Φυσικές Διεργασίες ΙΙ
Σωληνώσεις, αντλίες, εναλλάκτες

Σημειώσεις Α. Χ. Παγιατάκης
Καθηγητής, Τμήμα Χημικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών

4ο Μάθημα στις Σωληνώσεις
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ ΚΑΙ ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΑ
ΜΕΙΖΟΝΕΣ ΚΑΙ ΕΛΛΑΣΟΝΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ

Χριστάκης Παρασκευά
Καθηγητής,
Τμήμα Χημικών Μηχανικών,
Πανεπιστήμιο Πατρών

ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ

Μακροσκοπικό ισοζύγιο μάζας

$$\frac{d}{dt}\iiint_V \rho \, d\forall + \iint_A \rho \, \mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{n}} dA = 0$$

Μακροσκοπικό ισοζύγιο ενέργειας

$$\left.\frac{dE}{dt}\right)_{συστ} = \frac{d}{dt}\iiint_V e\rho d\forall + \iint_A e\rho\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{n}} dA$$

E= U + KE + ΔE= ΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

e= ειδική ολική ενέργεια (= E α.μ.μ)= u+(1/2) V^2 + gz

u= εσωτερική ενέργεια α.μ.μ.

½ V^2= κινητική ενέργεια α.μ.μ.

gz= δυναμική ενέργεια α.μ.μ.

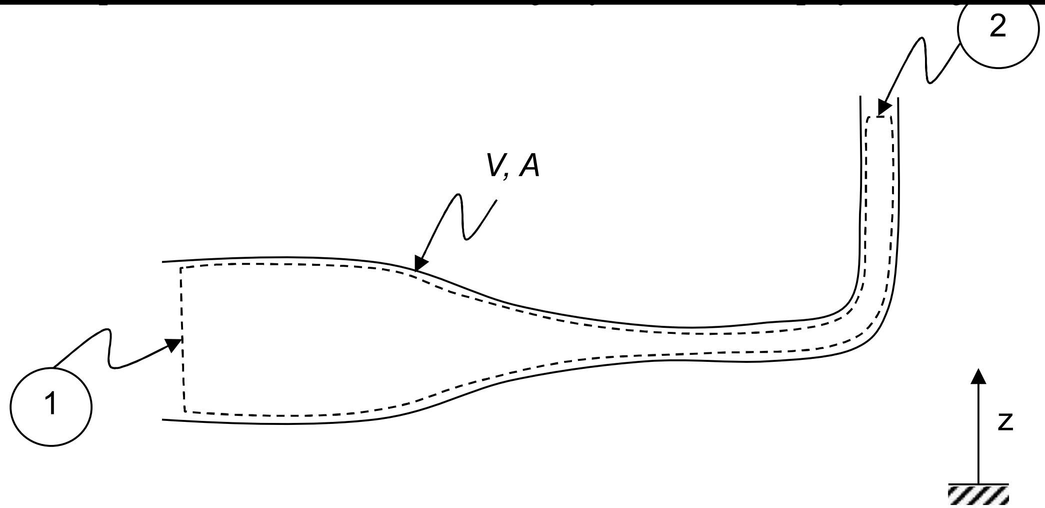
1^{ος} Θερμοδυναμικός Νόμος

$$\left.\frac{dE}{dt}\right)_{συστ} = (\overset{*}{Q} - \overset{*}{W})_{συστ}$$

Όπου $\overset{*}{Q}$ ο ρυθμός παροχής θερμότητας προς το σύστημα από το περιβάλλον και **Ẃ** ο ρυθμός παραγωγής μηχανικού έργου από το σύστημα προς το περιβάλλον

ΣΩΛΗΝΩΣΕΙΣ

<u>Εφαρμογή του μακροσκοπικού ισοζυγίου ενέργειας σε σωληνώσεις</u>



- **Υποθέσεις**

Μόνιμη ροή, Ομοιόμορφες u και p στις διατομές 1 και 2

$$\left(\frac{p_1}{\rho}+\frac{1}{2}\alpha_1<v_1>^2+gz_1\right)=\left(\frac{p_2}{\rho}+\frac{1}{2}\alpha_2<v_2>^2+gz_2\right)+h_{o\lambda}$$

$h_{o\lambda} \equiv (u_2 - u_1) - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}}$ **= ολική απώλεια υδροστατικής κεφαλής (total head loss) [=](L/t)^2, m^2/s^2**

$u_2 - u_1$ **= αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του ρευστού (δηλ. θέρμανση του ρευστού, εν γένει ανεπιθύμητη)**

$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}}$ **= απώλεια θερμικής ενέργειας στο περιβάλλον**

Σωληνώσεις

- **Υπολογισμός της ολικής απώλειας υδροστατικής κεφαλής $h_{ολ}$**

$$h_{ο\lambda} = h_\mu + h_\varepsilon$$

Η h_μ οφείλεται σε ιξώδεις τριβές μέσα σε πλήρως ανεπτυγμένη ροή. Η h_ε οφείλεται σε αλλαγή διατομής, γωνίες, βαλβίδες κλπ.

Για πλήρως ανεπτυγμένη ροή μέσα σε σωλήνα σταθερής διατομής, έχουμε:

$h_\varepsilon = 0$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$,

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \cancel{\frac{1}{2}\alpha_1 < v_1 >^2} + gz_1\right) = \left(\frac{p_2}{\rho} + \cancel{\frac{1}{2}\alpha_2 < v_2 >^2} + gz_2\right) + h_{ο\lambda}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} + g(z_1 - z_2) = h_\mu \qquad P = p + \rho g z \qquad \boxed{\frac{(P_1 - P_2)}{\rho} = h_\mu} \qquad \mathrm{Re} = \frac{\rho < v > D}{\mu}$$

$$\frac{-\Delta P}{\ell} = \frac{128\mu Q}{\pi D^4} = \frac{128\mu < v > \left(\frac{\pi}{4} D^2\right)}{\pi D^4} = 32\frac{1}{D}\frac{\mu < v >}{D}$$

Hagen Poiseuille

$$\boxed{h_\mu = 32\frac{\ell}{D}\frac{\mu < v >}{\rho D} = \frac{64}{\mathrm{Re} D}\frac{\ell}{}\frac{< v >^2}{2}}$$

Σωληνώσεις

- **Τυρβώδης Ροή**

$$\Delta P = \Delta P(D, l, e, <v>, \rho, \mu)$$

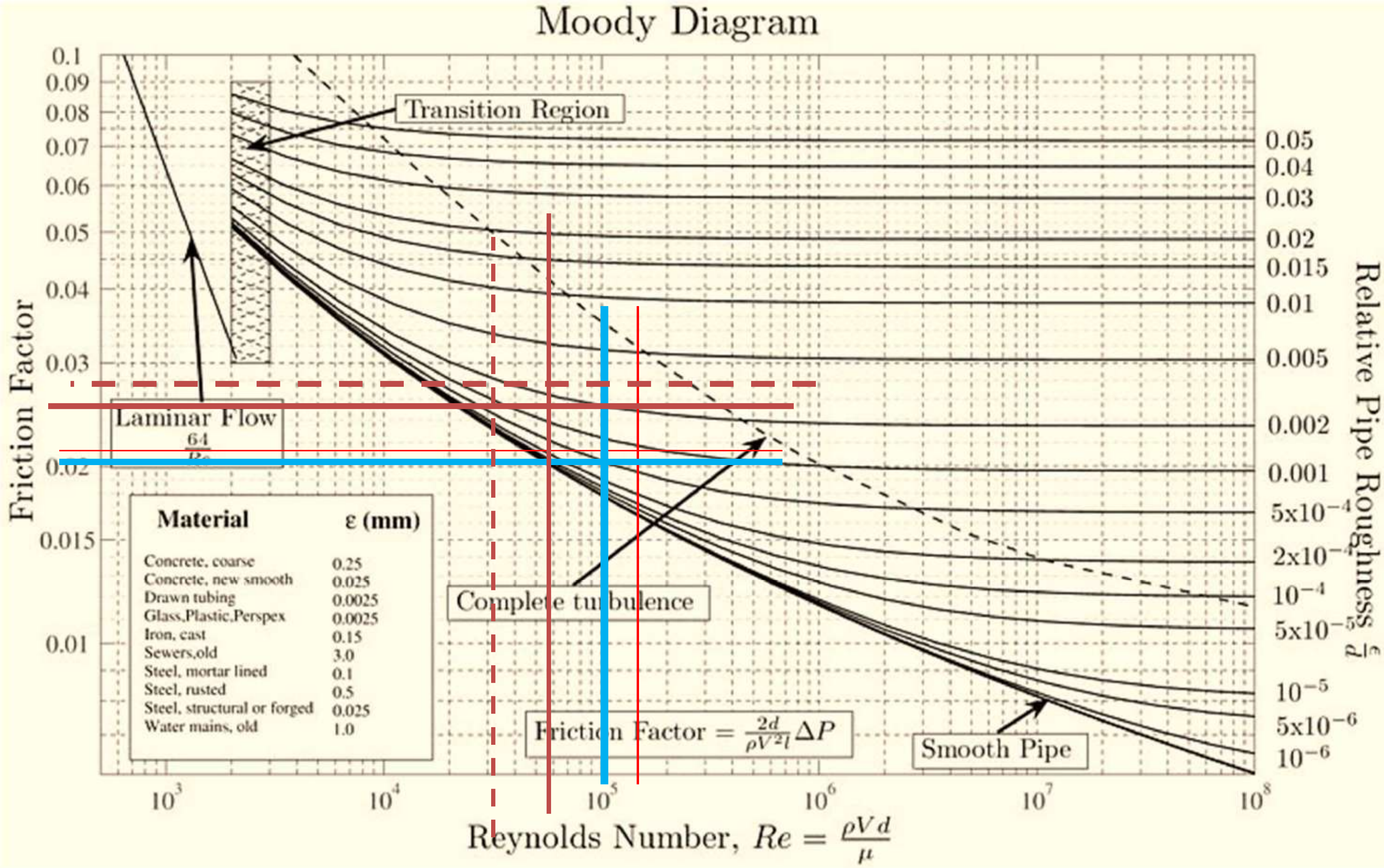
$$\frac{(P_1 - P_2)}{\rho} = h_\mu$$

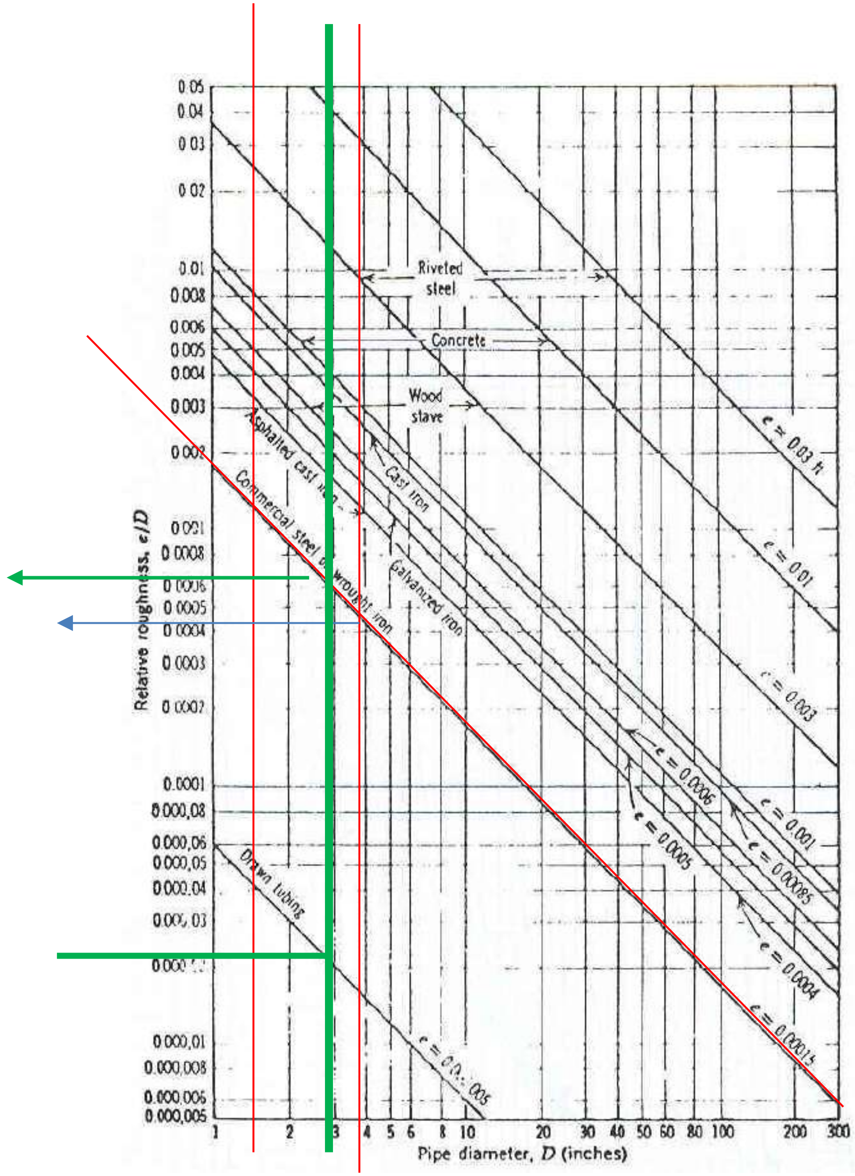
$$\boxed{h_\mu = f\left(\mathrm{Re}, \frac{e}{D}\right)\frac{\ell}{D}\frac{<v>^2}{2}}$$

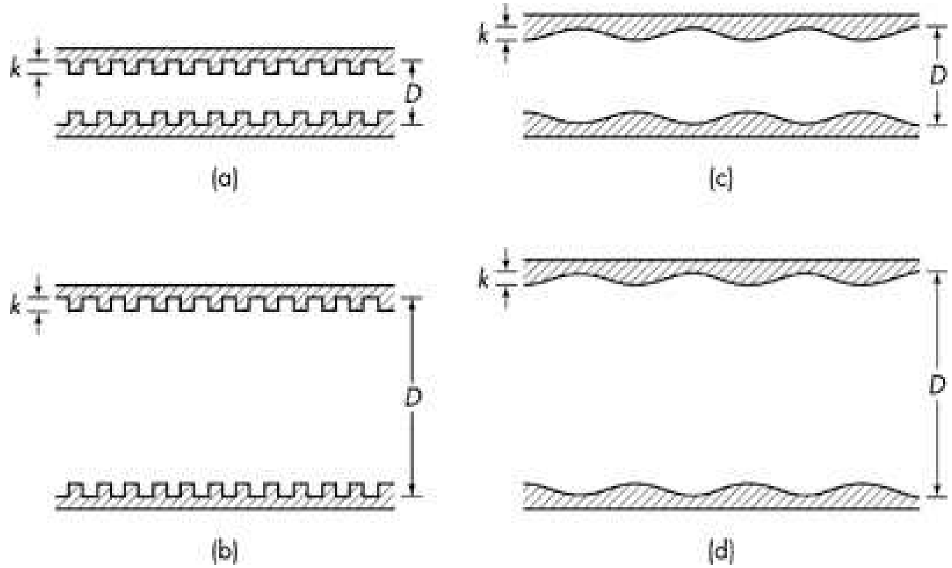
Το f είναι γνωστό ως ο συντελεστής τριβής του Fanning (κυρίως ΗΠΑ). Στην Αγγλία χρησιμοποιείται συχνά ο συντελεστής τριβής του Moody,

$$\phi = f / 4$$

Διάγραμμα Moody $f_D(\mathrm{Re}, k/D)$







Σχετική τραχύτητα για διάφορα είδη σωλήνων

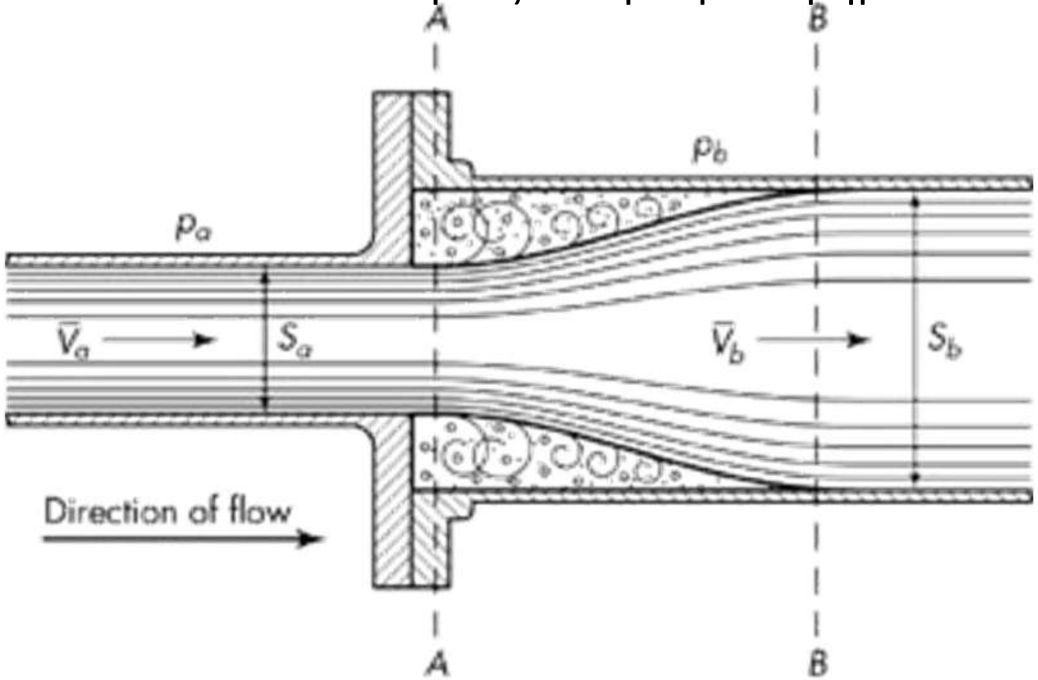
Μέση τραχύτητα σωλήνων

Υλικό	Τραχύτητα k	
	ft	mm
Γυαλί	«λείος»	
Εξηλασμένος χάλυβας **Χαλκός, Μόλυβδος, Αλουμίνιο, PVC**	0.000005	0.0015
Χάλυβας εμπορίου (Σφυρήλατος σίδηρος)	0.00015	0.046
Χυτοσίδηρος με επίστρωση ασφάλτου	0.0004	0.12
Γαλβανισμένος σίδηρος	0.0005	0.15
Χυτοσίδηρος	0.00085	0.26
Ξυλοσανίδα	0.0006 - 0.003	0.18 - 0.9
Σκυρόδεμα	0.001 - 0.01	0.3 - 3.0
Χάλυβας με ηλώσεις (πιρτσίνια)	0.003 - 0.03	0.0 - 9.0

Σωληνώσεις

Ελάσσονες απώλειες υδροστατικής κεφαλής

Η ροή μέσα από μία **ποικιλία εξαρτημάτων και γωνιών καθώς και αλλαγών διατομής** προκαλούν πρόσθετες απώλειες υδροστατικής κεφαλής, συχνά ως αποτέλεσμα αποχωρισμού της ροής. Μηχανική ενέργεια δαπανάται λόγω των εντόνων ιξωδών τριβών που λαμβάνουν χώρα στις ζώνες αποκολλήσεως της ροής. Οι απώλειες αυτές είναι σχετικά μικρές, εξού και ο όρος **"ελάσσονες απώλειες",** σε συστήματα σωληνώσεων που αποτελούνται κυρίως από μακρυά τμήματα σωλήνων σταθερής διατομής.



