

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΝΑΛΛΑΚΤΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

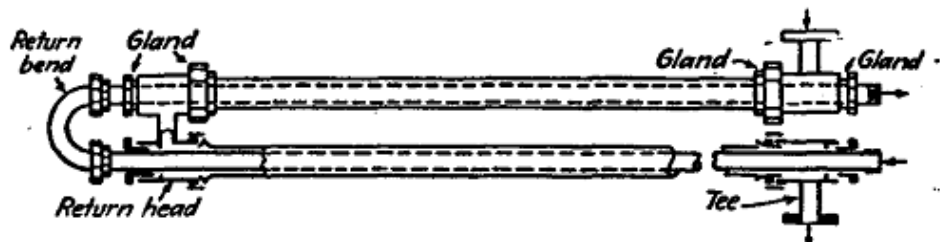
Εναλλάκτης θερμότητας είναι μια συσκευή μέσα στην οποία θερμότητα μεταφέρεται από ένα θερμό ρέον ρευστό προς ένα ψυχρό ρέον ρευστό. Η μεταφορά θερμότητας μπορεί να συνεπάγεται αλλαγή φάσεως (συμπύκνωση ατμού, εξάτμιση υγρού). Όταν ο αντικειμενικός σκοπός είναι η αλλαγή φάσεως, τότε ο εναλλάκτης θερμότητας φέρει ειδικό όνομα (π.χ. συμπυκνωτής, αναβραστήρας, εξατμιστήρας, κ.λπ.).

Στο παρόν κεφάλαιο θα μελετήσουμε εναλλάκτες θερμότητας χωρίς αλλαγή φάσεως (με μόνη εξαίρεση την συμπύκνωση ατμού ως πηγή θερμότητας). Η πηγή των κατωτέρω σχημάτων σ' αυτό το κεφάλαιο είναι η εξής: **D.Q. Kern, "Process Heat Transfer", International Student Edition, McGraw Hill.**

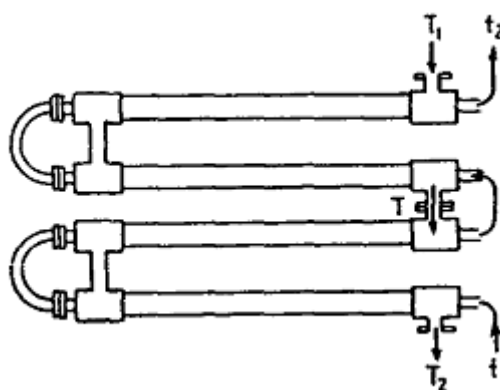
4.1 Τύποι Εναλλακτών Θερμότητας

Μερικοί συνήθεις τύποι εναλλακτών δίνονται κατωτέρω.

4.1-1 Εναλλάκτης Τύπου Διπλού Αυλού

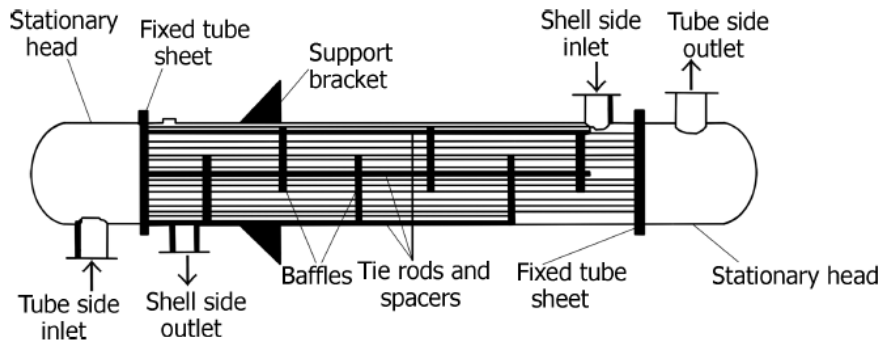


Σχήμα 4.1 Εναλλάκτης τύπου διπλού αυλού μια "φουρκέτα"

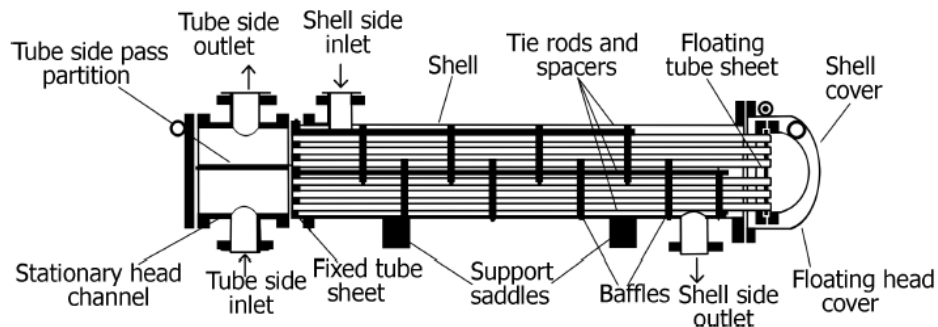


Σχήμα 4.2 Εναλλάκτης τύπου διπλού αυλού. Δύο φουρκέτες σε σειρά.

