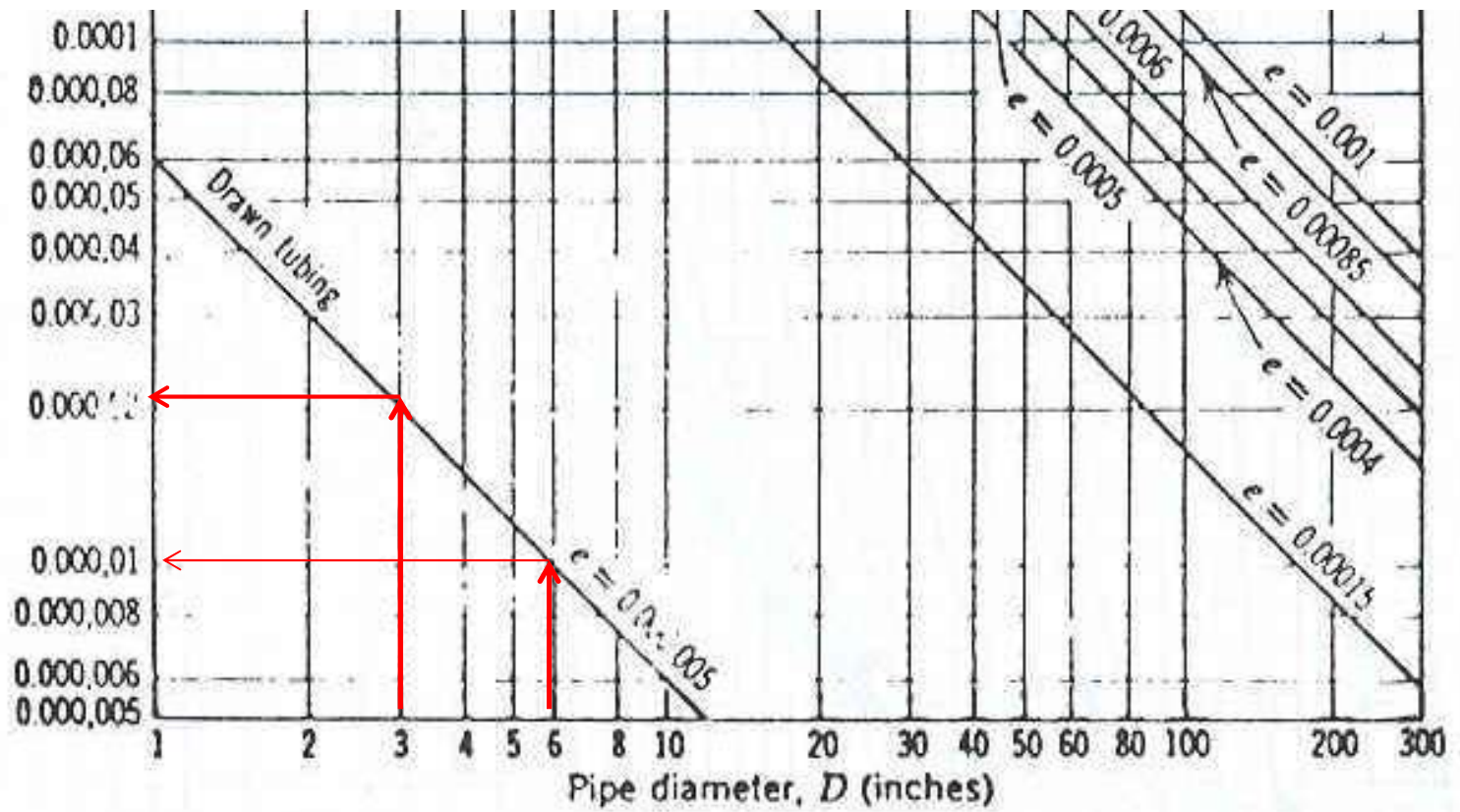
Διατομές με ακραία γεωμετρία



- ① — laminar: $\lambda = \frac{c}{Re}$
 ② — turbulent: $\lambda = \frac{0.316}{Re^{1/4}}$ (Blasius)
- — — laminar, circular pipe, $c = 64$ (Hagen-Poiseuille)
- a) right-angle isosceles triangle, $c = 52$
 b) equilateral triangle, $c = 53$
 c) square, $c = 57$
 d) rectangle (3.5:1), $c = 71$
 e) annulus ($d_1/d_2 \rightarrow 1$), $c = 96$
- measurement; Nikuradse
 ● measurement; Schiller
 △ $d_1/d_2 = 0.6$
 □ $d_1/d_2 = 0.8$ } measurement; Koch and Feind [30]



Σχήμα 11.5 Σχετική τραχύτητα για διάφορα είδη σωλήνων. Όλες οι τιμές του e/D από το ανωτέρω διάγραμμα ισχύουν για καινούργιους σωλήνες.