Σωληνώσεις

Ελάσσονες απώλειες υδροστατικής κεφαλής

$$h_\varepsilon = K\frac{<v>^2}{2}$$

K = συντελεστής απώλειας [=] αδιάστατος

Ένας άλλος τρόπος έκφρασης της h_ε είναι να δοθεί η αντίσταση στην ροή από το εξάρτημα ως ισοδύναμο μήκος λ ευθύγραμμου σωλήνα της ίδιας ονομαστικής διαμέτρου, δηλ.

$$h_\varepsilon = f\frac{\lambda}{D}\frac{<v>^2}{2}$$

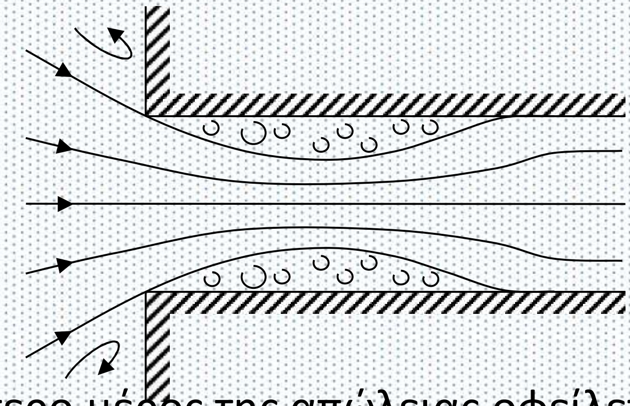
$$K = f\frac{\lambda}{D} \qquad \lambda = K\frac{D}{f}$$

Προσοχή στους Πίνακες, συνήθως δίνεται το **λ/D**

Σωληνώσεις

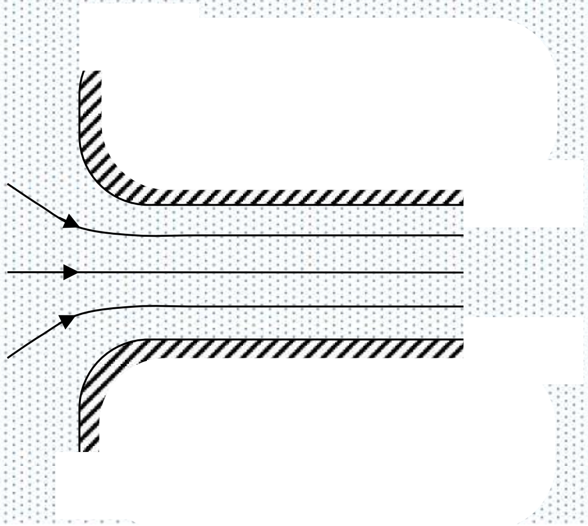
Ελάσσονες απώλειες υδροστατικής κεφαλής

1. Είσοδος και Μήκος Εισόδου



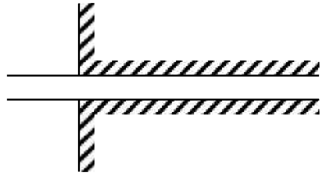
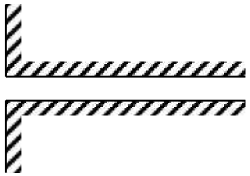
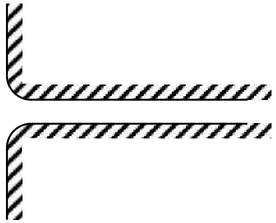
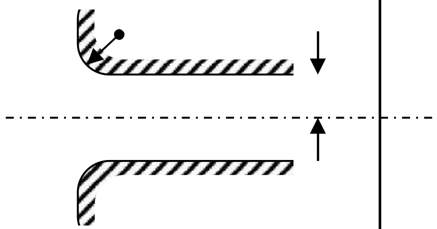
Στενωμένη φλέβα
(vena contracta)

Το μεγαλύτερο μέρος της απώλειας οφείλεται στην ανάμιξη που λαμβάνει χώρα καθώς η ροή επιβραδύνεται και απλώνει για να γεμίσει ξανά το σωλήνα. Το ανεπιθύμητο αυτό φαινόμενο περιορίζεται αποτελεσματικά, αν το χείλος της εισόδου στρογγυλευθεί

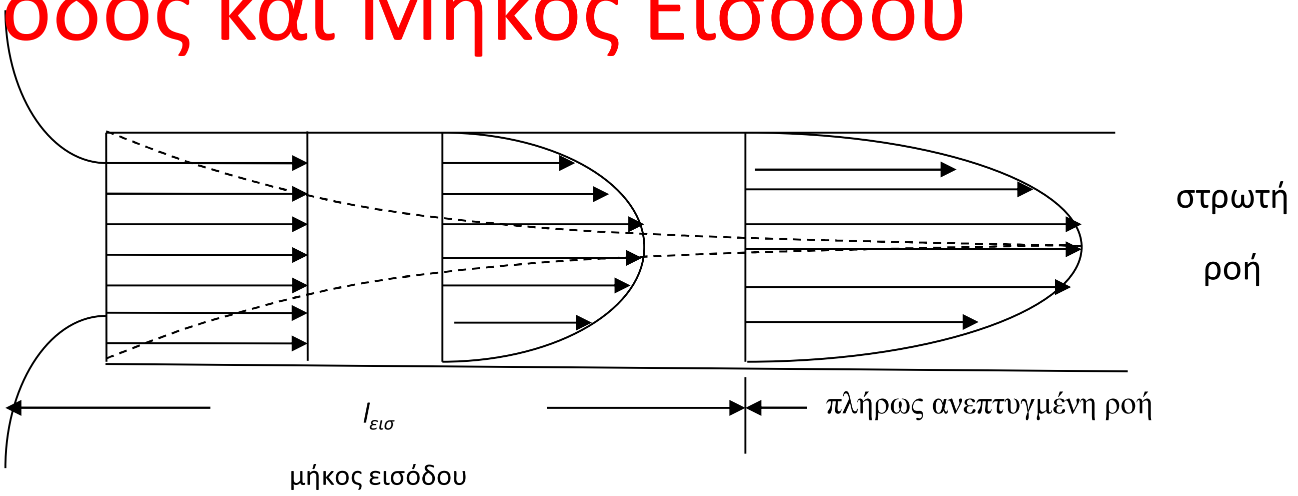


1. Είσοδος και Μήκος Εισόδου

Πίνακας 11.1 Συντελεστές απώλειας για εισόδους σωλήνων

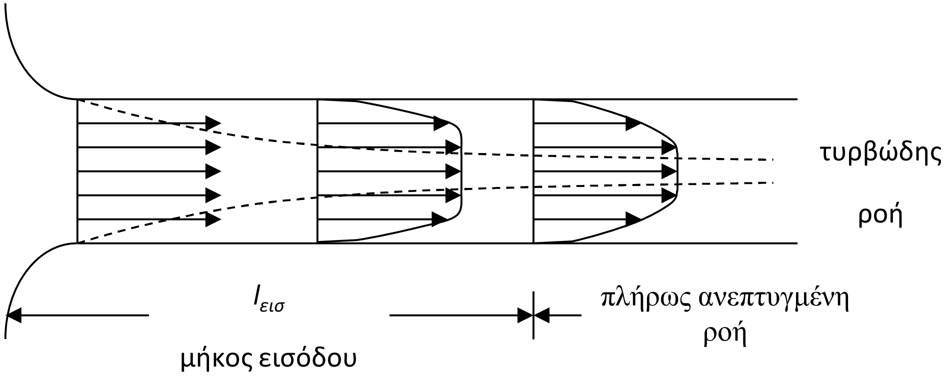
Τύπος εισόδου	**Διάγραμμα**	**Συντ. απώλειας K**
Οπισθοχωρημένη είσοδος (Στόμιο του Borda)		0.78
Απότομη είσοδος		0.34
Ελαφρώς στρογγυλευμένη είσοδος		0.20-0.25
Καλώς στρογγυλευμένη είσοδος (R≈0.35)		**0.04**

1. Είσοδος και Μήκος Εισόδου



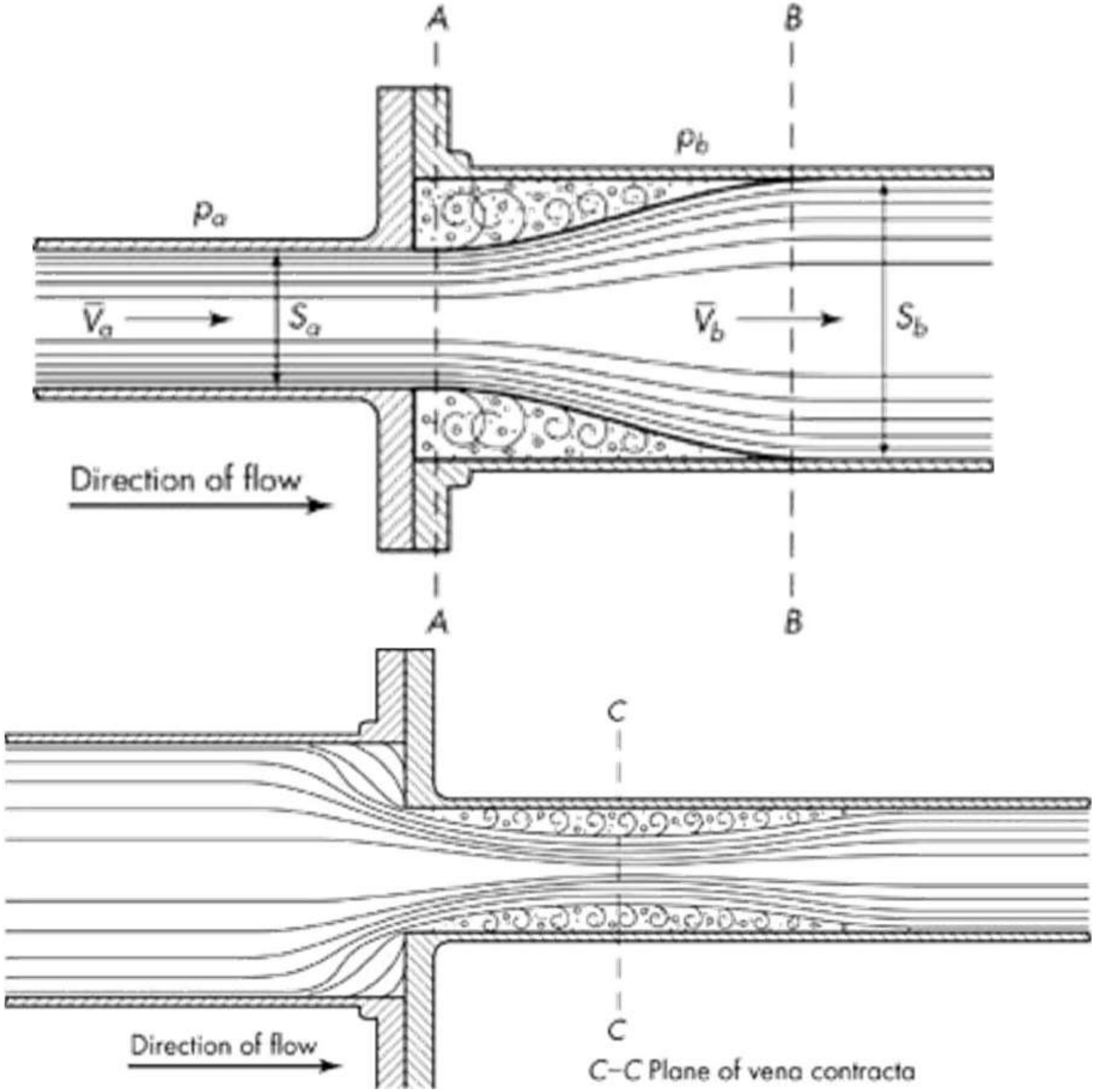
$$\ell_{εισ} / D = 0.057 \, Re$$

Για Re = 2000 έχουμε $λ_{εισ}$ = 114D. Βλέπουμε, δηλαδή, ότι το $\ell_{εισ}$ για στρωτή ροή μπορεί να είναι αξιόλογο.!!



Το $λ_{εισ}$ για τυρβώδη ροή είναι αρκετά μικρότερο εκείνου για στρωτή ροή εξαιτίας του γεγονότος ότι ο μηχανισμός διασποράς της ορμής στην περίπτωση της τυρβώδους ροής είναι πολύ πιο ισχυρός από ότι στη στρωτή.

2. Απότομες Διευρύνσεις και Στενώσεις



2. Απότομες Διευρύνσεις και Στενώσεις

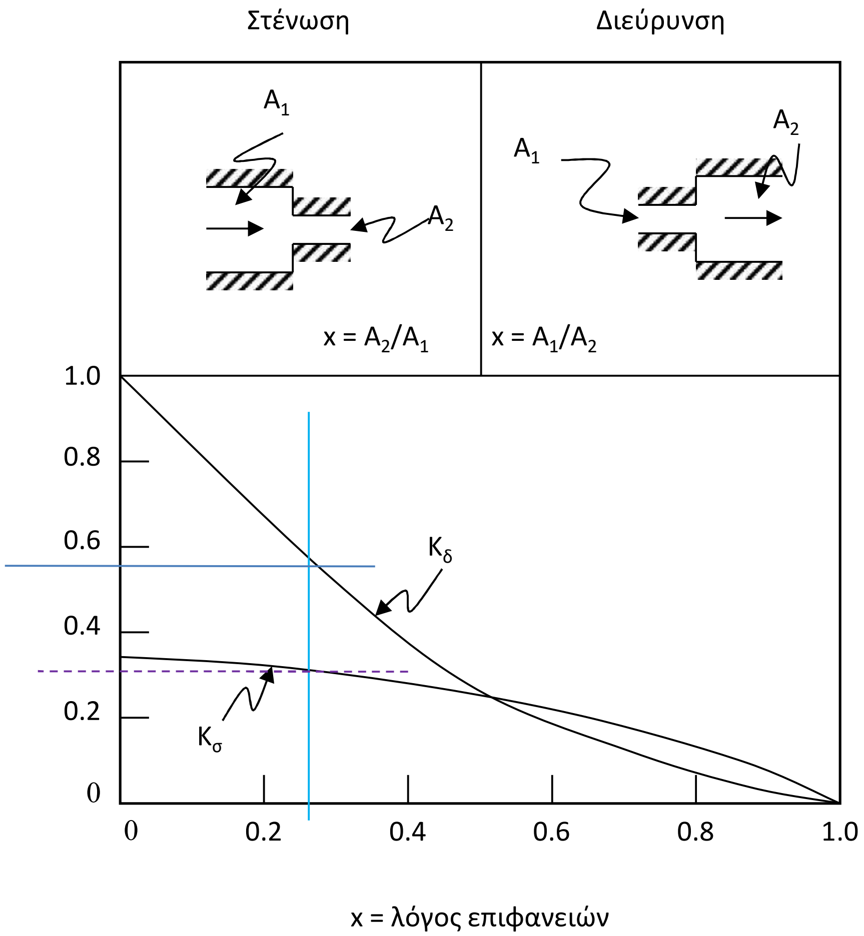
Ο συντελεστής απώλειας για διεύρυνσης K_δ, όσο και ο συντελεστής απώλειας για στένωση, K_σ, είναι βασισμένος στη μεγαλύτερη τιμή του ½<v>^{2}.

$$h_\varepsilon = K_\sigma \frac{\langle v_2 \rangle^2}{2}$$

$$h_\varepsilon = K_\delta \frac{\langle v_1 \rangle^2}{2}$$

Προσοχή στον ορισμό του x

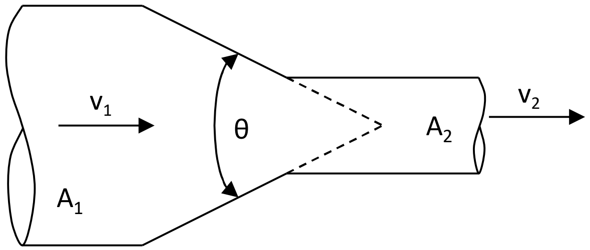
Επίσης στην επιλογή της ταχύτητας (πάντα η μεγαλύτερη)



2. Απότομες Διευρύνσεις και Στενώσεις

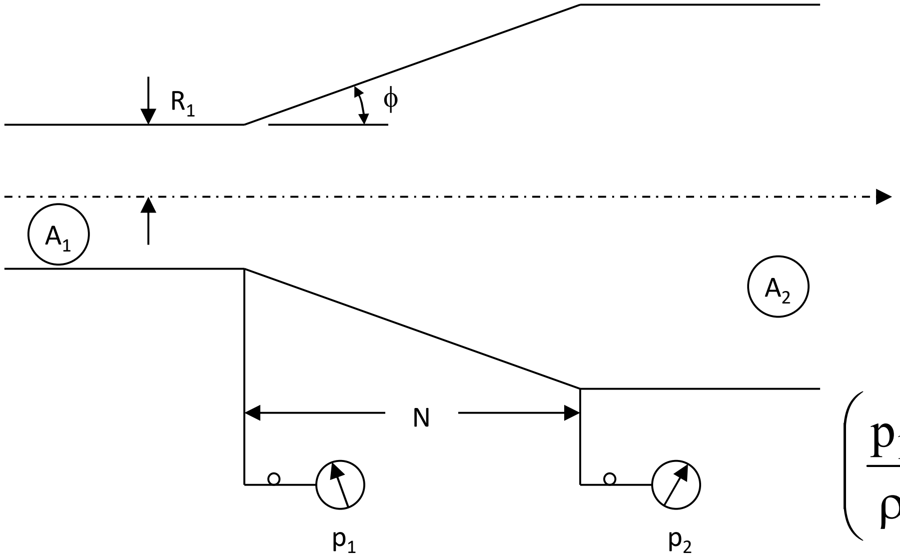
Συντελεστές απώλειας για βαθμιαίες στενώσεις.

$$h_\varepsilon = K\frac{<v_2>^2}{2}$$



Γωνία της στενώσεως	Συντ. απώλειας K
30°	0.02
45°	0.04
60°	0.07

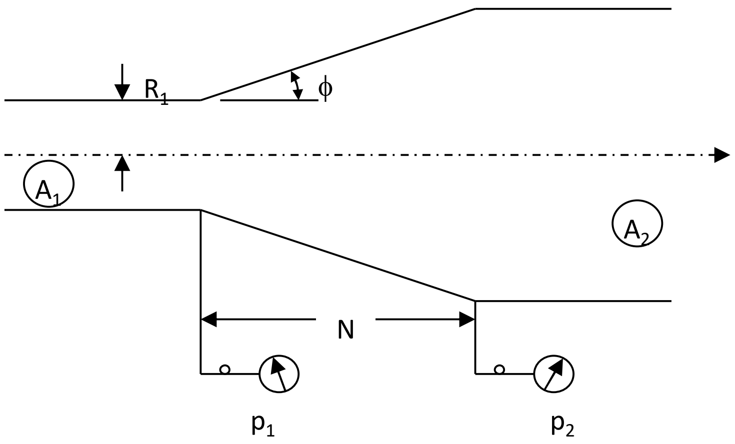
Διαχυτήρες (ή αποκαταστάτες πιέσεως)



Ο διαχυτήρας ή αποκαταστάτης πιέσεως είναι μία βαθμιαία διεύρυνση του σωλήνα η οποία έχει για σκοπό την ανύψωση της πιέσεως του ρευστού εις βάρος της κινητικής του ενέργειας.

$$\left(\frac{p_1}{\rho}+\frac{<v_1>^2}{2}\right)-\left(\frac{p_2}{\rho}+\frac{<v_2>^2}{2}\right)=h_\varepsilon$$

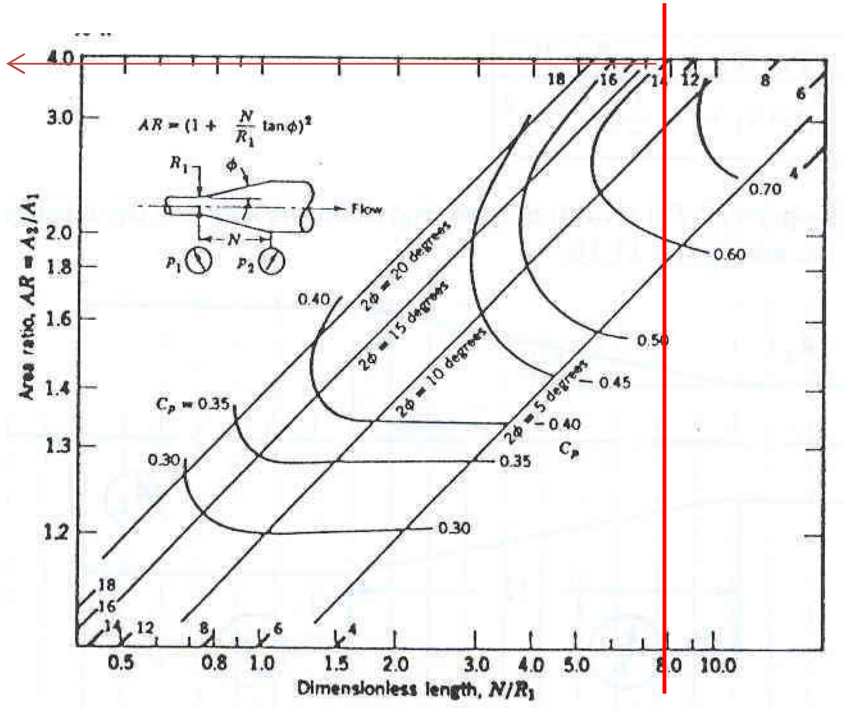
2. Απότομες Διευρύνσεις και Στενώσεις



Συντελεστή αποκαταστάσεως της πιέσεως, C_p

$$C_p = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2}\rho < v_1 >^2} = \frac{P_2 - P_1}{\frac{1}{2}\rho < v_1 >^2}$$

$$AR = \frac{A_2}{A_1} = \left(1 + \frac{N}{R_1}\tan\phi\right)^2$$



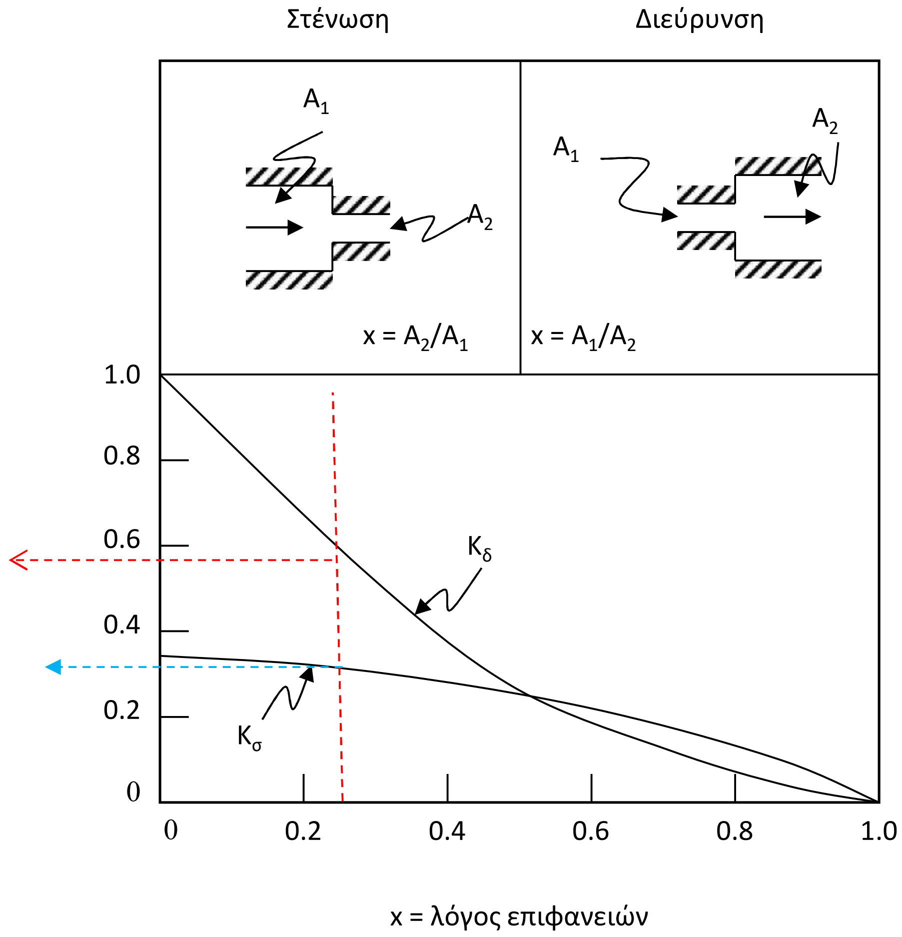
$$h_\varepsilon = \frac{1}{2} < v_1 >^2 \left[\left(1 - \frac{1}{(AR)^2}\right) - C_p\right]$$