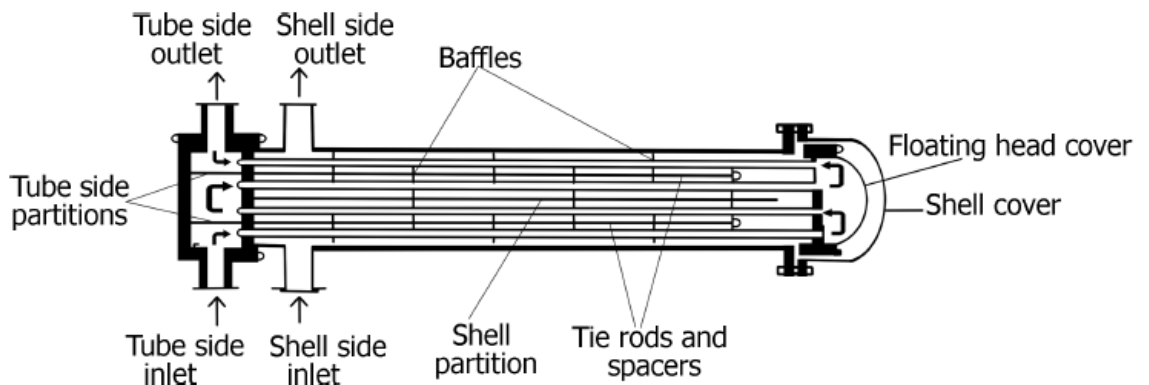
4.1-2 Εναλλάκτης Τύπου Κελύφους-Αυλών



Σχήμα 4.3 Εναλλάκτης τύπου κελύφους-αυλών με ολισθαίνον τοίχωμα στηρίξεως. Διάταξη καθαρής αντιρροής. Εχουμε ένα πέρασμα του ρεύματος μέσα από το κέλυφος και ένα πέρασμα του άλλου ρεύματος μέσα από τους αυλούς, γι' αυτό ο τύπος αυτός χαρακτηρίζεται ως 1-1.



Σχήμα 4.4 Εναλλάκτης κελύφους-αυλών τύπου 1-2. Ο τύπος αυτός λειτουργεί εν μέρει κατ' αντιρροή και εν μέρει κατ' ομορροή.