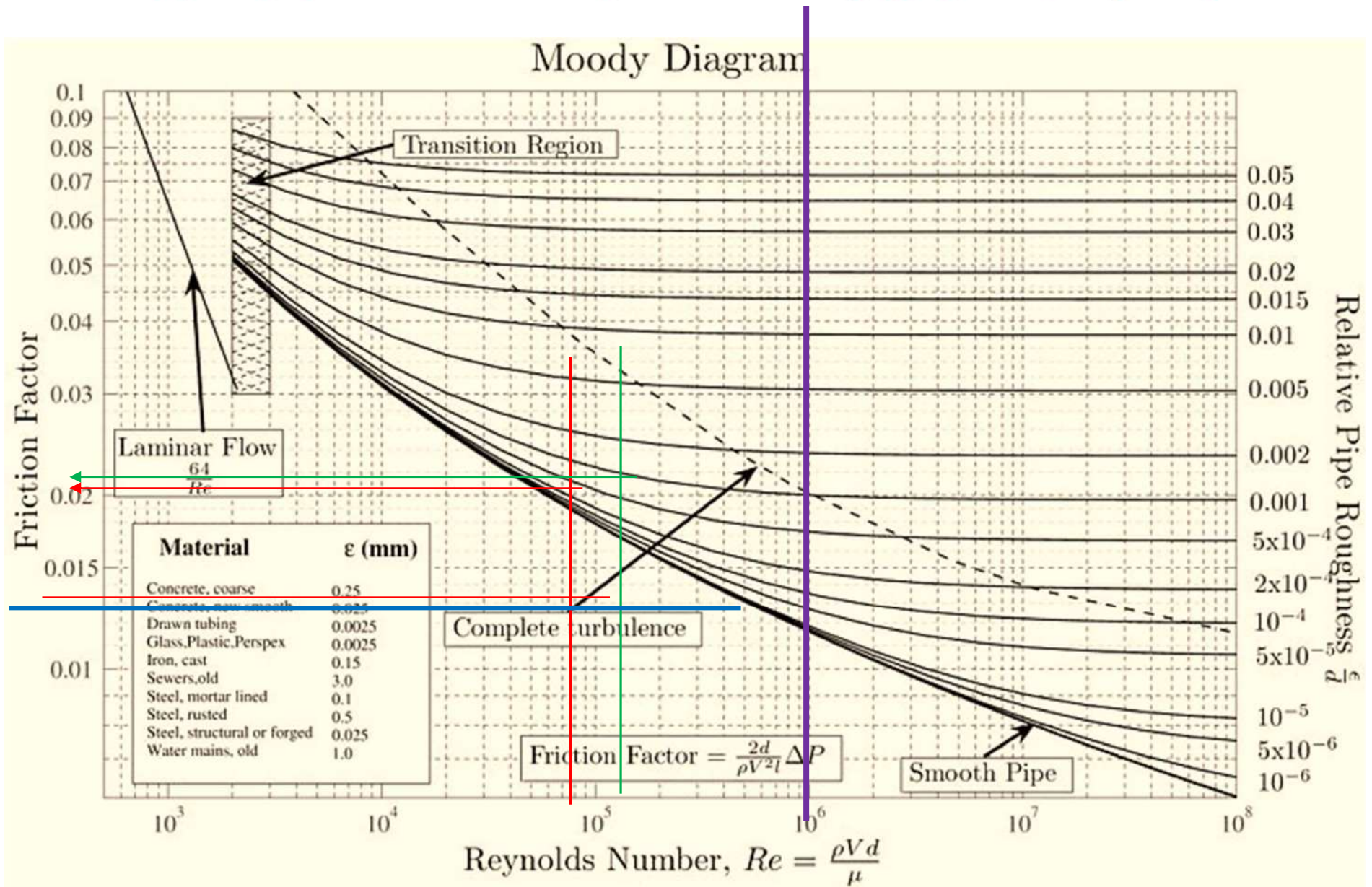
Παράδειγμα 11 στ: $D=3.068$ in, $(e/D)=0.00002$, $D=6$ in, $(e/D)= 0.00001$

Nominal Pipe Size (in)	Inside Diameter (in)
1/8	0.269
1/4	0.364
3/8	0.493
1/2	0.622
3/4	0.824
1	1.049
1 1/2	1.610
2	2.067
2 1/2	2.469
3	3.068
3 1/2	3.548
4	4.026
5	5.047
6	6.065
8	8.071
10	10.020
12	12.090

Πίνακας 11.4 (Πηγή: Fox & McDonald “Introduction to Fluid Mechanics”, 2nd ed.)

Διάγραμμα Moody

$$f_D(Re, k/D)$$



5. Βαλβίδες και Εξαρτήματα

Τυπικά ισοδύναμα μήκη (λ/D) για βαλβίδες και εξαρτήματα

Πίνακας 11.3

Εξάρτημα	Περιγραφή	Ισοδύναμο μήκος λ/D
Σφαιρική βαλβίδα (Globe valve)	Πλήρως ανοικτή	350
Βαλβίδα τύπου πύλης (Gate valve)	Πλήρως ανοικτή	13
	3/4 ανοικτή	35
	1/2 ανοικτή	160
	1/4 ανοικτή	900
Βαλβίδα ελέγχου (Check valve)		50-100
Αγκώνας κανονικός, 90 deg (Standard elbow)		30
Αγκώνας κανονικός, 45 deg		16
Αγκώνας 90 deg (Elbow)	Μακριάς ακτίνας (Long radius)	20
Δρομικός αγκώνας, 90 deg (Street elbow)		50
Δρομικός αγκώνας, 45 deg		26
Ταυ (tau)	Ευθύγραμμη ροή	20
	Κλαδική ροή	60
Επιστροφική καμπή (return bend)	Στροφή 180 deg (πιο “ανοικτή” από δύο κανονικούς αγκώνες)	50