3. Έξοδοι

$$h_\varepsilon = \frac{1}{2} K_\delta < v_1 >^2$$

$$K_\delta \cong 1$$

$$h_\varepsilon = ½ <v_1>^2$$

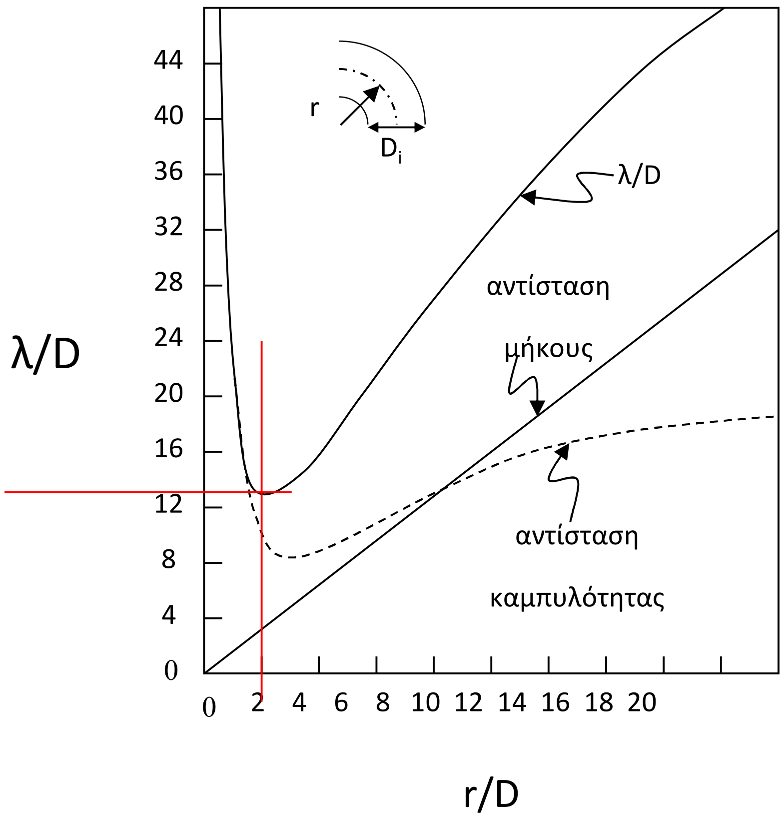


4. Καμπές

Ροή μέσα σε μία καμπή συνεπάγεται σημαντικές απώλειες μηχανικής ενέργειας εξαιτίας δευτερευουσών ροών. Η επιπλέον απώλεια υδροστατικής κεφαλής εκφράζεται συνήθως ως ισοδύναμο μήκος ευθύγραμμου σωλήνα, **λ/D.** Το ισοδύναμο μήκος λ εξαρτάται από την ανηγμένη ακτίνα καμπυλότητας r/R της καμπής,

$$h_\varepsilon = K \frac{\langle v \rangle^2}{2}$$

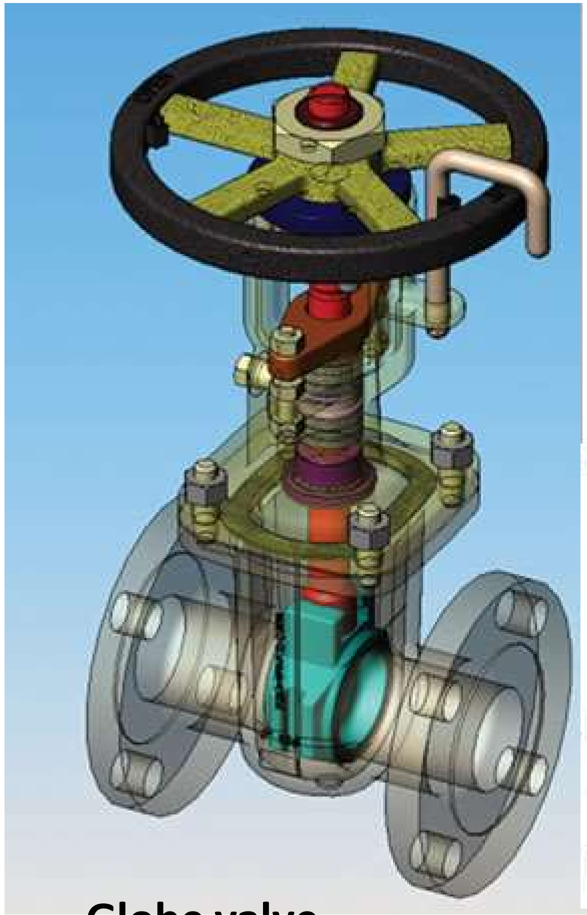
$$h_\varepsilon = f \frac{\lambda}{D} \frac{\langle v \rangle^2}{2}$$

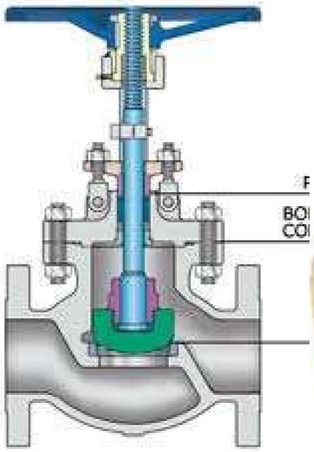


5. Βαλβίδες και Εξαρτήματα

Τυπικά ισοδύναμα μήκη (λ/D) για βαλβίδες και εξαρτήματα Πίνακας 11.3

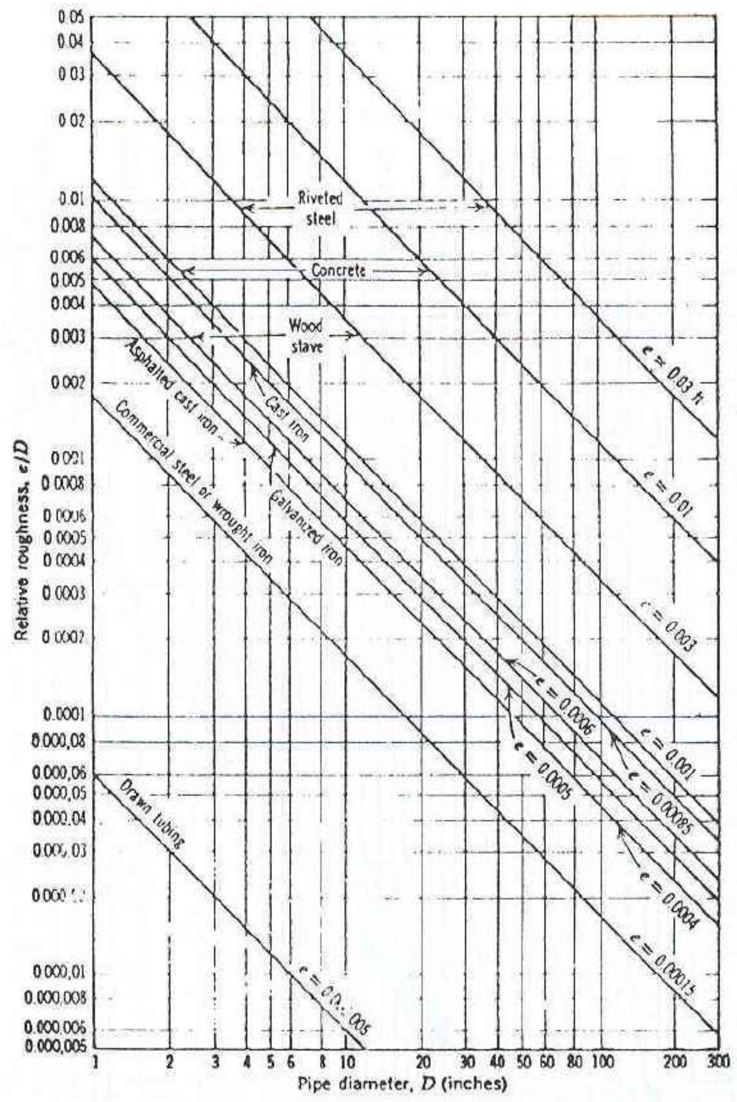
Εξάρτημα	**Περιγραφή**	**Ισοδύναμο μήκος λ/D**
Σφαιρική βαλβίδα (Globe valve)	Πλήρως ανοικτή	350
Βαλβίδα τύπου πύλης (Gate valve)	Πλήρως ανοικτή	13
	¾ ανοικτή	35
	½ ανοικτή	160
	¼ ανοικτή	900
Βαλβίδα ελέγχου (Check valve)		50-100
Αγκώνας κανονικός, 90 deg (Standard elbow)		**30**
Αγκώνας κανονικός, 45 deg		16
Αγκώνας 90 deg (Elbow)	Μακριάς ακτίνας (Long radius)	20
Δρομικός αγκώνας, 90 deg (Street elbow)		50
Δρομικός αγκώνας, 45 deg		26
Ταυ (tau)	Ευθύγραμμη ροή	**20**
	Κλαδική ροή	**60**
Επιστροφική καμπή (return bend)	Στροφή 180 deg (πιο “ανοικτή” από δύο κανονικούς αγκώνες)	50



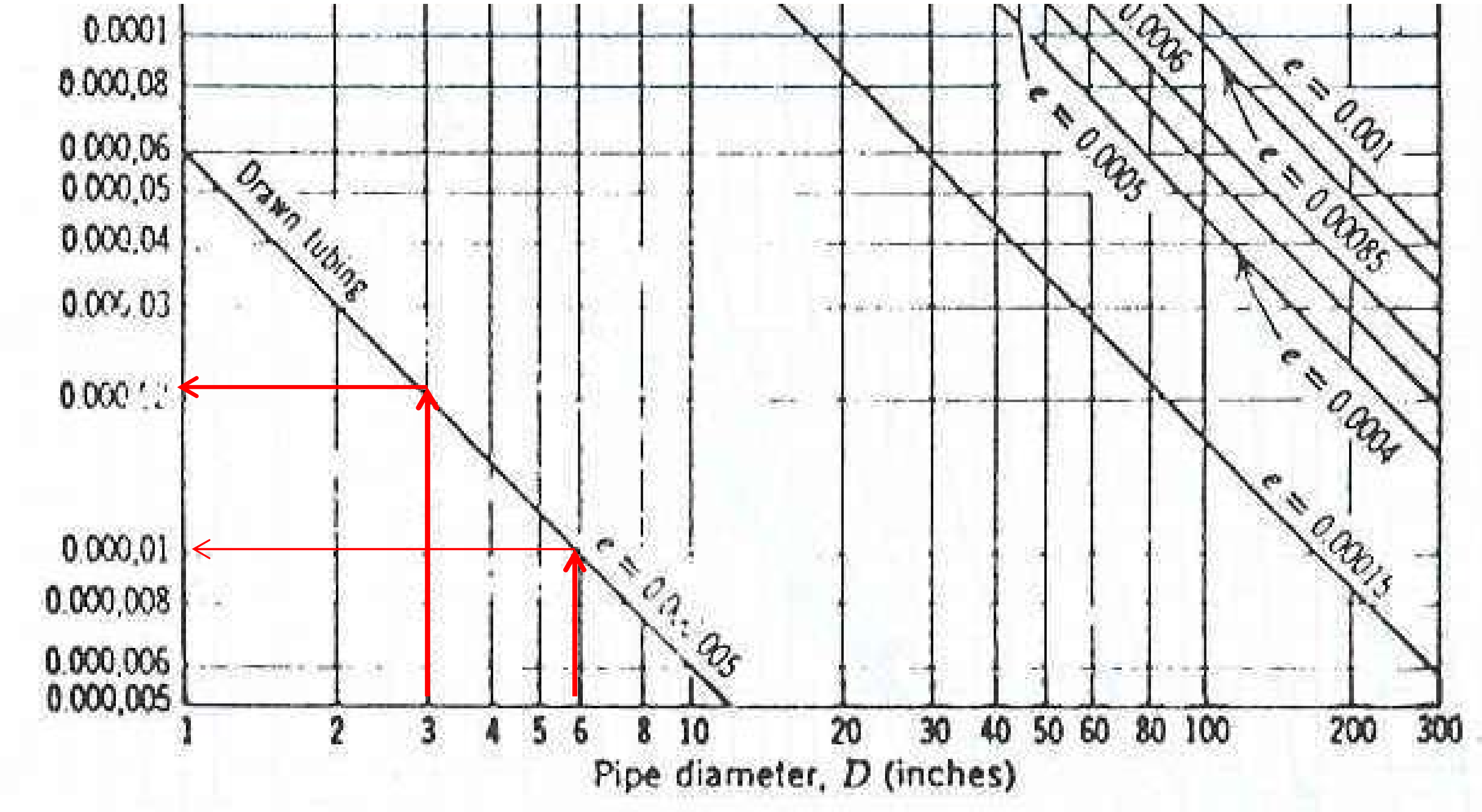


Globe valve

Gate valve



Σχήμα 11.5 Σχετική τραχύτητα για διάφορα είδη σωλήνων. Όλες οι τιμές του e/D από το ανωτέρω διάγραμμα ισχύουν για καινούργιους σωλήνες.

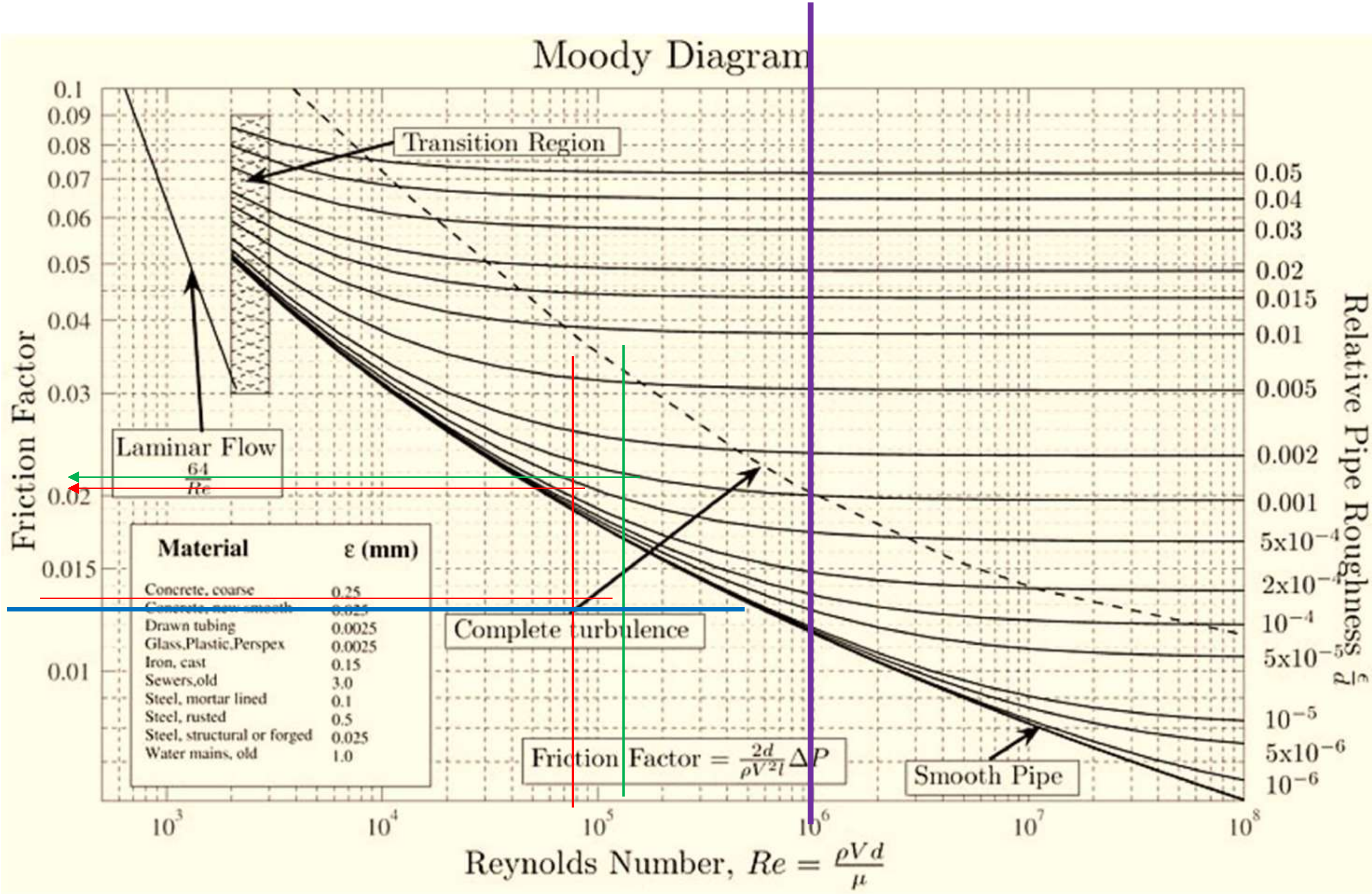


Παράδειγμα 11 στ: D=3.068 in, (e/D)=0.00002, D=6 in, (e/D)= 0.00001

Nominal Pipe Size (in)	Inside Diameter (in)
1/8	0.269
1/4	0.364
3/8	0.493
1/2	0.622
3/4	0.824
1	1.049
1 ½	1.610
2	2.067
2 ½	2469
3	3.068
3 ½	3.548
4	4.026
5	5.047
6	6.065
8	8.071
10	10.020
12	12.090

Πίνακας 11.4 (Πηγή: Fox & McDonald “Introduction to Fluid Mechanics”, 2nd ed.)