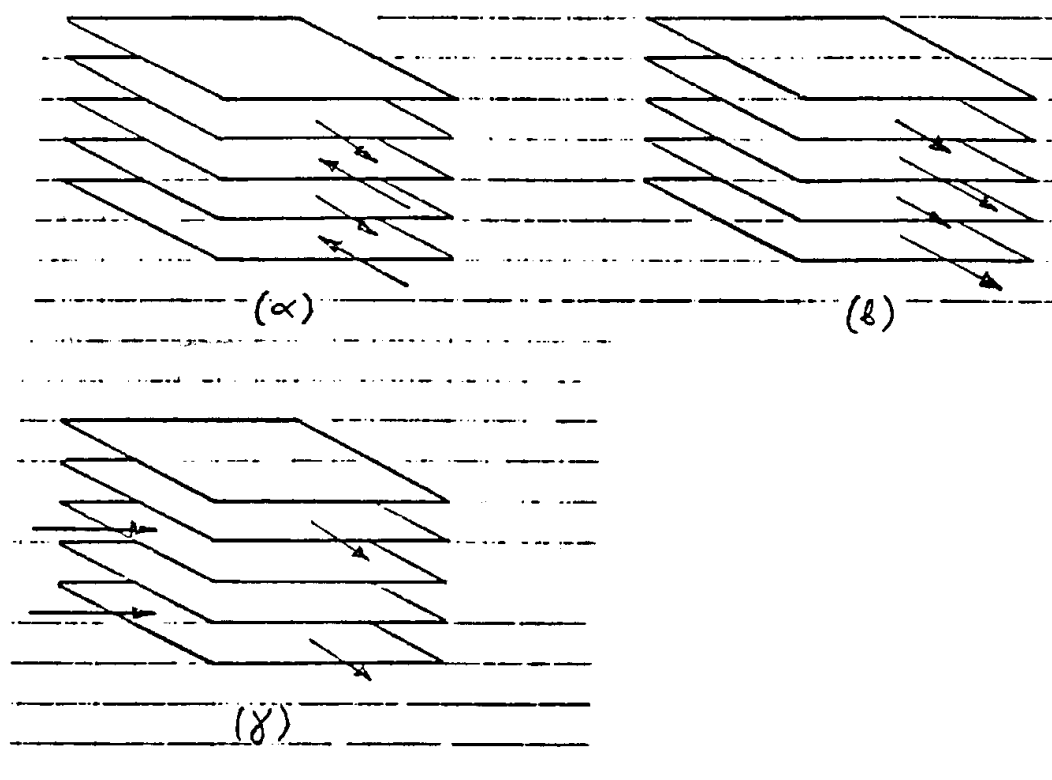


Σχήμα 4.5 Εναλλάκτης κελύφους-αυλών τύπου 2-4 (δύο περάσματα στο κέλυφος, τέσσερα περάσματα στους αυλούς) με ολισθαίνον τοίχωμα στηρίξεως.

Ο τύπος 2-4 δίνει καλύτερη ανάκτηση θερμότητας από τον τύπο 1-2. Ο τύπος 1-1 καθαρής αντιρροής χρησιμοποιείται σπανιότερα, όταν η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δύο ρευμάτων είναι σχετικά μικρή.

4.1-3 Εναλλάκτες με Επίπεδα Τοιχώματα

Τέτοιοι εναλλάκτες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να επιτύχουμε μεγάλη επιφάνεια εναλλαγής θερμότητας ανά μονάδα όγκου του εναλλάκτη. Ένα άλλο πλεονέκτημα είναι ότι μπορούν να καθαριστούν σχετικά εύκολα.



Σχήμα 4.6 Εναλλάκτες με επίπεδα τοιχώματα

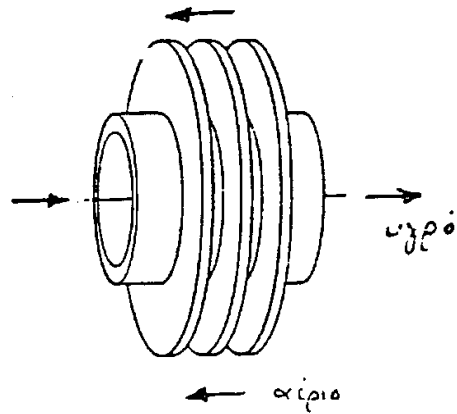
(α) αντιρροή

(β) ομορροή

(γ) διασταυρούμενες ροές

4.1-4 Εναλλάκτες με Εκτεταμένες Επιφάνειες

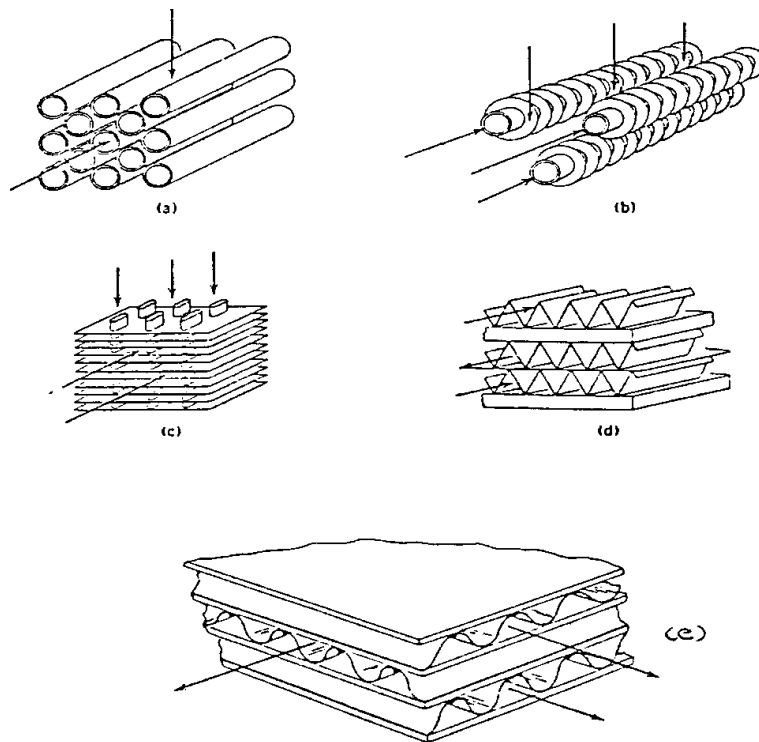
Πτερύγια ή άκανθες χρησιμοποιούνται για να αυξήσουν την επιφάνεια εναλλαγής θερμότητας προς την πλευρά ενός ρευστού (συνήθως αερίου) όπου ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας είναι μικρός.