Διάγραμμα Moody $f_D(\mathrm{Re}, \mathrm{k/D})$



5. Βαλβίδες και Εξαρτήματα

Τυπικά ισοδύναμα μήκη (λ/D) για βαλβίδες και εξαρτήματα

Πίνακας 11.3

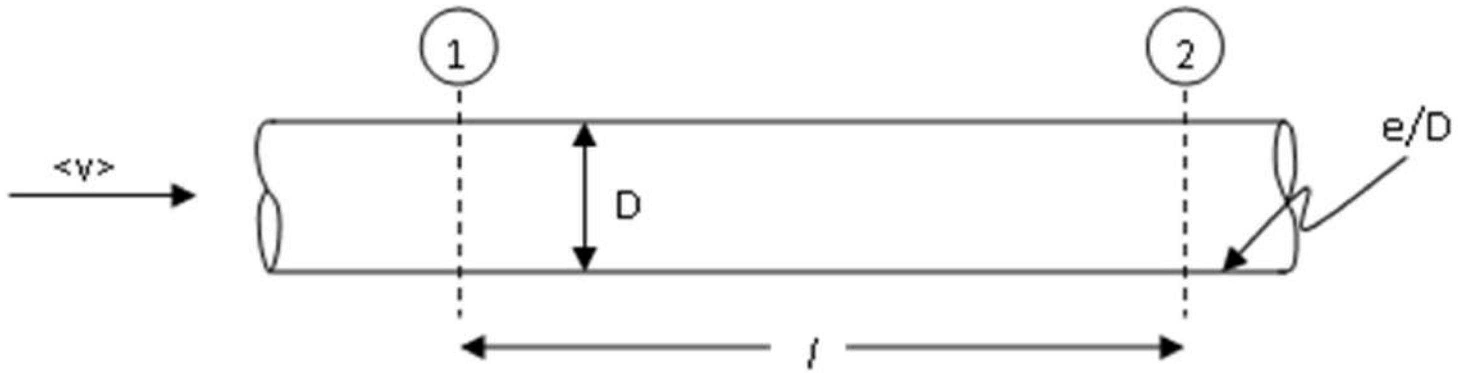
Εξάρτημα	**Περιγραφή**	**Ισοδύναμο μήκος λ/D**
Σφαιρική βαλβίδα (Globe valve)	Πλήρως ανοικτή	350
Βαλβίδα τύπου πύλης (Gate valve)	Πλήρως ανοικτή	13
	¾ ανοικτή	35
	½ ανοικτή	160
	¼ ανοικτή	900
Βαλβίδα ελέγχου (Check valve)		50-100
Αγκώνας κανονικός, 90 deg (Standard elbow)		**30**
Αγκώνας κανονικός, 45 deg		16
Αγκώνας 90 deg (Elbow)	Μακριάς ακτίνας (Long radius)	20
Δρομικός αγκώνας, 90 deg (Street elbow)		50
Δρομικός αγκώνας, 45 deg		26
Ταυ (tau)	Ευθύγραμμη ροή	**20**
	Κλαδική ροή	**60**
Επιστροφική καμπή (return bend)	Στροφή 180 deg (πιο “ανοικτή” από δύο κανονικούς αγκώνες)	50

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΒΙΒΛΙΟΥ

Παράδειγμα 11α. Ας θεωρήσουμε ένα καινούργιο σωλήνα από κοινό χάλυβα με διάμετρο D = 2in. Μέσα στο σωλήνα ρέει νερό θερμοκρασίας ~ 15^{o}C με μόνιμη, πλήρως ανεπτυγμένη ροή και μέση ταχύτητα <v> =3m/s.

(i) Πόση είναι η ολική απώλεια υδροστατικής κεφαλής $h_{ολ}$ κατά μήκος ℓ = 100 m του σωλήνα;

(ii) Πόση είναι η αντίστοιχη απαιτούμενη ισχύς;



Δεδομένα:

Διάμετρος, D= 2in=2*25.5*10^{-3} m=0.0508 m, μήκος, ***l***=100 m (!)

ρ= 1000 kg/m3, μ= 10^{-3} Pas, <v> =3m/s

Εξισώσεις: Στρωτή Ροή, Τυρβώδη Ροή

$$h_\mu = 32\frac{\ell}{D}\frac{\mu<v>}{\rho D} = \frac{64}{Re}\frac{\ell}{D}\frac{<v>^2}{2}$$

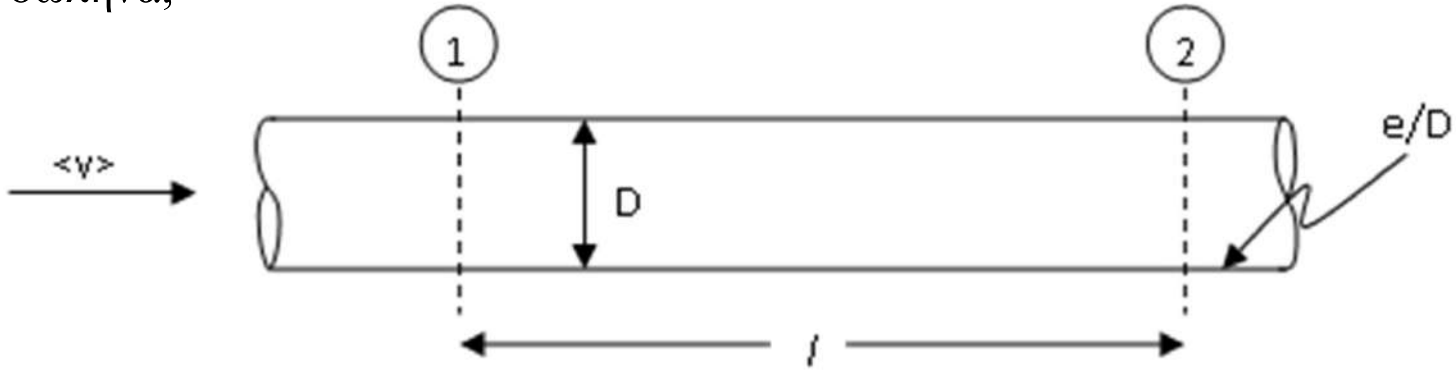
$$h_\mu = f\left(Re, \frac{e}{D}\right)\frac{\ell}{D}\frac{<v>^2}{2}$$

Έλεγχος αριθμού Reynolds

$$Re = \frac{\rho<v>D}{\mu}$$

Παράδειγμα 11α.

(i) Πόση είναι η ολική απώλεια υδροστατικής κεφαλής $h_{ολ}$ κατά μήκος ℓ = 100 m του σωλήνα;

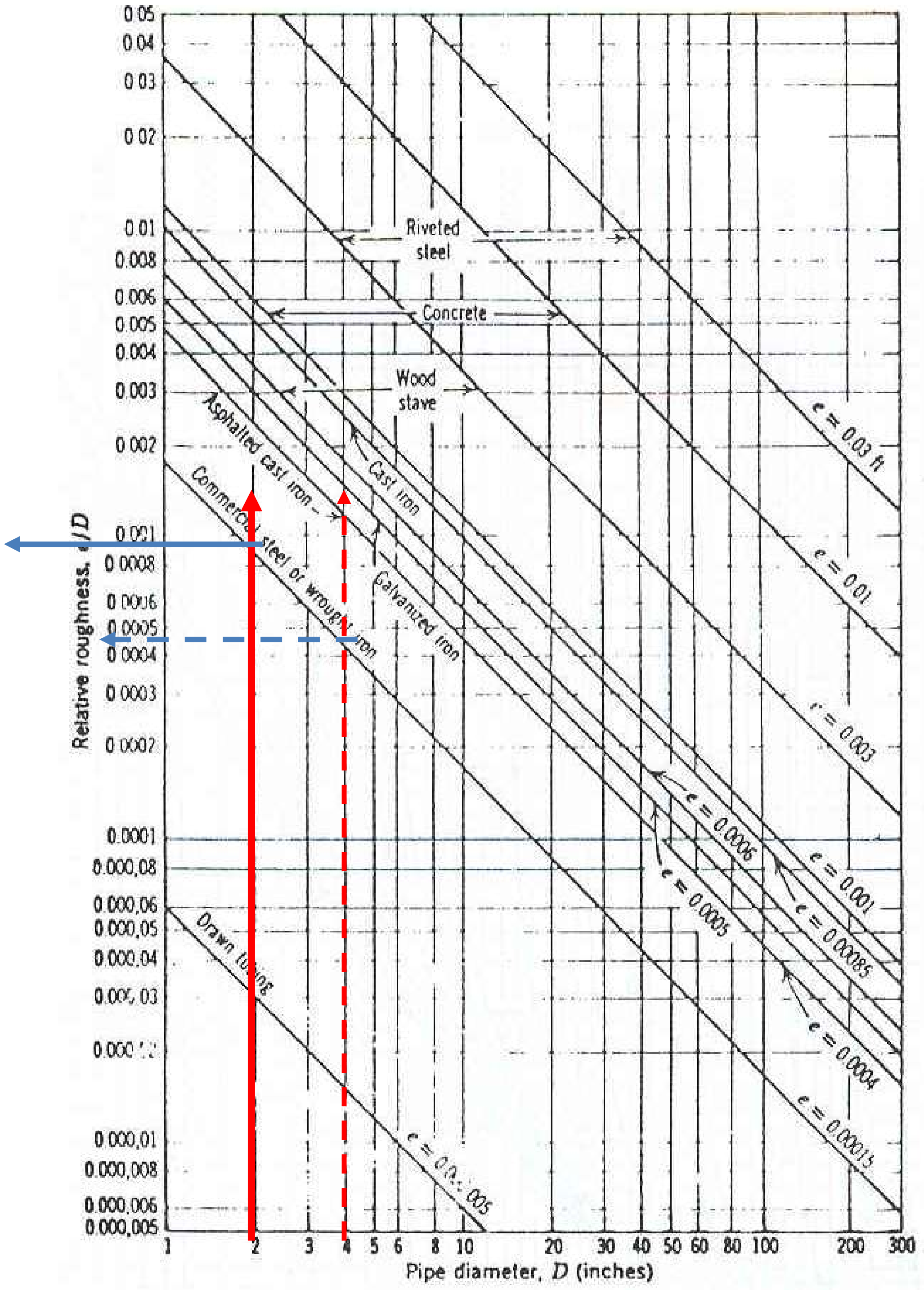


$$\mathrm{Re} = \frac{D < v >}{\nu} = \frac{0.0508 \times 3}{10^{-6}} = \underline{152400} >> 2300 \Rightarrow \text{τυρβώδης ροή}$$

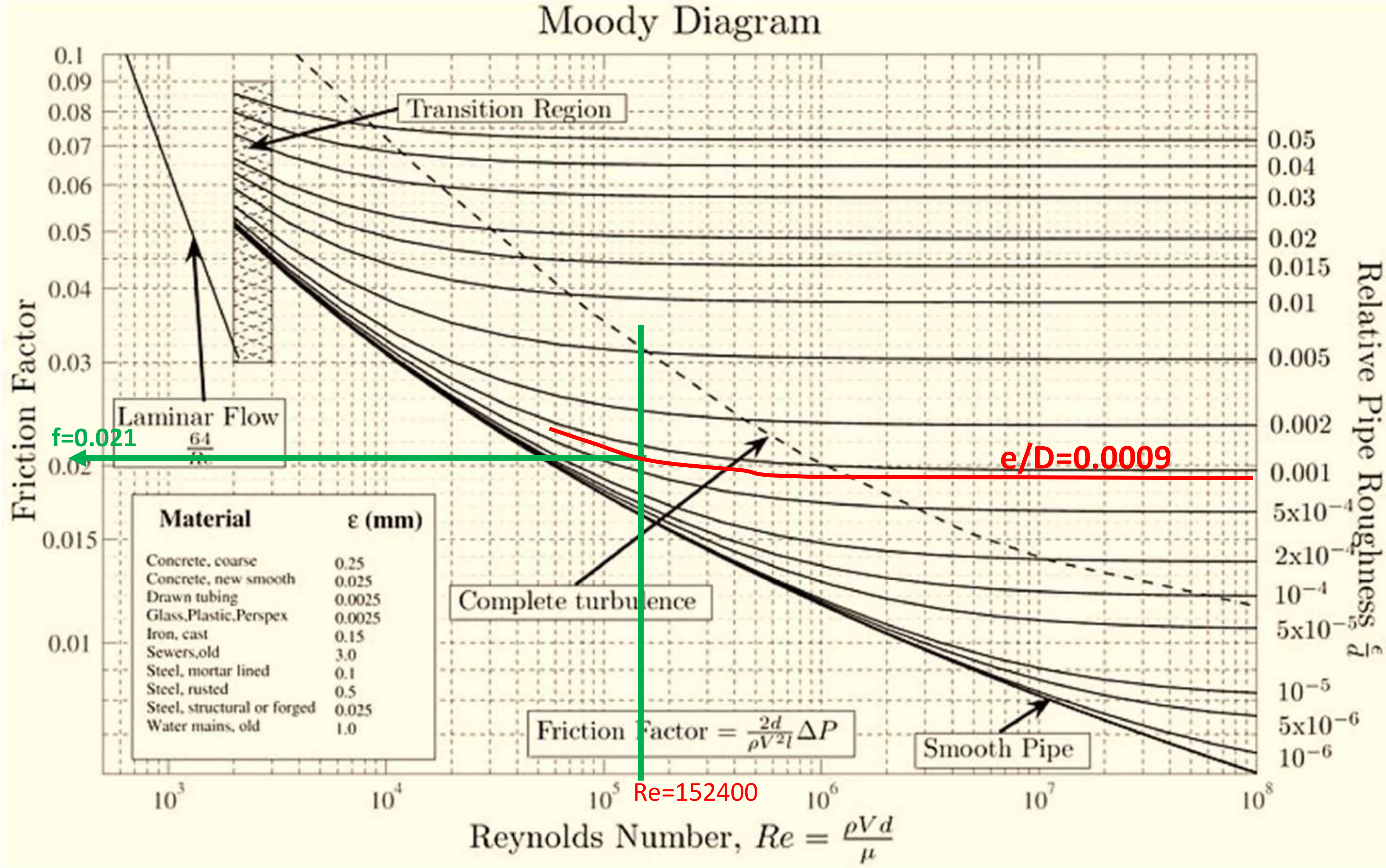
$$\frac{e}{D} \overset{\Sigma\chi.11.2}{=} 0.0009 \qquad f = f\left(\mathrm{Re},\ \frac{e}{D}\right) = \mathrm{f}\ (152400,\ 0.0009) \overset{\substack{\Sigma\chi.11.1 \\ \downarrow}}{=} \underline{0.021}$$

$$h_{ολ} = h_{\mu} = f\,\frac{\ell}{D}\ \frac{< v >^2}{2} = 0.021 \times \frac{100}{0.0508}\ \frac{3^2}{2} = \underline{186 \mathrm{m}^2 / \mathrm{s}^2}$$

Παράδειγμα 11 στ: D=2 in, (e/D)=0.0009,



Διάγραμμα Moody $f_D(\mathrm{Re}, k/D)$



Παράδειγμα 11α.

(ii) Η απαιτούμενη ισχύς υπολογίζεται από τη σχέση

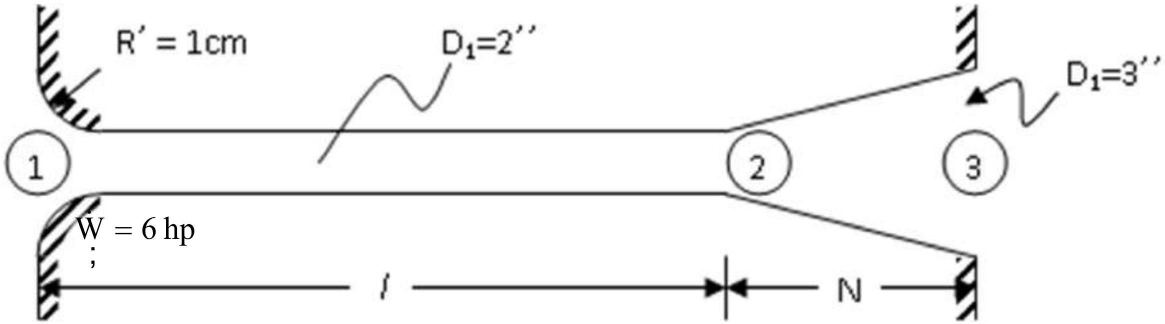
$$\dot{W} = \dot{m}\left[(u_2 - u_1) - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}}\right] = \dot{m}\, h_{ολ}$$

$$\dot{m} = \rho\ Q = \rho\ \frac{\pi}{4}\ D^2 < v > \ = 1000\ \frac{\pi}{4}\ 0.0508^2 \times 3 = \underline{6.08 kg/s}$$

$$\dot{W} = 6.08 \times 186 = 1131\, Watt = 1.131\, kW$$

$$= 1.131\, kW \times \left(1.340\ \frac{hp}{kW}\right) = \underline{1.516\, hp}$$

Παράδειγμα 11δ. Ας θεωρήσουμε τη σωλήνωση του σχήματος



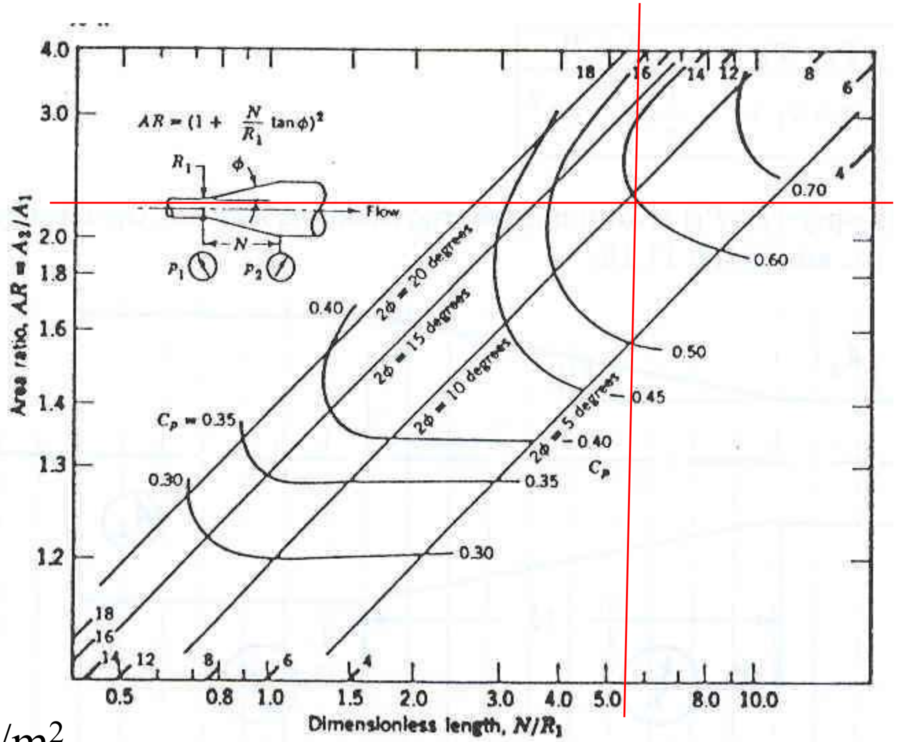
Ερώτηση: Πόση είναι η μεγίστη τιμή του ℓ αν η απαιτούμενη παροχή είναι Q = 100 m^3/hr και η ολική ισχύς για τη ροή δεν πρέπει να υπερβεί την τιμή $\dot{W} = 6$ hp

Δεδομένα: $\boxed{\dfrac{e}{D_1} = 0.0075}$ $\quad R' = 1\text{ cm}$

$$\left.\begin{array}{l} D_1 = 2'' \ (= 0.0508\text{m}) \\ D_3 = 3'' \ (= 0.0762\text{m}) \end{array}\right\} \Rightarrow AR = \left(\frac{D_3}{D_1}\right)^2 = 2.25$$

N=13.5 cm=0.135 m ⇒ $N/R_1 = 2N/D_1 = 5.3$

μας δίνει $C_p \cong 0.60$

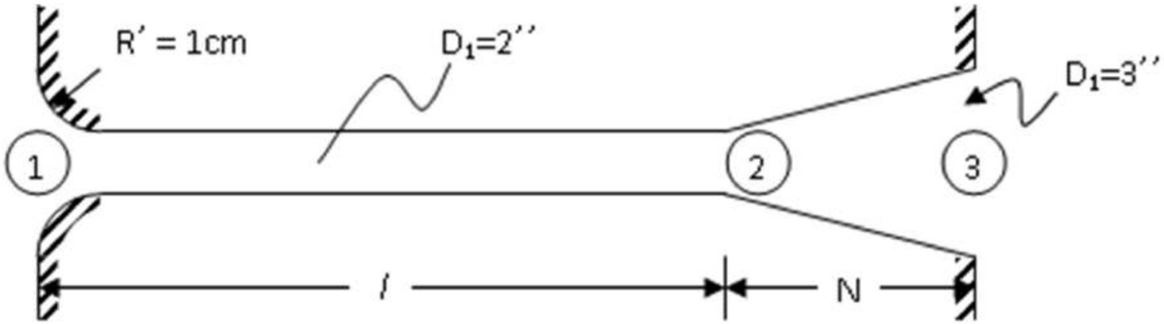


$$h_{\delta\iota\alpha\chi} \overset{\text{Εξ.(11.63)}}{=} \frac{1}{2} < v_1 >^2 \left[\left(1 - \frac{1}{(AR)^2}\right) - C_p\right]$$

Ρευστό: Νερό σε 20^{o}C ⇒ μ≅1cp=10^{-3} N.s/m^2

ρ≅1000 Kg/m^3

Παράδειγμα 11δ. Ας θεωρήσουμε τη σωλήνωση του σχήματος



Ερώτηση: Πόση είναι η μεγίστη τιμή του ℓ αν η απαιτούμενη παροχή είναι Q = 100 m³/hr και η ολική ισχύς για τη ροή δεν πρέπει να υπερβεί την τιμή $\dot{W} = 6\ \text{hp}$

$$\dot{W} = \dot{m}\, h_{ο\lambda} \Rightarrow h_{ο\lambda} = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} \Rightarrow \dot{W} = 6\ \text{hp} = 6 \times 0.746\ \text{kW} = 4.476\ \text{kW} = 4476\ \text{W} = \underline{4476\ \text{N.m/s}}$$

$$\dot{m} = \rho Q = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 100\ \text{m}^3/\text{hr} = 10^5\ \text{kg/hr} = \frac{10^5}{3600}\ \text{kg/s} = \boxed{\underline{27.78\,\text{kg/s}}}$$

$$h_{ο\lambda} = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = \frac{4476}{27.78} = \underline{161.1\,\text{m}^2/\text{s}^2}$$

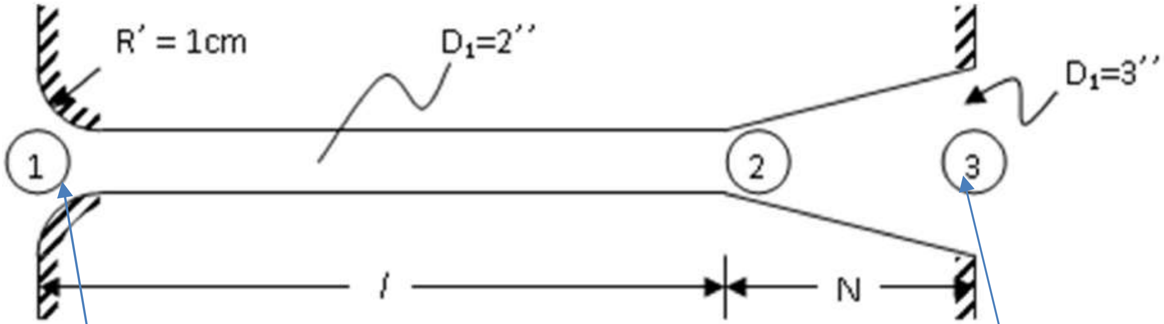
Άρα η επιτρεπόμενη μέγιστη απώλεια υδροστατικής κεφαλής είναι **161.1 m²/s²**

$$h_{ο\lambda} = h_{1,2} + h_1 + h_{\delta\iota\alpha\chi} + h_3 \Rightarrow h_{1,2} = h_{ο\lambda} - h_1 - h_{\delta\iota\alpha\chi} - h_3$$

$$h_1 = K_1 \frac{\langle v_1 \rangle^2}{2}, \quad K_1 = 0.04 \ (\text{καλώς στρογγυλεμένο στόμιο})$$

$$h_3 = K_3 \frac{\langle v_3 \rangle^2}{2}, \ K_3 = 1 \ (\text{έξοδος}) \qquad h_{\delta\iota\alpha\chi} \overset{\text{Εξ.(11.63)}}{=} \frac{1}{2}\langle v_1 \rangle^2 \left[\left(1 - \frac{1}{(AR)^2}\right) - C_p\right]$$

Παράδειγμα 11δ. Ας θεωρήσουμε τη σωλήνωση του σχήματος



Ερώτηση: Πόση είναι η μεγίστη τιμή του ℓ αν η απαιτούμενη παροχή είναι Q = 100 m^3/hr και η ολική ισχύς για τη ροή δεν πρέπει να υπερβεί την τιμή

$$\dot{W} = 6 \text{ hp}$$

$$<v_1> = \frac{4Q}{\pi\, D_1^2} = \frac{4\times(100/3600)}{\pi\ 0.0508^2} = \underline{13.7\mathrm{m/s}}$$

$$<v_3> = \left(\frac{D_1}{D_3}\right)^2 <v_1> = \left(\frac{2}{3}\right)^2 13.7 = \underline{6.1\mathrm{m/s}}$$

$$h_1 = 0.04\ \frac{13.7^2}{2} = \underline{3.75\mathrm{m^2/s^2}}$$

$$h_3 = 1\ \frac{6.1^2}{2} = \underline{18.6\mathrm{m^2/s^2}}$$

$$h_{\delta\iota\alpha\chi} \overset{\text{Εξ.(11.63)}}{=} \frac{1}{2} <v_1>^2 \left[\left(1-\frac{1}{(AR)^2}\right) - C_p\right] \qquad h_{\delta\iota\alpha\chi} = \frac{1}{2}\ 13.7^2 \left[\left(1-\frac{1}{2.25^2}\right) - 0.60\right] = \underline{19.0\mathrm{m^2/s^2}}$$

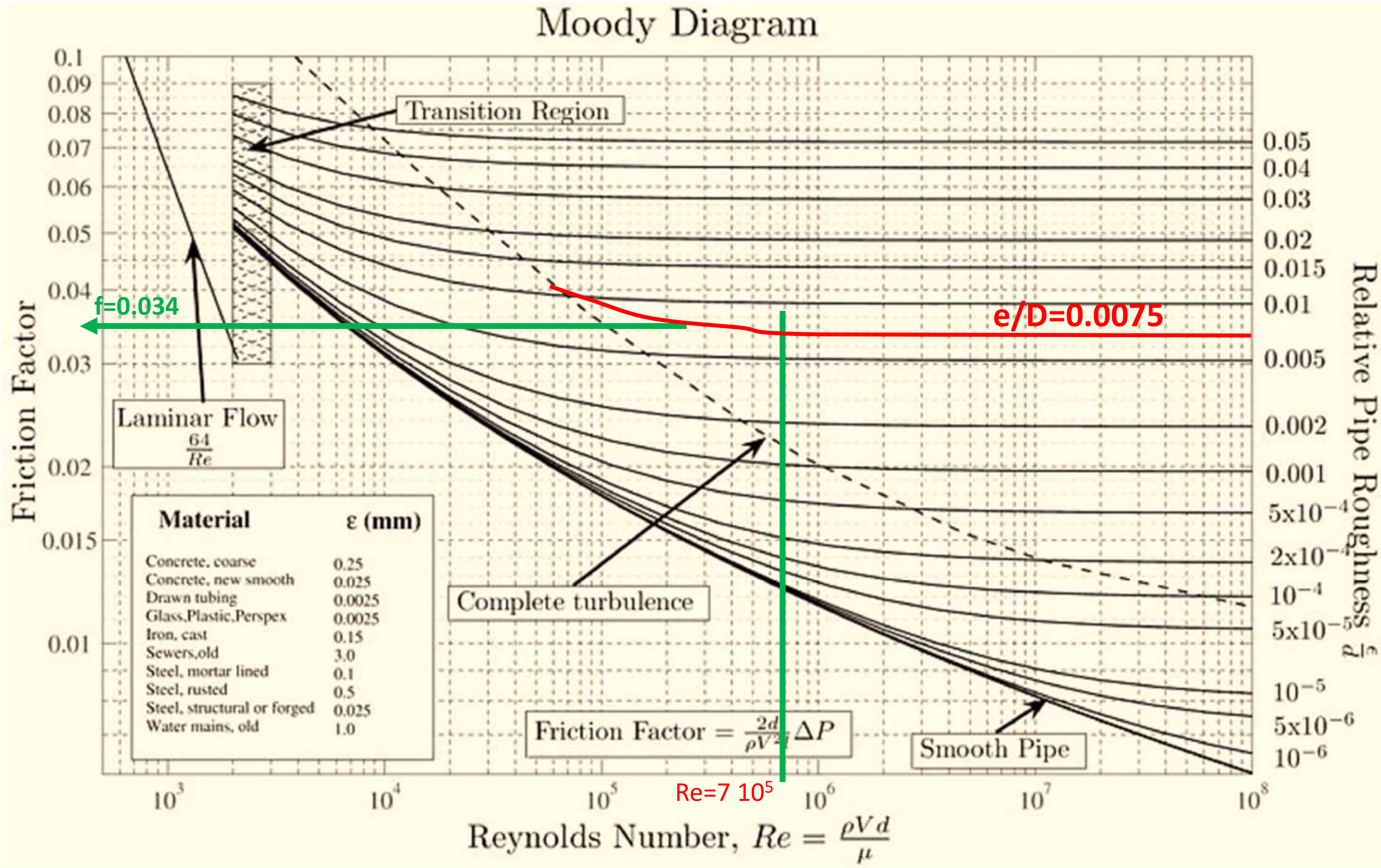
$$h_{1,2} = 161.1 - (3.75 + 18.6 + 19.0) = \underline{119.75\mathrm{m^2/s^2}} \qquad h_{1,2} = f\left(\mathrm{Re}, \frac{e}{D_1}\right)\frac{\ell}{D_1}\frac{<v_1>^2}{2}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{D_1 <v_1> \rho}{\mu} = \frac{0.0508\times 13.7\times 1000}{10^{-3}} = \underline{6.96\times 10^5} >> 2300 \qquad f\ (6.96\times 10^5,\ 0.0075) \overset{\substack{\text{Διαγρ.Moody} \\ \downarrow}}{=} \underline{0.034}$$

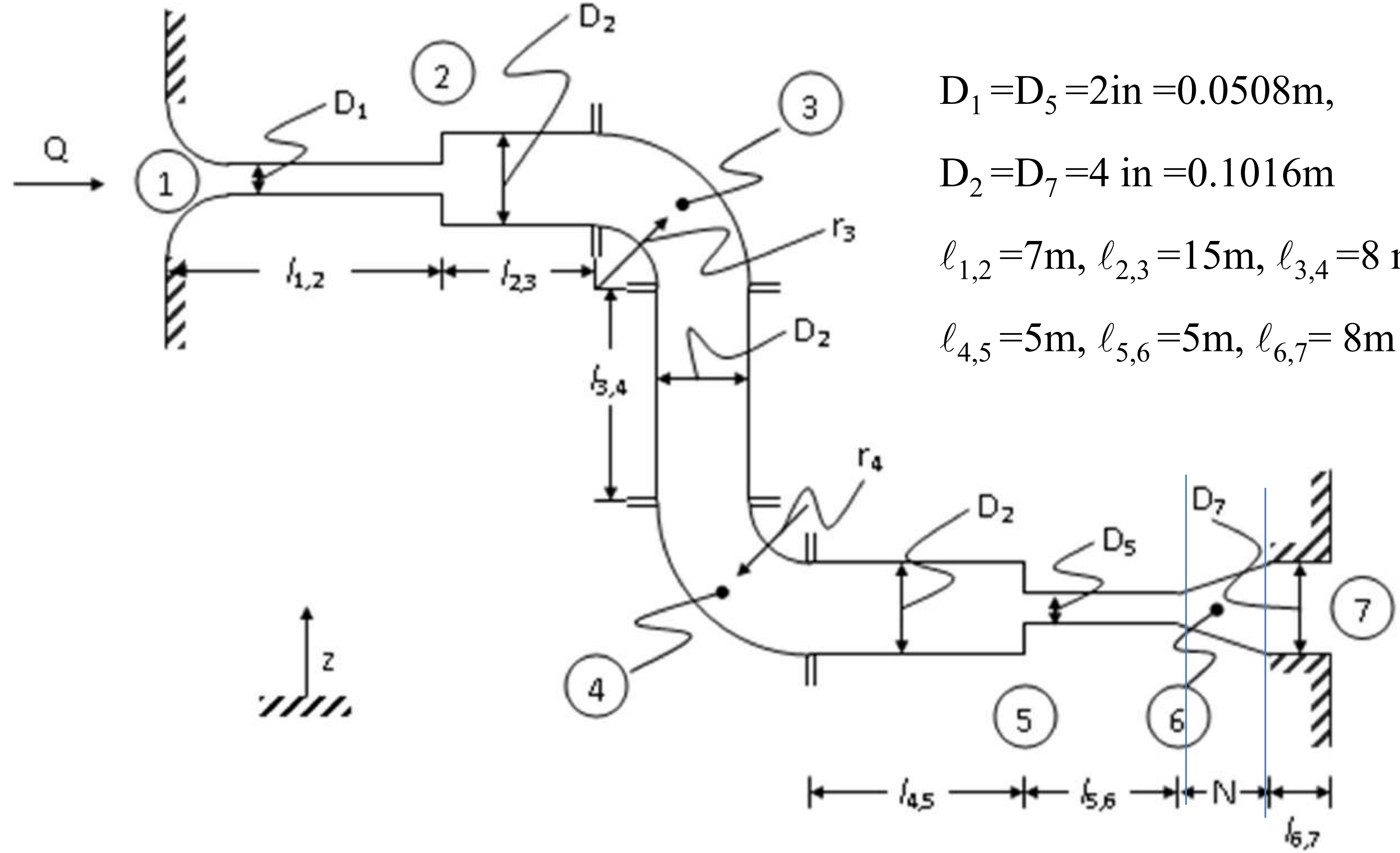
$$\ell = D_1 \frac{2\ h_\mu}{f <v_1>^2} = 0.0508 \frac{2\times 119.75}{0.034\times 13.7^2} \cong \underline{1.91\mathrm{m}}$$

$$\boxed{\ell \le 1.91\,\mathrm{m}}$$

Διάγραμμα Moody $f_D(\mathrm{Re}, \mathrm{k/D})$



Παράδειγμα 11β. Ας θεωρήσουμε την (ομολογουμένως άκομψη) σωλήνωση από κοινό χάλυβα του Σχ 1.



$D_1 = D_5 = 2\text{in} = 0.0508\text{m}$,

$D_2 = D_7 = 4\text{ in} = 0.1016\text{m}$

$\ell_{1,2} = 7\text{m}$, $\ell_{2,3} = 15\text{m}$, $\ell_{3,4} = 8\text{ m}$

$\ell_{4,5} = 5\text{m}$, $\ell_{5,6} = 5\text{m}$, $\ell_{6,7} = 8\text{m}$

Παράδειγμα 11β. Ας θεωρήσουμε την (ομολογουμένως άκομψη) σωλήνωση από κοινό χάλυβα του Σχ 1.

Εχουμε τα ακόλουθα στοιχεία

$$D_1 = D_5 = 2\text{in} = 0.0508\text{m} \qquad D_2 = D_7 = 4\text{in} = 0.1016\text{m}$$

Ρευστό: αέρας, 20° C, ~ 1 atm $\Rightarrow$ $\rho = 1.205\dfrac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \qquad \nu = 15.05\times 10^{-6}\dfrac{\text{m}^2}{\text{s}}$

$Q_{,7}$ = 365m³/hr (μετριέται στη διατομή ⑦)

$D_1 = D_5 = 2\text{in} = 0.0508\text{m}$, $D_2 = D_7 = 4$ in $= 0.1016\text{m}$

$\ell_{1,2} = 7\text{m}$, $\ell_{2,3} = 15\text{m}$, $\ell_{3,4} = 8$ m , $\ell_{4,5} = 5\text{m}$

$\ell_{5,6} = 5\text{m}$, $\ell_{6,7} = 8\text{m}$,

$$\boxed{\left(\frac{e}{D}\right)_{1,2} = \left(\frac{e}{D}\right)_{5,6} = 0.0009} \qquad D_1 = D_5 = 2\text{in} = 0.0508\text{m}$$

$$\boxed{\left(\frac{e}{D}\right)_{2,3} = \left(\frac{e}{D}\right)_{3,4} = \left(\frac{e}{D}\right)_{4,5} = \left(\frac{e}{D}\right)_{6,7} = 0.00045} \qquad D_2 = D_7 = 4\text{in} = 0.1016\text{m}$$

Παράδειγμα 11β. Ας θεωρήσουμε την σωλήνωση από κοινό χάλυβα του Σχ 1.

(i) Πόση είναι η ολική απώλεια υδροστατικής κεφαλής;
(ii) Πόση είναι η στατική πίεση στην είσοδο;
(iii) Πόση είναι η απαιτούμενη ισχύς;

Λύση

Εφόσον το ρευστό είναι αέριο, προκύπτει το ερώτημα κατά πόσον η ροή μπορεί να θεωρηθεί ασυμπίεστη, και σε ποιές συνθήκες πιέσεως και θερμοκρασίας θα υπολογισθούν οι ιδιότητές του. Αρχίζουμε υπολογίζοντας τον αριθμό Mach.

Αν $<v_7>$ είναι η μέση ταχύτητα στον αγωγό ⑥–⑦, τότε

$$<v_7> = \frac{4Q_7}{\pi\, D_7^2} = \frac{4\times(365/3600)}{\pi\; 0.1016^2} = \underline{12.51\,\mathrm{m/s}} \qquad Ma_7 = \frac{<v_7>}{c} = \frac{12.51\,\mathrm{m/s}}{340\,\mathrm{m/s}} = 0.0368 << \frac{1}{3}$$

Εφόσον $Ma_7 < \frac{1}{3}$ η ροή κοντά στην έξοδο μπορεί να θεωρηθεί ασυμπίεστη.

Η τιμή του αριθμού Mach στην είσοδο, Ma, εκτιμάται ως

$$Ma_1 = \frac{<v_1>}{c} \overset{\rho=\sigma\tau\alpha\theta}{\overset{\downarrow}{=}} \frac{<v_7>}{c}\left(\frac{D_7}{D_1}\right)^2 = \left(\frac{D_7}{D_1}\right)^2 Ma_7 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 0.0368 = 0.147 < \frac{1}{3}$$

Αρα, και κοντά στην είσοδο η ροή μπορεί να θεωρηθεί ασυμπίεστη.

Τέλος, ως πρώτη εκτίμηση, θα θέσουμε $\rho_1 = \rho_7 = \rho$ και $v_1 = v_7 = v$. Η θερμοκρασία θα θεωρηθεί ίση με 20 C, παντού.

Παράδειγμα 11β.

(i) Η ολική απώλεια υδροστατικής κεφαλής μπορεί να γραφεί ως

$$h_{o\lambda} = h_\mu + h_\varepsilon$$ ΟΛΙΚΕΣ

$$h_\mu = h_{1,2} + h_{2,3} + h_{3,4} + h_{4,5} + h_{5,6} + h_{6,7}$$ ΜΕΙΖΟΝΕΣ

$$h_\varepsilon = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 + h_7$$ ΕΛΛΑΣΣΟΝΕΣ

Έχουμε

$$< v_1 > = \frac{4Q}{\pi\ D_1^2} = \frac{4\times(365/3600)}{\pi\ 0.0508^2} = \underline{50.0 m/s}$$

$$< v_7 > = \frac{4Q_7}{\pi\ D_7^2} = \frac{4\times(365/3600)}{\pi\ 0.1016^2} = \underline{12.51 m/s}$$

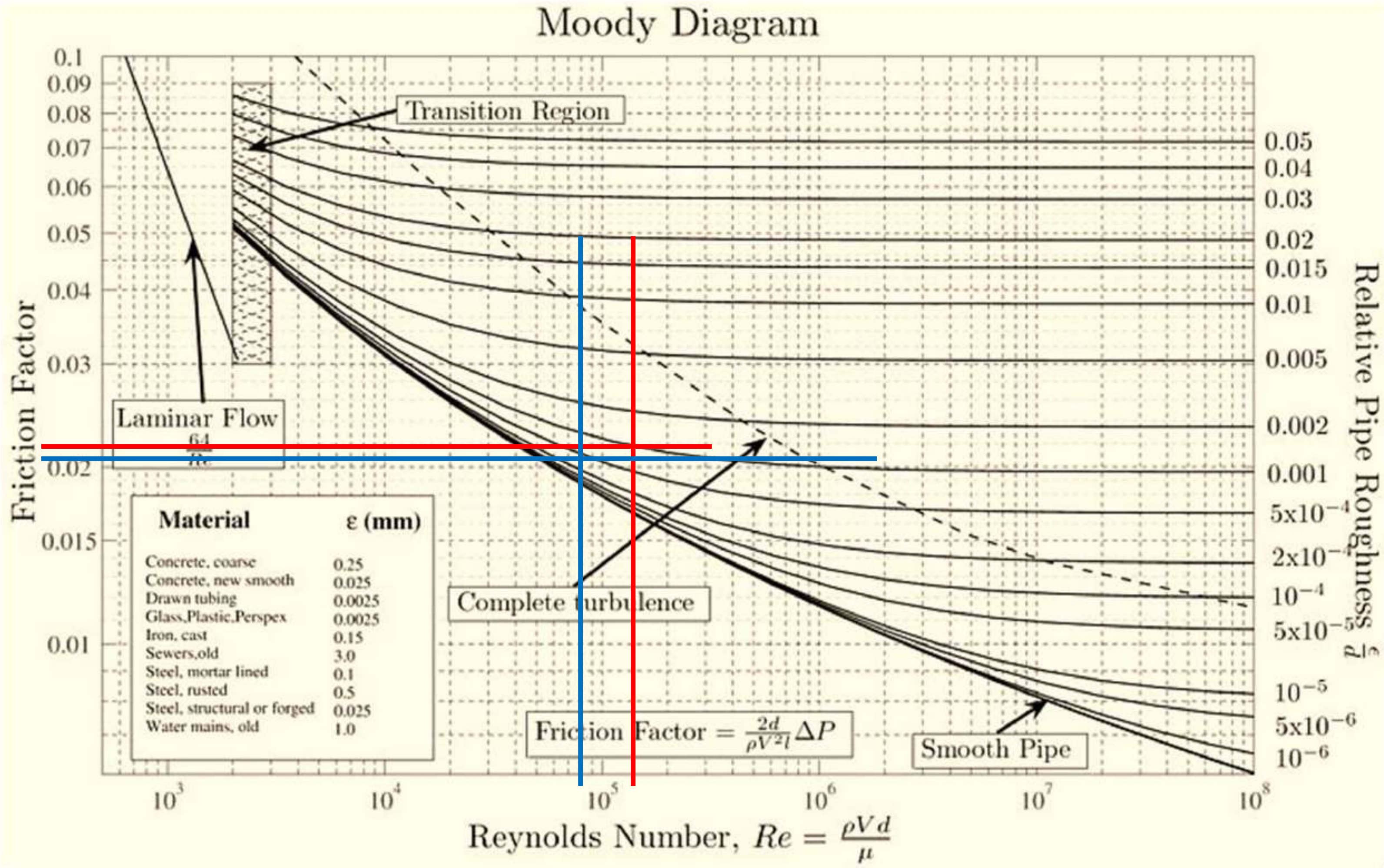
$$Re_{1,2} = Re_{5,6} = \frac{D_1 < v_1 >}{\nu} = \frac{0.0508\times 50.0}{15.05\times 10^{-6}} = \underline{1.688\times 10^4}$$

$$Re_{2,3} = Re_{3,4} = Re_{4,5} = Re_{6,7} = \frac{D_7 < v_7 >}{\nu} = \frac{0.1016\times 12.51}{15.05\times 10^{-6}} = \underline{8.445\times 10^4}$$

Παράδειγμα 11β.

$$f_{1,2} = f_{5,6} = f(1.688\times10^{5}, 0.0009) \overset{\substack{\text{Διαγρ. Moody}\\ \downarrow}}{=} 0.021$$

$$f_{2,3} = f_{3,4} = f_{4,5} = f_{6,7} = f(8.445\times10^{4}, 0.00045) \overset{\substack{\text{Διαγρ. Moody}\\ \downarrow}}{=} 0.0207$$



Παράδειγμα 11β.

$$h_{1,2} + h_{5,6} = f_{1,2} \frac{1}{D_1} (\ell_{1,2} + \ell_{5,6}) \frac{<v_1>^2}{2}$$

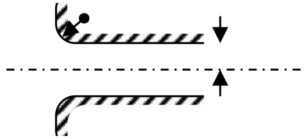
$$= 0.021 \frac{1}{0.0508} (7.0 + 5.0) \frac{50.0^2}{2} = \underline{6201 m^2/s^2}$$

$$h_{2,3} + h_{3,4} + h_{4,5} + h_{6,7} = f_{2,3} \frac{1}{D_2} (\ell_{2,3} + \ell_{3,4} + \ell_{4,5} + \ell_{6,7}) \frac{<v_7>^2}{2}$$

$$= 0.0207 \frac{1}{0.1016} (15.0 + 8.0 + 5.0 + 8.0) \frac{12.51^2}{2} = \underline{574 m^2/s^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{h_\mu = h_{1,2} + h_{2,3} + \ldots + h_{6,7} = 6201 + 574 = \underline{6775 m^2/s^2}}$$

Παράδειγμα 11β. Ελάσσονες απώλειες

Καλώς στρογγυλευμένη είσοδος (R≈0.35)		$\boxed{0.04}$

$$h_1 = K_1 \frac{<v_1>^2}{2} = \boxed{0.04}\frac{50.0^2}{2} = \underline{50m^2/s^2}$$

$$h_2 = K_\delta \frac{<v_1>^2}{2} \overset{\Sigma\chi.\,11.9}{\downarrow}{=} 0.54\frac{50.0^2}{2} = \underline{675m^2/s^2}$$

$$h_3 = f_{2,3}\frac{\lambda_3}{D_2}\frac{<v_7>^2}{2} \overset{\Sigma\chi.11.12}{\downarrow}{=} 0.0207\times 13\times\frac{12.51^2}{2} = \underline{21m^2/s^2}$$

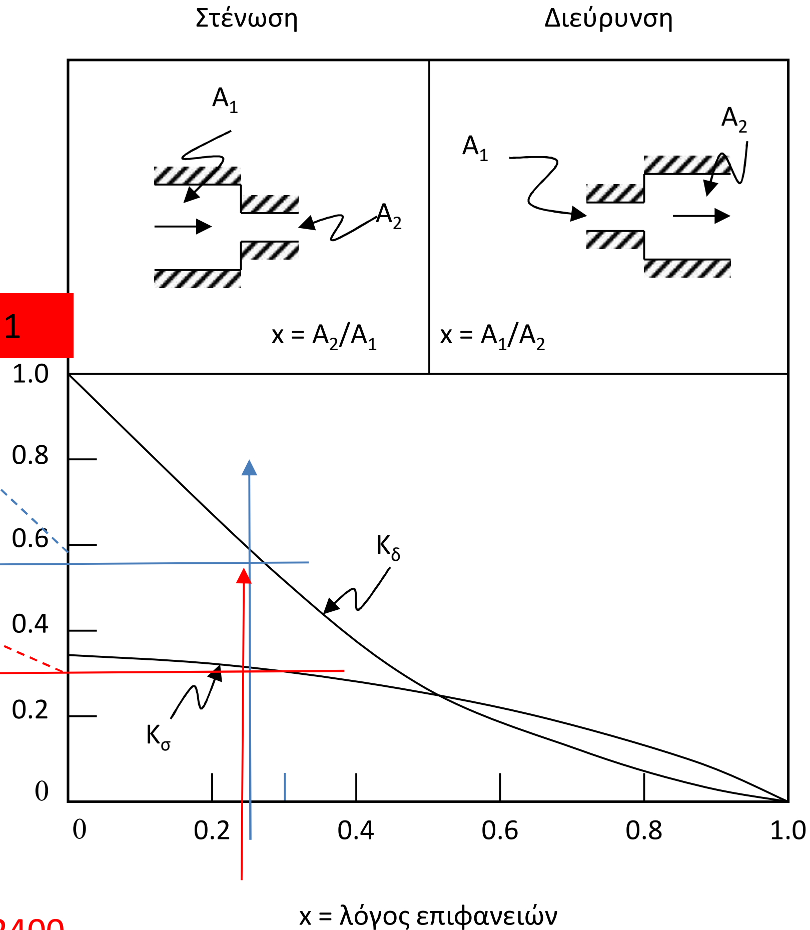
Καμπές, $r_3/D=2$, $\lambda_3/D_3=13$

$$h_4 = h_3 = 21m^2/s^2$$

$$h_5 = K_\sigma \frac{<v_1>^2}{2} \overset{\Sigma\chi.11\,.9}{\downarrow}{=} 0.32\frac{50.0^2}{2} = \underline{400m^2/s^2}$$

$$h_7 = K_7 \frac{<v_7>^2}{2} = 1\frac{12.51^2}{2} = \underline{78m^2/s^2}$$

$K_\delta \cong 1$



Διεύρυνση
$A1/A2 = (D_2\hat{}2/D_1\hat{}2) = (2/4)\hat{}2 = 0.25$

Στένωση
$A1/A2 = (D_2\hat{}2/D_1\hat{}2) = (2/4)\hat{}2 = 0.25$

Re=152400

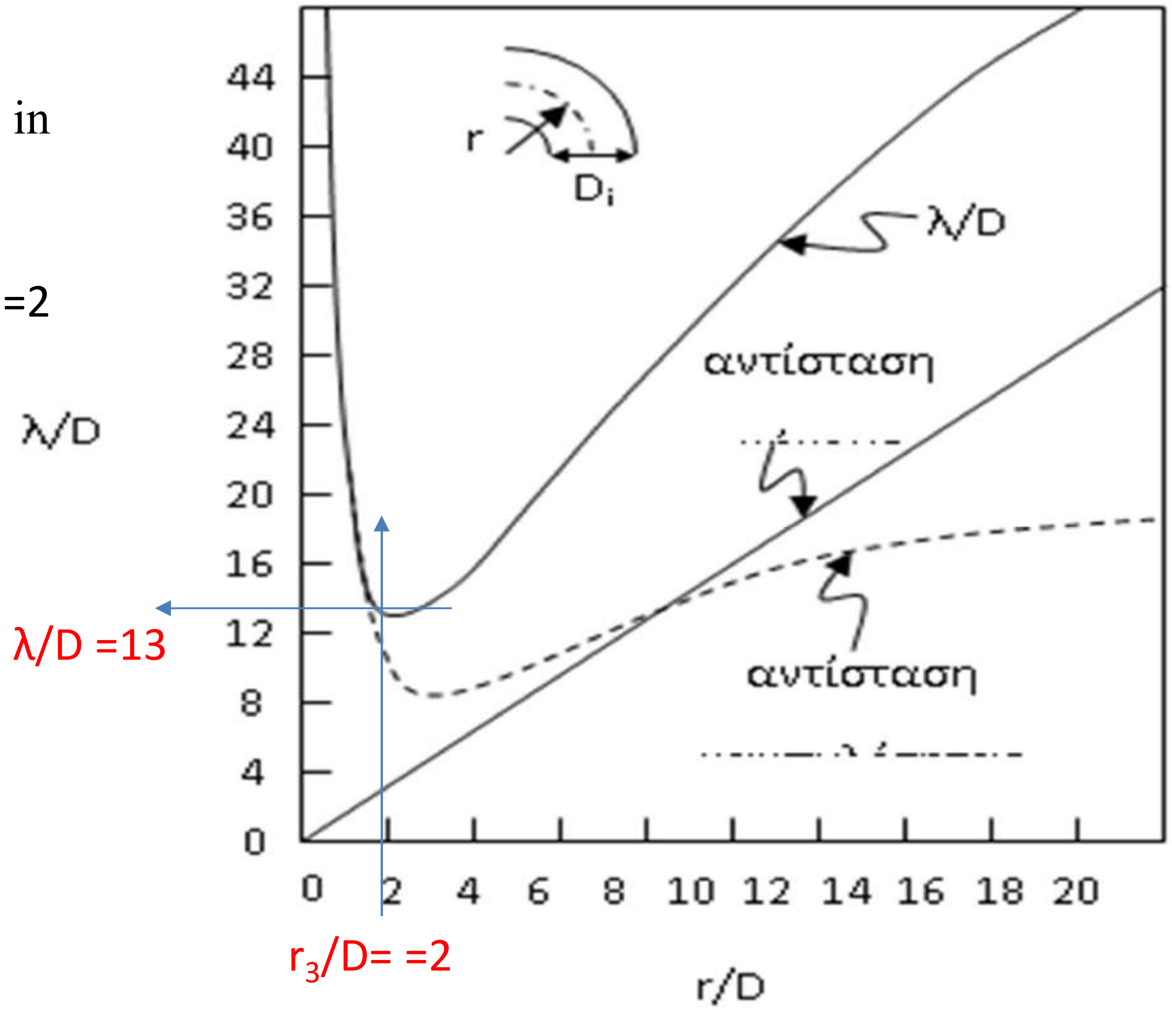
Παράδειγμα 11β. Ελάσσονες απώλειες

4. Καμπές

$r_3 = r_4 = 8$ in

D= 4in

$r_3/D=8/4=2$



Παράδειγμα 11β. Διαχυτήρες

Τέλος

$$h_6 = h_{\delta\iota\alpha\chi} = \frac{1}{2} < v_1 >^2 \left[\left(1 - \frac{1}{(AR)^2} \right) - C_p \right]$$

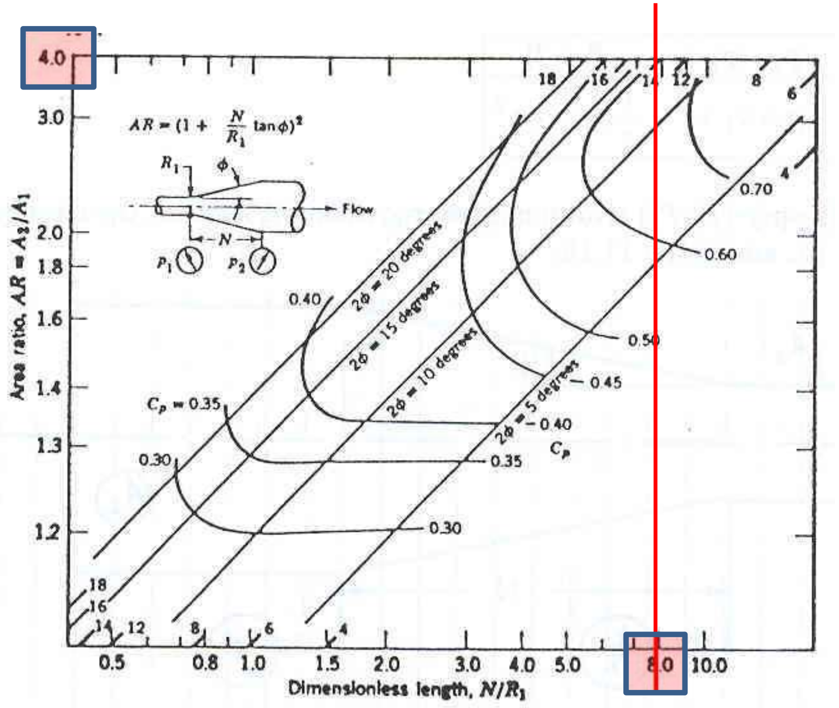
για

$$AR = \left(\frac{D_7}{D_5} \right)^2 = \left(\frac{4}{2} \right)^2 = \boxed{\underline{4}}$$

$$\frac{N}{R_1} \equiv \frac{N}{\left(\frac{D_5}{2} \right)} = \frac{0.20}{\left(\frac{0.0508}{2} \right)} = \boxed{7.9} \overset{\Sigma\chi.11.11}{\Rightarrow} C_p \cong \underline{0.60}$$

$\Rightarrow$

$$h_6 = \frac{1}{2}\ 50.0^2 \left[\left(1 - \frac{1}{4^2} \right) - 0.60 \right] = \underline{422 m^2 / s^2}$$



Παράδειγμα 11β. Τελικοί Υπολογισμοί

Ετσι,

$$h_\varepsilon = h_1 + h_2 + ... + h_7 = (50 + 675 + 21 + 21 + 400 + 422 + 157) = \underline{1667 m^2/s^2} \quad \Rightarrow$$

$$h_{o\lambda} = h_\mu + h_\varepsilon = 6775 + 1667 = \underline{8442 m^2/s^2}$$

Βλέπουμε επίσης ότι το $h_\varepsilon = 19.8\%$ του hολ

(ii) Από το ισοζύγιο ενέργειας έχουμε

$$\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{1}{2} < v_1 >^2 + g z_1 = \frac{p_{7+}}{\rho} + \alpha_2 \frac{1}{2} < v_{7+} >^2 + g z_{7+} + h_{o\lambda}$$

$$\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 1 \qquad p_{7+} = 1\,\text{atm} \qquad z_1 - z_{7+} \cong \ell_{3,4} = 8m$$

$$(p_1 - p_{7+}) = \rho h_{o\lambda} - \frac{1}{2}(< v_1 >^2 - < v_{7+} >^2) - \rho g (z_1 - z_{7+})$$

$< v_{7+} > = 0$ (μετά την έξοδο)

$$= 1.205 \times 8442 - \frac{1}{2} 1.205 (50.0^2) - 1.205 \times 9.81 \times 8 = (10173 - 1506 - 95)\ Pa = \underline{8572 Pa}$$

Παράδειγμα 11β. Τελικοί Υπολογισμοί

Τώρα 1 atm (κανονική) = $1.01325 \times 10^5 \text{ Pa} = 101.325 \text{ kPa}$

1 atm (τεχνική) = $9.806650 \times 10^4 \text{ Pa} = 98.0665 \text{ kPa}$

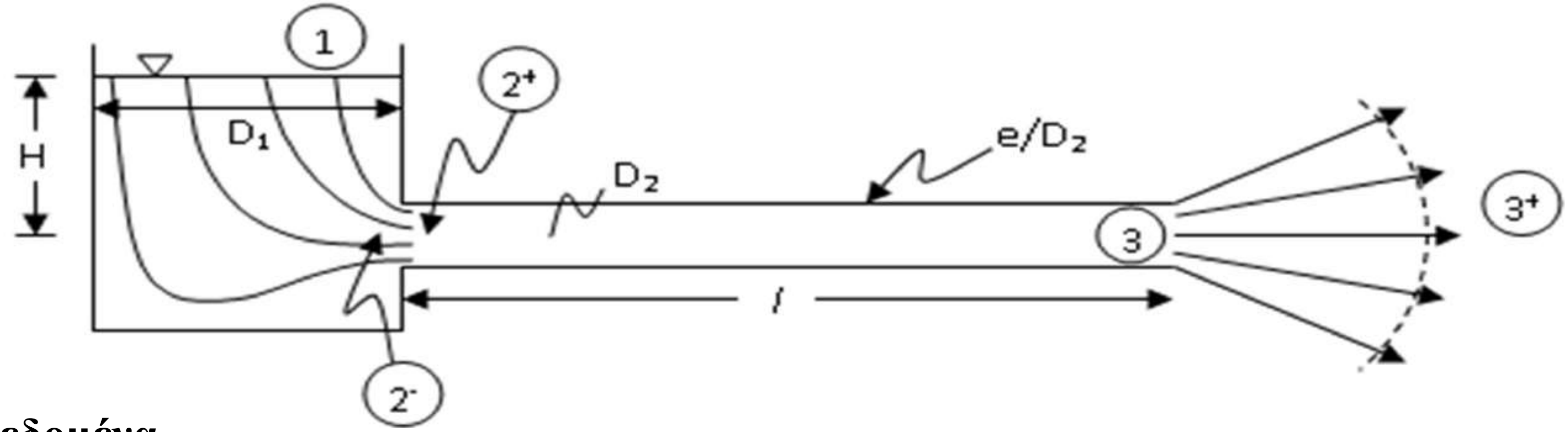
$$p_1 = p_{atm} + 8572 \text{ Pa} = (1.013 \times 10^5 + 8572) \text{ Pa} \cong \underline{110.0 \text{kPa}}$$

Η p_1 είναι ~ 8.6% μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική

(iii) Η ισχύς δίνεται από τη σχέση

$$\dot{W} = \dot{m}\, h_{ολ} = \rho Q h_{ολ} = 1.205 \frac{365}{3600} 8442 = \underline{1.03\text{kW}} = (1.03\text{kW}) \times (1.34 \text{ hp/kW}) = \underline{1.38\text{hp}}$$

Παράδειγμα 11ε. Θεωρούμε τη διάταξη του σχήματος.



Δεδομένα

H = 12 m , D_1 = 3 m, D_2 = $2''$ =(0.0508 m) , $\dfrac{e}{D_2} = 0.01$, ℓ=15 m , $p_1=p_{3+}$=1 atm

Ρευστό: νερό σε 20^{o}C $\Rightarrow$ μ $\cong$ 1 cp = 10^{-3} N.s/m^2 ρ $\cong$ 1000 Kg/m^3

Ζητείται Q = ;

Παράδειγμα 11ε. *Λύση*, Μέθοδος 1

Εξ. (11.29) $\Rightarrow \left(\frac{p_1}{\rho}+\frac{1}{2}\alpha_1 < v_1 >^2 + gz_1\right) = \left(\frac{p_{3+}}{\rho}+\frac{1}{2}\alpha_2 < v_{3+} >^2 + gz_3\right) + h_{o\lambda}$

Θα υποθέσουμε τυρβώδη ροή, οπότε $\alpha_1 \cong \alpha_2 \cong 1$

$$h_{o\lambda} = \frac{(\cancel{p_1} - \cancel{p_{3+}})}{\rho} + \frac{1}{2}\left(<\cancel{v_1}>^2 - <\cancel{v_{3+}}>^2\right) + (z_1 - z_2)\,g \qquad \boxed{h_{o\lambda} = g\,H} \qquad \mathbf{H=z_2\text{-}z_1}$$

$$p_1 = p_{3+} = p_{atm} \qquad < v_1 > \approx 0 \qquad < v_{3+} > \overset{\text{μετά την έξοδο}}{\downarrow \atop =} 0$$

$$h_{o\lambda} = h_\mu + h_\varepsilon = h_{2,3} + h_2 + h_3$$

$$h_2 = K_2 \frac{< v_3 >^2}{2} \quad (K_2 = 0.34) \qquad h_3 = \frac{< v_3 >^2}{2} \quad (K_3 = 1)$$

$$h_{2,3} = f \frac{\ell}{D_2}\frac{< v_3 >^2}{2} \qquad \left(\frac{e}{D_2} = 0.01,\ \mathrm{Re} = \frac{D_2 < v_3 > \rho}{\mu}\right) \Rightarrow$$

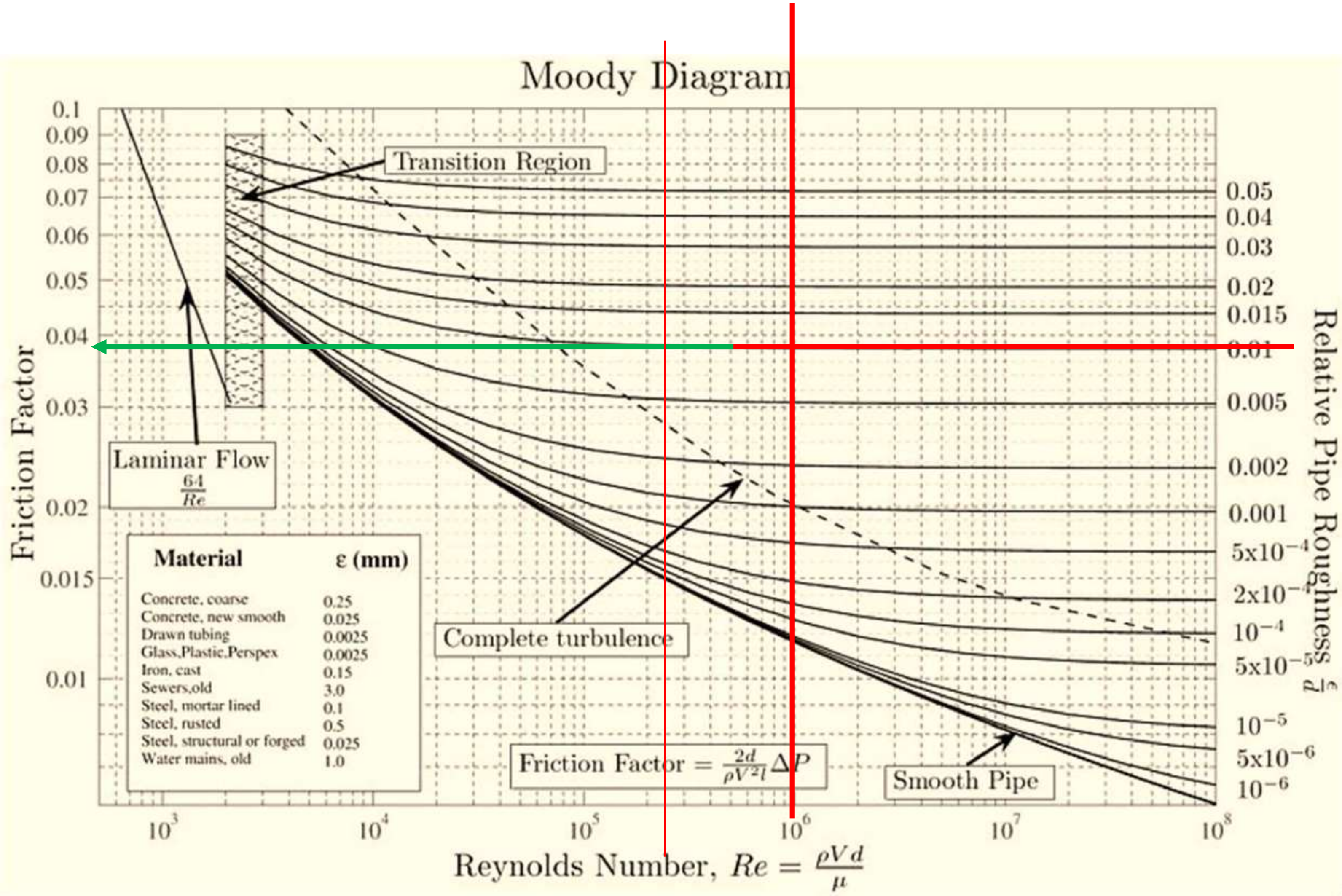
$$\boxed{h_{o\lambda} = g\,H} \qquad \left[\boxed{f\left(\frac{D_2 < v_3 > \rho}{\mu}, \frac{e}{D_2}\right)}\frac{\ell}{D_2} + K_2 + 1\right]\frac{1}{2} < v_3 >^2 = g\,H$$

Η εξίσωση αυτή μπορεί να λυθεί για $<v_3>$ αριθμητικά, ή με τη μέθοδο της δοκιμής και σφάλματος

Παράδειγμα 11ε. ***Λύση,*** **Μέθοδος 1**

Ως πρώτη προσέγγιση του f διαλέγουμε την τιμή για $\frac{e}{D_2} = 0.01$ και Re > 10^6, όπου f~ *σταθ*

$$f^{(0)} = 0.038$$



Παράδειγμα 11ε. ***Λύση***, **Μέθοδος 1**

$$f^{(0)} = 0.038 \Rightarrow \left[0.038\frac{15}{0.0508} + 0.34 + 1\right]\frac{1}{2} < v_3 >^{(0)^2} = 9.81 \times 12 \Rightarrow$$

$$6.28 < v_3 >^{(0)^2} = 117.7\ m^2/s^2 \Rightarrow < v_3 >^{(0)^2} = 18.75\ m^2/s^2 \Rightarrow \quad < v_3 >^{(0)} = \underline{4.33 m/s}$$

$$Re^{(0)} = \frac{\rho < v_3 >^0 D_2}{\mu} = \frac{1000 \times 4.33 \times 0.0508}{10^{-3}} = \underline{2.2 \times 10^5}$$

$$\frac{e}{D_2} = 0.01$$

$$\boxed{f^{(1)} = f(2.2 \times 10^5,\ 0.01) \overset{\text{Διαγ.Moody}}{=} \underline{0.038}}$$

Βλέπουμε ότι $f^{(1)} \approx f^{(0)} \qquad < v_3 >= 4.33\ m/s$

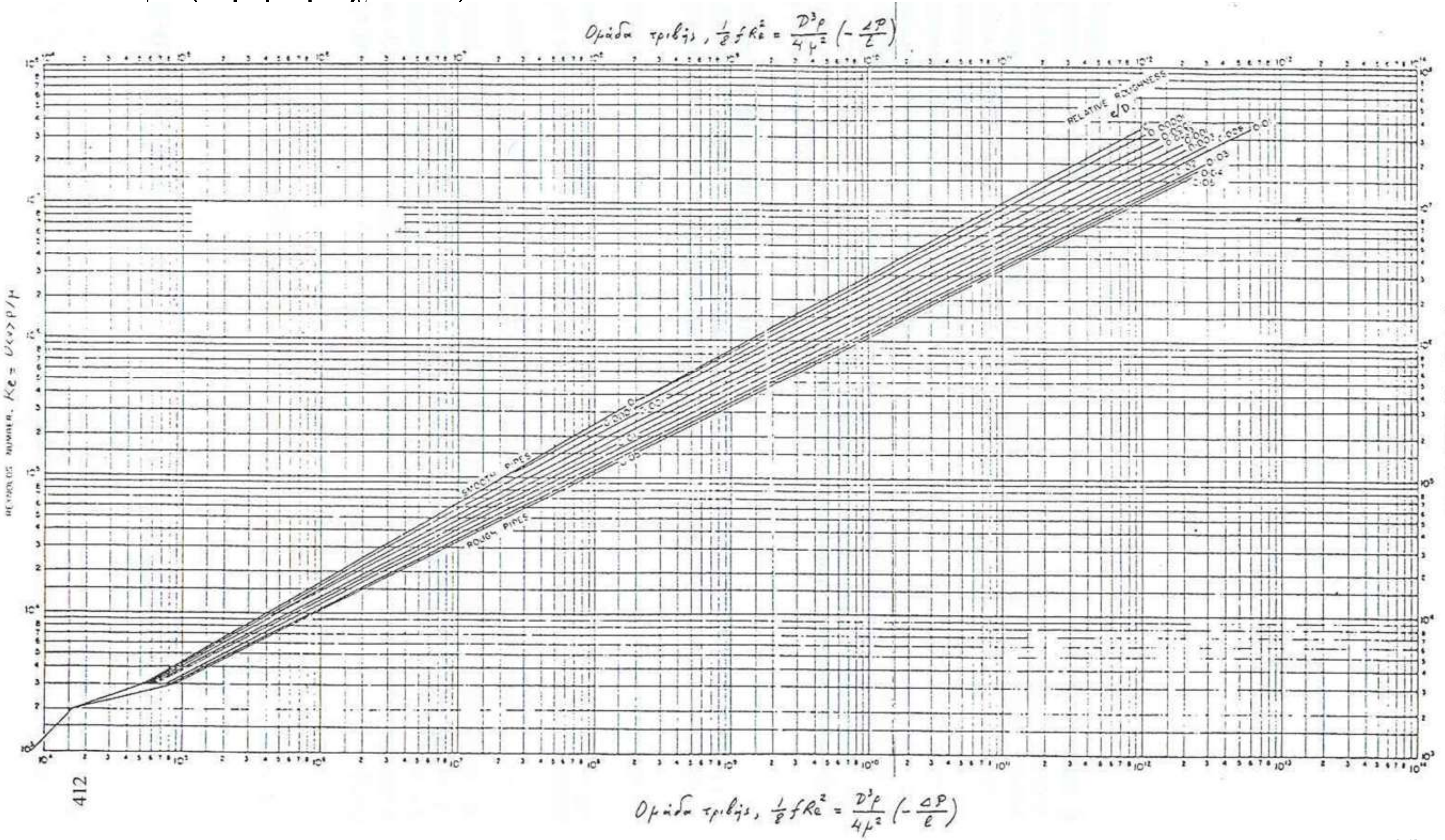
Η μέθοδος αυτή μας έδωσε πολύ εύκολα το τελικό αποτέλεσμα γιατί έτυχε ο πραγματικός αριθμός Reynolds να είναι κοντά στην περιοχή όπου $\boxed{f \approx \sigma\tau\alpha\theta. = 0.038}$ όπως υποθέσαμε για την αρχική εκτίμηση.

$$\boxed{Q = \frac{\pi}{4} D_2^2 < v_3 >= 8.78 \times 10^{-3}\ m^3/s = \underline{31.6 m^3/hr}}$$

Παράδειγμα 11ε. ***Λύση,*** **Μέθοδος 2**

Θα δούμε τώρα μια άλλη μέθοδο επιλύσεως που ενδείκνυται αν h_{ε} = αμελητέο. Αλλιώς, όπως θα δούμε, η δεύτερη μέθοδος δεν είναι απαραιτήτως καλύτερη από την πρώτη.

Μέθοδος 2 (Χρήση Σχ. 11.3)



Παράδειγμα 11ε. *Λύση*, Μέθοδος 2

$$\frac{1}{8} f \,Re^2 = \frac{D_2^3\,\rho}{4\mu^2}\left(-\frac{\Delta P}{\ell}\right) \qquad -\frac{\Delta P}{\rho} = \frac{(p_{2+} - p_{3-})}{\rho} \qquad \boxed{\frac{-\Delta P}{\rho} = \;;}$$

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2}\alpha_1 < \cancel{v_1} >^2 + g\,z_1\right) \cong \left(\frac{p_{2-}}{\rho} + \frac{1}{2} < v_{2-} >^2 + g\,z_2\right) \quad (h_{1,2-} = 0) \quad p_1 = p_{atm},\; z_1 - z_2 = H$$

$$<v_1> = 0$$

$$\left(\frac{p_{2+}}{\rho} + \frac{1}{2} < \cancel{v_{2+}} >^2 + g\,\cancel{z_2}\right) + h_2 = \left(\frac{p_{2-}}{\rho} + \frac{1}{2} < \cancel{v_{2-}} >^2 + g\,\cancel{z_2}\right)$$

$$\left(\frac{p_{3-}}{\rho} + \frac{1}{2} < v_{3-} >^2 + g\,\cancel{z_3}\right) - h_3 = \left(\frac{p_{3+}}{\rho} + \frac{1}{2} < \cancel{v_{3+}} >^2 + \cancel{g}\,z_3\right)$$

$$< v_{2+} > = < v_{3-} > \qquad < v_{2-} > \approx < v_{2+} > \qquad < v_{3+} > \cong 0$$

$$\begin{cases} \dfrac{p_{2+}}{\rho} = \dfrac{p_{2-}}{\rho} - h_2 = \left(gH + \dfrac{p_{atm}}{\rho} - \dfrac{1}{2} < v_{2-} >^2\right) - h_2 \\[2ex] \dfrac{p_{3-}}{\rho} + \dfrac{1}{2} < v_{3-} >^2 - h_3 = \dfrac{p_{atm}}{\rho} \end{cases}$$

$$\left(-\frac{\Delta P}{\rho}\right) = \frac{(p_{2+} - p_{3-})}{\rho} = g\,H - h_2 - h_3$$

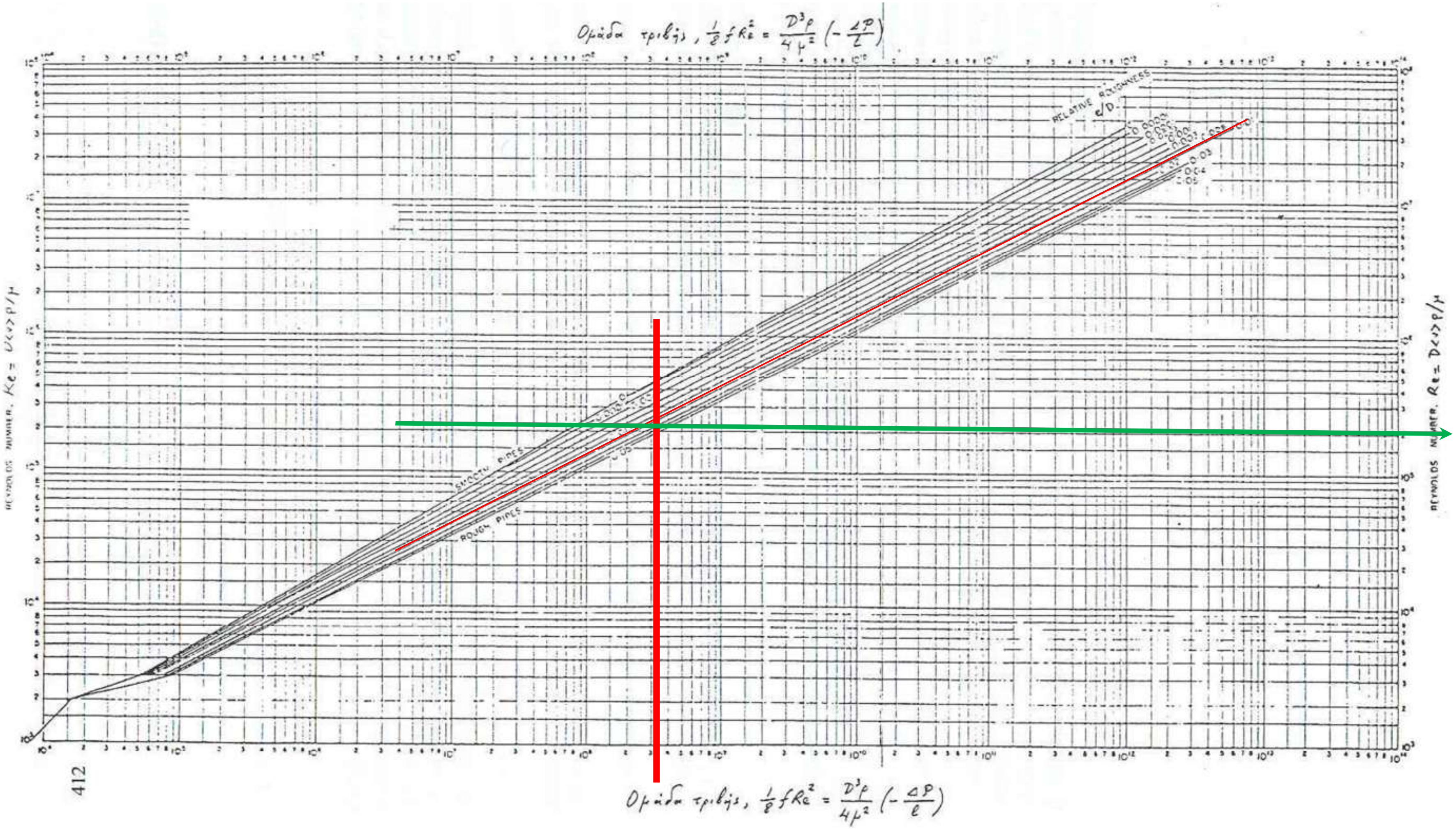
Ως πρώτη προσέγγιση θα υποθέσουμε ότι

$$h_2 + h_3 << gH \;\Rightarrow\; \boxed{-\frac{\Delta P^{(0)}}{\rho} = g\,H}$$

Παράδειγμα 11ε. ***Λύση*, Μέθοδος 2**

$$\left(\frac{1}{8} f\,\mathrm{Re}^2\right)^{(0)} = \frac{D_2^3\rho^2}{4\mu^2}\,\frac{gH}{\ell} = \frac{0.0508^3 \times 1000^2}{4\times(10^{-3})^2}\,\frac{9.81\times 12}{15} = \underline{2.57\times 10^8}$$

$$\mathrm{Re}^{(0)} \cong 2.3\times 10^5 >> 2300 \qquad \langle v_3\rangle^{(0)} = \mathrm{Re}^{(0)}\frac{\mu}{\rho D_2} = 2.3\times 10^5\,\frac{10^{-3}}{1000\times 0.0508} = \underline{4.53\,\mathrm{m/s}}$$



Παράδειγμα 11ε. ***Λύση***, **Μέθοδος 2**

$$<v_3>^{(0)} = \mathrm{Re}^{(0)} \frac{\mu}{\rho D_2} = 2.3\times 10^5 \frac{10^{-3}}{1000\times 0.0508} = \underline{4.53 m/s}$$

$$h_2^{(0)} = \frac{1}{2} 0.34\times 4.53^2 = \underline{3.49 m^2/s^2}$$

$$h_3^{(0)} = \frac{1}{2} 4.53^2 = \underline{10.26 m^2/s^2}$$

$$h_2^{(0)} + h_3^{(0)} = \underline{13.75 m^2/s^2}$$

$$gH = 9.81\times 12 = \underline{118 m^2/s^2}$$

Βλέπουμε ότι $h_2^{(0)} + h_3^{(0)} = 13.75\ m^2/s^2$

είναι ένα σημαντικό μέρος του gH. Κάνουμε μια σειρά υπολογισμών ακόμα

$$-\frac{\Delta P^{(1)}}{\rho} = g\ H - \left[h_2^{(0)} + h_3^{(0)}\right] = 118 - 13.75 = \underline{104.25 m^2/s^2}$$

$$\left(\frac{1}{8} f\,\mathrm{Re}^2\right)^{(1)} = \frac{D_2^3\rho^2}{4\mu^2}\left(-\frac{\Delta P^{(1)}/\rho}{\ell}\right) = \frac{0.0508^3\times 1000^2}{4\times(10^{-3})^2}\frac{104.25}{15} = \underline{2.28\times 10^8} \Rightarrow \mathrm{Re}^{(1)} \cong \underline{2.2\times 10^5}$$

$$<v_3>^{(1)} = \mathrm{Re}^{(1)} \frac{\mu}{\rho D_2} = 2.2\times 10^5 \frac{10^{-3}}{1000\times 0.0508} = \underline{4.33 m/s}$$

Παράδειγμα 11ε. ***Λύση*, Μέθοδος 2**

$$h_2^{(1)} = \frac{1}{2}0.34\times 4.33^2 = 3.19\,m^2/s^2$$

$$h_3^{(1)} = \frac{1}{2}\times 4.33^2 = 9.39\,m^2/s^2$$

$$h_2^{(1)} + h_3^{(1)} = \underline{12.6 m^2/s}$$

$$\frac{-\Delta P^{(2)}}{\rho} = g\ H - \left[h_2^{(1)} - h_3^{(1)}\right] = \underline{105 m^2/s^2}$$

Το $\left(\frac{-\Delta P^{(2)}}{\rho}\right)$ είναι αρκετά πλησίον στο $\left(\frac{-\Delta P^{(1)}}{\rho}\right)$

και γι αυτό θεωρούμε ότι συγκλίναμε στο αποτέλεσμα!

$$< v_3 > \cong 4.33\ m/s \qquad Q = \frac{\pi}{4}D_2^2 < v_3 > = 8.78\times 10^{-3}\ m^3/s = \underline{31.6 m^3/hr}$$

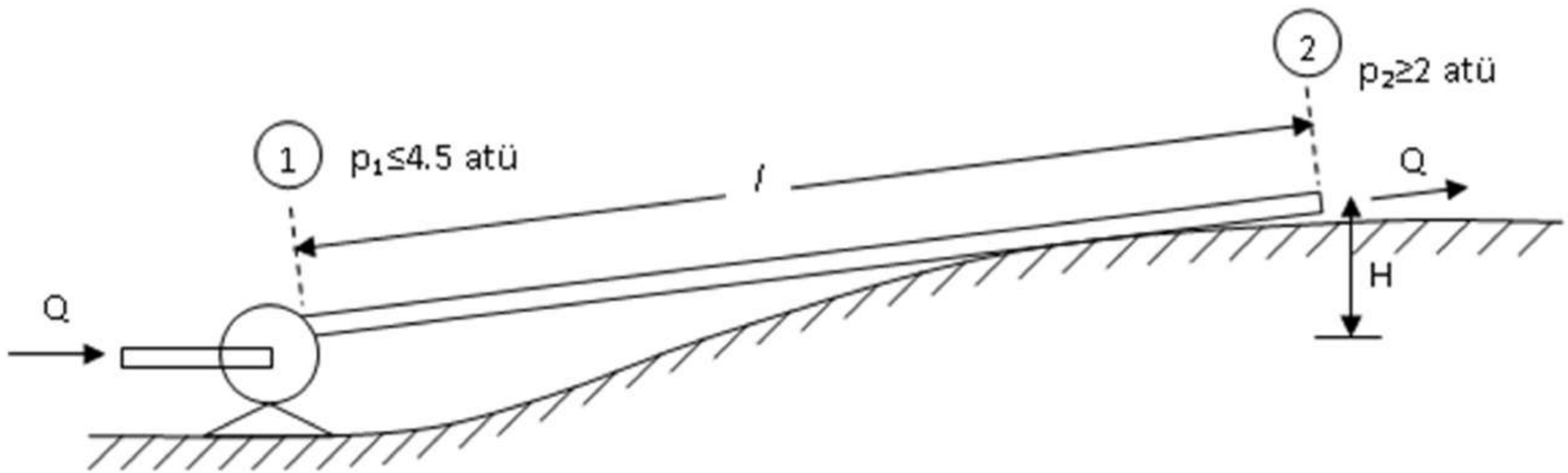
Παρατήρηση 1. Οι δύο μέθοδοι δίνουν τα ίδια αποτελέσματα.

Παρατήρηση 2. Η δεύτερη μέθοδος δίνει το αποτέλεσμα Q αμέσως αν $h_\varepsilon << h_\mu$

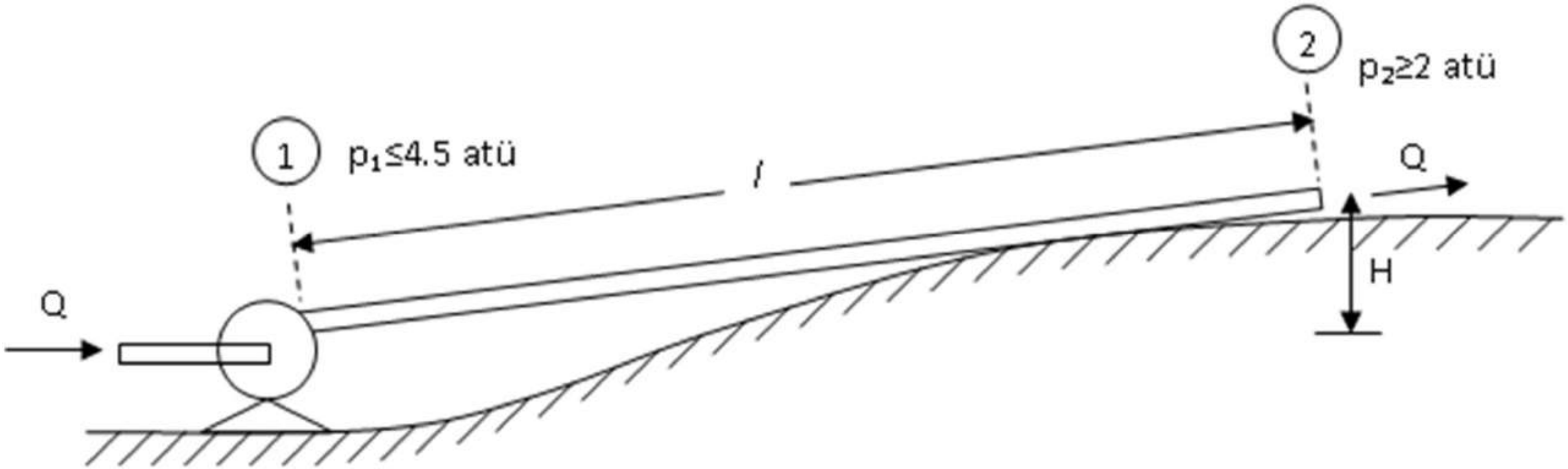
Αλλιώς, οι δύο μέθοδοι είναι συγκρίσιμοι με καλύτερη την πρώτη, καθόσον έχουμε μια καλή αρχική εκτίμηση για το f, δηλαδή την ασυμπτωτική τιμή του f για $Re\to\infty$.

Παράδειγμα 11στ. Ένας ψεκαστήρας για αγροκαλλιέργεια πρόκειται να τροφοδοτηθεί με νερό από μία αντλία που ευρίσκεται σε απόσταση 180 m από το ψεκαστήρα και σε υψόμετρο κατά 7 μέτρα χαμηλότερο. Η αντλία στην περιοχή μέγιστης απόδοσής της παρέχει μια ογκομετρική παροχή Q = 5.64 m^3/min με πίεση εξόδου που δεν υπερβαίνει 4.5atü. Για να λειτουργήσει ικανοποιητικά ο ψεκαστήρας, η πίεση στην είσοδο του ψεκαστήρα δεν πρέπει να είναι μικρότερη από 2atü (**Atmosphäre Überdruck= At** mosphären- **Ü** overpressure**).**

Προσδιορίστε την πιο μικρή διάμετρο σωλήνα αλουμινίου που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να συνδεθεί η αντλία με το ψεκαστήρα.



Παράδειγμα 11στ.



Εδώ ℓ, ΔP και Q είναι γνωστά, ενώ ζητάμε τη διάμετρο D.
Έχουμε ***l***=180 m, Q= 5.64 m^3/min, ΔP=4.5-2.0 atm= 2.5 atm

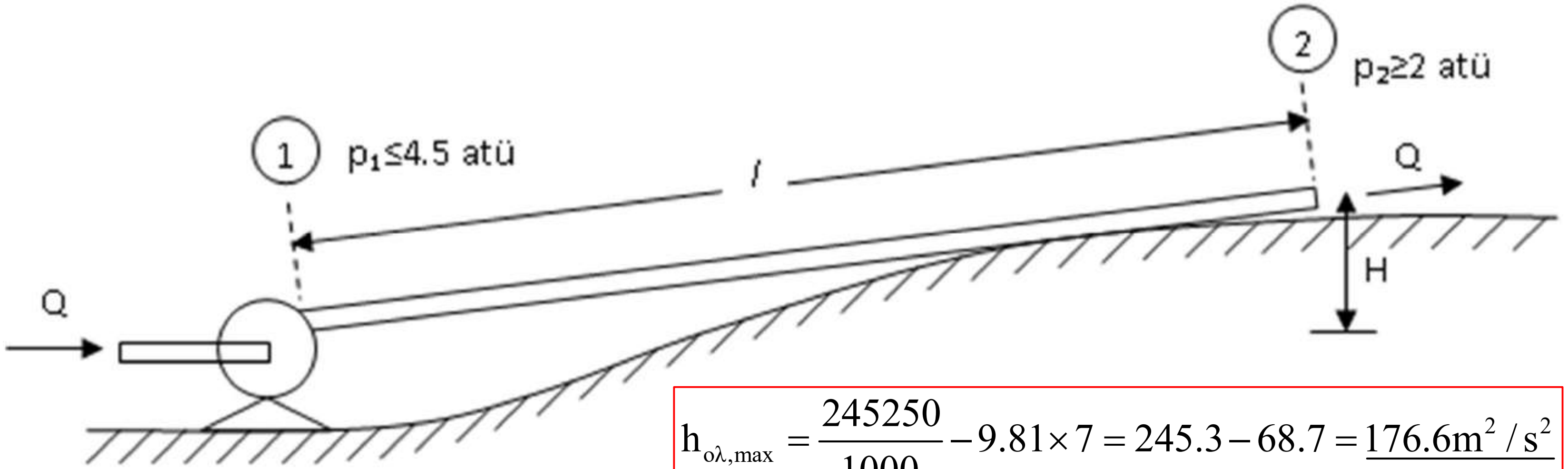
Ισοζύγιο ενέργειας:

$$\left(\frac{p_1}{\rho}+\frac{1}{2}\alpha_1 < v_1 >^2 + gz_1\right)-\left(\frac{p_2}{\rho}+\frac{1}{2}\alpha_2 < v_2 >^2 + gz_2\right) = h_{o\lambda}$$

$$\overset{<v_1>=<v_2>}{\Rightarrow} \quad h_{o\lambda} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} - g\,H \Rightarrow h_{o\lambda,max} = \frac{-\Delta p_{max}}{\rho} - g\,H$$

$$h_{o\lambda,max} = \frac{245250}{1000} - 9.81\times 7 = 245.3 - 68.7 = \underline{176.6 m^2/s^2}$$

Παράδειγμα 11στ.



$$h_{o\lambda,max} = \frac{245250}{1000} - 9.81\times 7 = 245.3 - 68.7 = \underline{176.6 m^2/s^2}$$

Γνωρίζουμε ότι:

$$h_{o\lambda} = f\frac{\ell}{D}\frac{<v>^2}{2} = f\frac{\ell}{D}\frac{1}{2}\left(\frac{4Q}{\pi D^2}\right)^2$$

'Η

$$h_{o\lambda} = \frac{8 f \ell Q^2}{\pi^2 D^5}$$

Στην εξίσωση για τις μείζονες απώλειες υπάρχουν 2 άγνωστοι, το ***f*** και το **D.**

Επίσης να υπενθυμίσου ότι οι διαθέσιμοι εμπορικοί σωλήνες είναι διαθέσιμοι για ένα περιορισμένο αριθμό γεωμετριών (διαμέτρων). **Το D μπορεί να προσδιορισθεί με δοκιμή και σφάλμα.**

Η παροχή είναι δεδομένη αλλά χρειάζεται να μετατρέψουμε την τιμή της σε μονάδες SI

$$Q = \left(\frac{5.64}{60}\right) m^3/s = \underline{0.094 m^3/s}$$

Παράδειγμα 11στ.

Πίνακας 11.4 (Πηγή: Fox & McDonald “Introduction to Fluid Mechanics”, 2nd ed.)

Nominal Pipe Size (in)	Inside Diameter (in)
1/8	0.269
1/4	0.364
3/8	0.493
1/2	0.622
3/4	0.824
1	1.049
1 ½	1.610
2	2.067
2 ½	2.469
3	3.068
3 ½	3.548
4	4.026
5	5.047
6	6.065
8	8.071
10	10.020
12	12.090

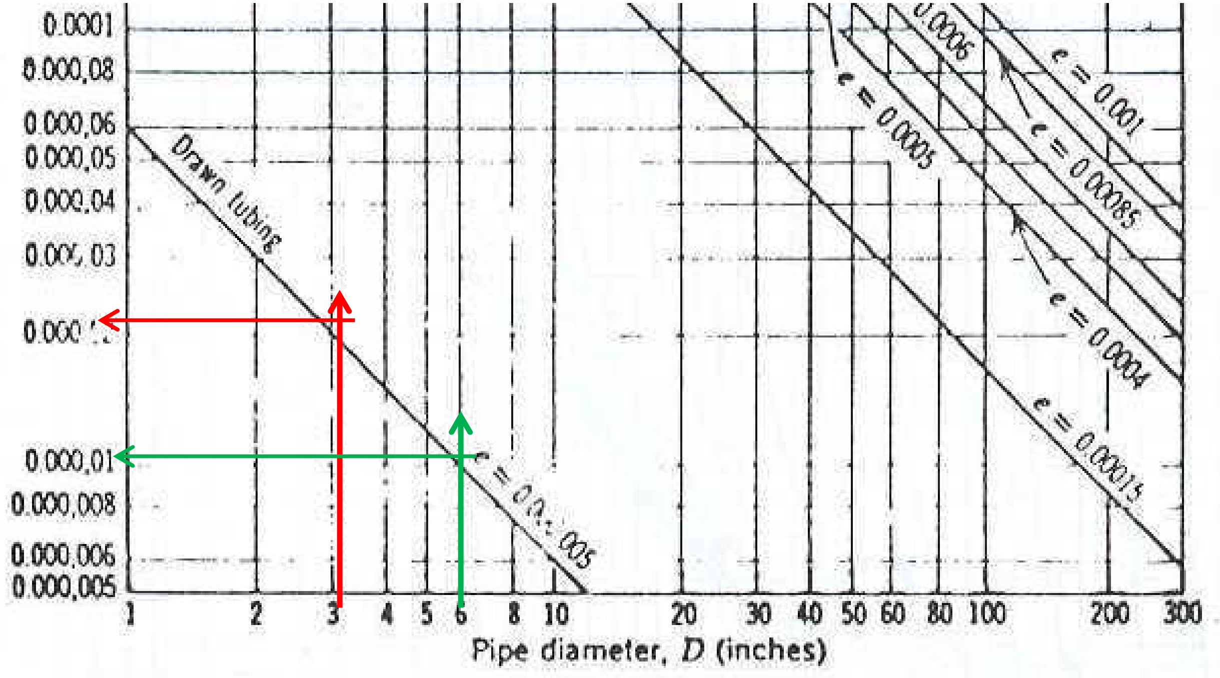
Παράδειγμα 11στ.

Το D μπορεί να προσδιορισθεί με δοκιμή και σφάλμα. **Ως αρχική εκτίμηση** διαλέγουμε **την ονομαστική διάμετρο 3 in**. Σύμφωνα με το Πρόγραμμα 40 (Schedule 40) η πραγματική διάμετρος (βλ. Πίνακα 11.4) είναι 3.068in,

$$D^{(0)} = 3.068\,\text{in} \cong 0.07793\,\text{m} \qquad \text{Re} = \frac{D < v >}{\nu} = \frac{D\frac{4Q}{\pi D^2}}{\nu} \Rightarrow \text{Re} = \frac{4Q}{\pi \nu D}$$

$$\text{Re}^{(0)} = \frac{4Q}{\pi \nu D^{(0)}} = \frac{4 \times 0.094}{\pi \times 10^{-6} \times 0.07793} = 1.54 \times 10^{6} \qquad \left(\frac{e}{D}\right)^{(0)} \overset{\Sigma\chi.11.2}{=} 0.00002$$

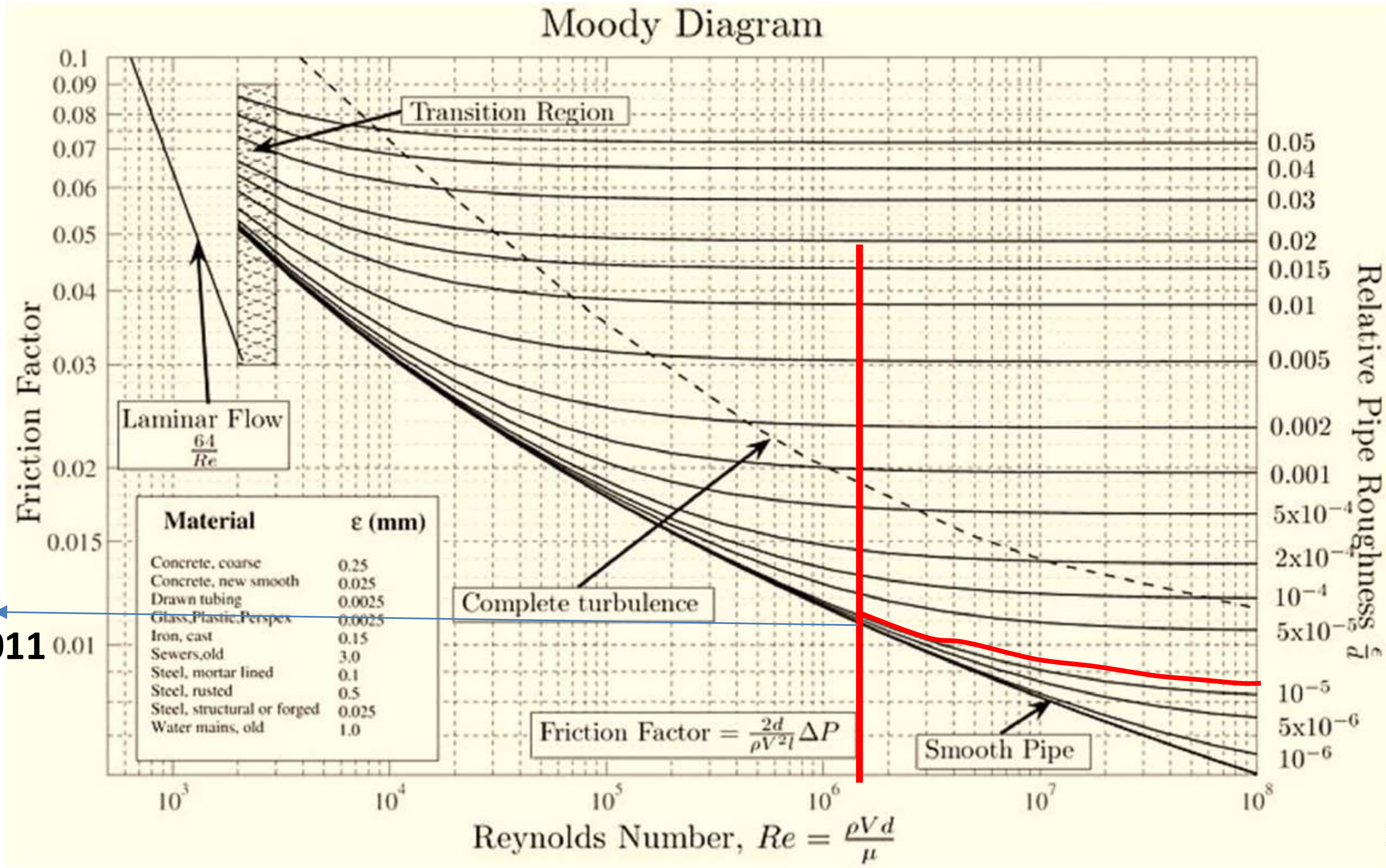
Λείους σωλήνες



Παράδειγμα 11στ.

Για Re =1.54 10^6, και e/D=0.00002 $\longrightarrow$ $f^{(0)} = f(1.54\times10^6, 0.00002) = 0.011$

Έλεγχος $h_{o\lambda}^{(0)} = \dfrac{8 f^{(0)} \ell \, Q^2}{\pi^2 D^{(0)^5}} = \dfrac{8\times0.011\times180\times0.094^2}{\pi^2 \; 0.07793^5} = 4933.9 \text{ m}^2/\text{s}^2$ Ουπς!, το παρακάναμε!



f=0.011

Παράδειγμα 11στ.

Κάνουμε την επόμενη εκτίμηση ως εξής. Αφού f είναι μια σχετικά αδύνατη συνάρτηση του Re και του e/D για τυρβώδη ροή σε λείους σωλήνες, έχουμε $f \propto D^{-n}$ όπου $n \cong 5$ (για Q = σταθ.). Έτσι,

$$\frac{h_{o\lambda,max}}{h_{o\lambda}^{(0)}} \cong \left(\frac{D^{(0)}}{D_{min}}\right)^5 \Rightarrow D_{min} \cong D^{(0)}\left(\frac{h_{o\lambda}^{(0)}}{h_{o\lambda,max}}\right)^{1/5} \qquad D_{min} \cong 3.068\left(\frac{4933.9}{176.6}\right)^{1/5} = \underline{5.97\ \text{in}}$$

Διαλέγοντας την αμέσως μεγαλύτερη διαθέσιμη διάμετρο, θέτουμε

$D^{(1)} = 6.065\,\text{in} \cong 0.15405\,\text{m}$ **(6in, ονομαστική διάμετρος)**

$$Re^{(1)} = \frac{4Q}{\pi\, \nu\, D^{(1)}} = \frac{4\times 0.094}{\pi\times 10^{-6}\times 0.15405} = 7.77\times 10^5$$

$$\left(\frac{e}{D}\right)^{(1)} \overset{\Sigma\chi.11.2}{=} 0.00001$$

$$f^{(1)} = f(7.77\times 10^5, 0.00001) = 0.0122$$

$$h_{o\lambda}^{(1)} = \frac{8 f^{(1)} \ell\, Q^2}{\pi^2 {D^{(1)}}^5} = \frac{8\times 0.0122\times 180\times 0.094^2}{\pi^2\ 0.15405^5} = \underline{181.3\text{m}^2/\text{s}^2}$$

Δυστυχώς, και η διάμετρος $D^{(1)} = 6\ \text{in}$ δίνει $h_{o\lambda}^{(1)} > h_{o\lambda,max}$, αν και με μικρή διαφορά

Παράδειγμα 11στ.

Για ασφάλεια, διαλέγουμε D = 8.071 in = 0.2050 m (8 in, ονομαστική διάμετρος), οπότε

$$\left.\begin{aligned} Re &= \frac{4\times 0.094}{\pi\times 10^{-6}\times 0.2050} = 5.84\times 10^5 \\ \frac{e}{D} &= 0.000008 \end{aligned}\right\} \quad f = f\,(5.84\times 10^5, 0.000008) = 0.0128$$

$$\Rightarrow \quad h_{o\lambda} = \frac{8\times 0.0128\times 180\times 0.094^2}{\pi^2\ \ 0.2050^5} = \underline{45.58 m^2/s^2}$$

Η εκλογή D = 8in εξασφαλίζει με μεγάλο περιθώριο ασφαλείας την καλή λειτουργία του ψεκαστήρα. Όμως, εν όψει του υψηλότερου κόστους του αγωγού με D = 8in και του γεγονότος ότι η εκλογή $D^{(1)}$ = 6in αποτυγχάνει να δώσει $h_{o\lambda}^{(1)} < h_{o\lambda,min}$ μόνο κατά λίγο, πρέπει να εξετάσουμε αν ο ψεκαστήρας θα μπορούσε να λειτουργήσει ικανοποιητικά με ελαφρώς μικρότερη πίεση εξόδου. Πράγματι, αν διαλέξουμε $D^{(1)}$=6in, τότε η πίεση p_2 γίνεται

$$p_2^{(1)} = p_1 - \rho\left(h_{o\lambda}^{(1)} + g\,H\right) = 4.5 - 1000\,(181.3 + 9.81\times 7)\,\frac{1}{9.81\times 10^4} = (4.5 - 2.548)\text{ at} = 1.95\text{atü}$$

Το ερώτημα που πρέπει να εξετασθεί είναι: λειτουργεί ικανοποιητικά ο ψεκαστήρας με πίεση εισόδου 1.95atü αντί για 2.0atü; Αν όχι, D = 8in.