Σχήμα 4.7 Πτερύγια επάνω σε αυλό για την ενίσχυση του ρυθμού μεταφοράς θερμότητας

4.1-5 Συμπαγείς Εναλλάκτες Θερμότητας

Σύγχρονες εφαρμογές συχνά απαιτούν τη χρήση συμπαγών εναλλακτών, δηλαδή εναλλακτών μεγάλης αποδοτικότητας και μικρού όγκου. Αυτό επιτυγχάνεται με διατάξεις σαν αυτές του Σχήματος 4.8.



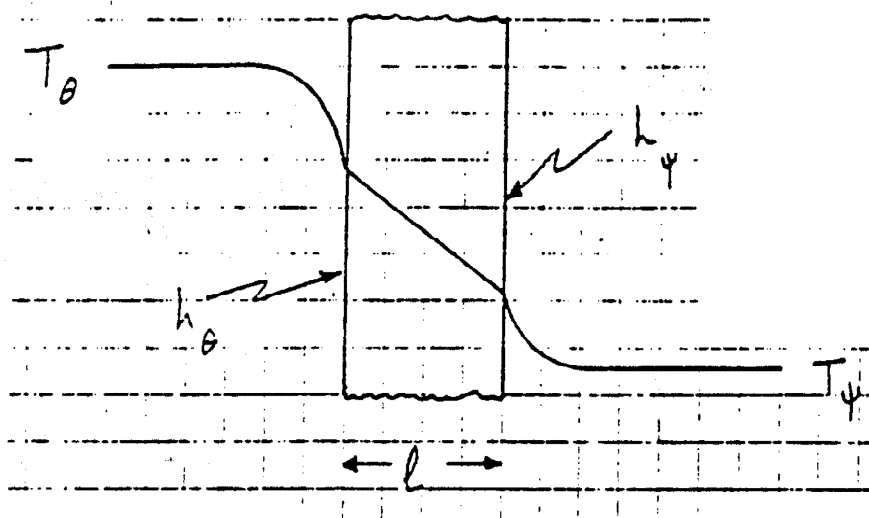
Σχήμα 4.8 Συνήθεις διατάξεις επιφανειών εναλλαγής θερμότητας σε συμπαγείς εναλλάκτες

4.2 Ολικός Συντελεστής Μεταφοράς Θερμότητας

Ο ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας συζητήθηκε λεπτομερώς στα Φαινόμενα Μεταφοράς. Εδώ περιοριζόμαστε στην παρουσίαση των βασικών εξισώσεων για την πληρότητα του κεφαλαίου.

4.2-1 Επίπεδο Τοίχωμα

Για την περίπτωση που εικονίζεται στο Σχήμα 4.9 ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας Q δίνεται από τη σχέση



Σχήμα 4.9. Κατανομή Θερμοκρασιών αριστερά (ρέει θερμό ρευστό) και δεξιά (ρέει ψυχρό ρευστό) της επίπεδης πλάκας

$$Q = AU\Delta T \quad (1\alpha)$$

με $\Delta T = (T_\theta - T_\psi)$ (1β)

και $U = \left(\frac{1}{h_\theta} + \frac{\ell}{k_\tau} + \frac{1}{h_\psi} \right)^{-1}$ (1γ)

όπου:

A = επιφάνεια τοιχώματος

U = ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας

ΔT = διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δύο ρευμάτων

T_{θ} = θερμοκρασία θερμού ρευστού

T_{ψ} = θερμοκρασία ψυχρού ρευστού

h_{θ} = συντελεστής μεταφοράς θερμότητας στη θερμή πλευρά

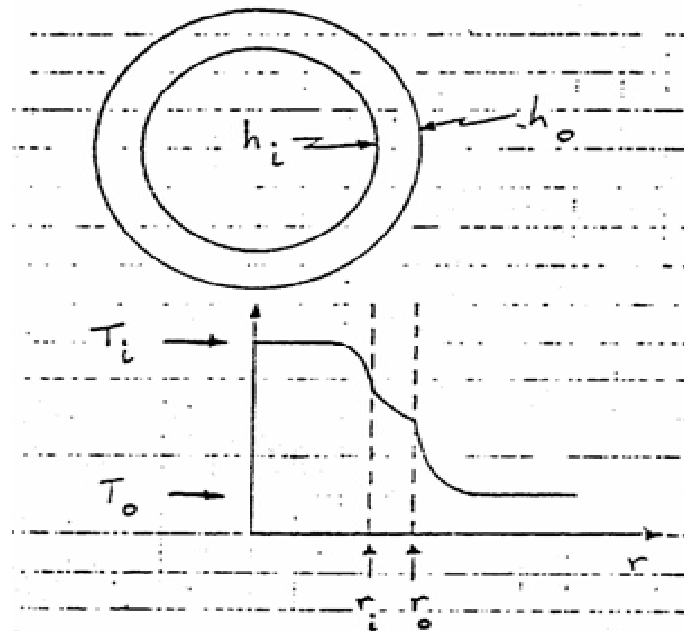
h_{ψ} = συντελεστής μεταφοράς θερμότητας στη ψυχρή πλευρά

ℓ = πάχος τοιχώματος

k_{τ} = συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του τοιχώματος

4.2-2 Τοίχωμα Αυλού

Για την περίπτωση που εικονίζεται στο Σχήμα 4.10 ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας Q δίνεται από τη σχέση



Σχήμα 4.10 Κατανομή θερμοκρασίας μέσα και έξω από τον αυλό. Περίπτωση όπου το θερμό ρεύμα ρέει στο εσωτερικό του αυλού.

με

$$Q = A_o U_o \Delta T = A_i U_i \Delta T \quad (2a)$$

$$\Delta T = T_i - T_o$$

και

$$A_o = 2\pi r_o L \quad , \quad U_o = \frac{1}{r_o} \left(\frac{1}{r_i h_i} + \frac{1}{k_\tau} \ln \frac{r_o}{r_i} + \frac{1}{r_o h_o} \right)^{-1} \quad (2\beta)$$

$$A_i = 2\pi r_i L \quad , \quad U_i = \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{r_i h_i} + \frac{1}{k_\tau} \ln \frac{r_o}{r_i} + \frac{1}{r_o h_o} \right)^{-1} \quad (2\gamma)$$

Οι δείκτες i και o αναφέρονται στην εσωτερική και εξωτερική επιφάνεια αντιστοίχως.

Οι εξισώσεις (2β και 2γ) καθώς άλλωστε και η εξίσωση (1γ) γενικεύονται εύκολα για πολυστοιβαδικά τοιχώματα.

4.2-3 Συντελεστής Ρυπάνσεως

Αποθέματα στις επιφάνειες ενός εναλλάκτη δημιουργούν μια πρόσθετη θερμική αντίσταση και έτσι μειώνουν τον ολικό συντελεστή μεταφοράς θερμότητας. Αυτό πρέπει να προβλέπεται στο σχεδιασμό.

Η συνηθισμένη μέθοδος υπολογισμού βασίζεται στο *συντελεστή ρυπάνσεως*. Θέτουμε:

$$\frac{1}{U_{\sigma\chi}} = \frac{1}{U} + R_{\rho, \epsilon\sigma} + R_{\rho, \epsilon\xi} \quad (3)$$

όπου

U = ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας

$U_{\sigma\chi}$ = διορθωμένη τιμή του U , για σχεδιασμό

$R_{\rho, \epsilon\sigma}$ = συντελεστής ρυπάνσεως εσωτερικής επιφάνειας

$R_{\rho, \epsilon\xi}$ = συντελεστής ρυπάνσεως εξωτερικής επιφάνειας

Θέτοντας $R_{\rho} = R_{\rho, \epsilon\sigma} + R_{\rho, \epsilon\xi}$ παίρνουμε

$$\frac{1}{U_{\sigma\chi}} = \frac{1}{U} + R_{\rho} \quad \text{ή} \quad \boxed{U_{\sigma\chi} = \frac{U}{1 + R_{\rho} U}} \quad (4)$$

Παρατηρούμε ότι $R_{\rho} [=]$ m^2K/W (ή $hr \text{ ft}^2F/Btu$, κλπ). Τυπικές τιμές του R_{ρ} για ένα χρόνο είναι της τάξεως του $\sim 0.00035 \text{ m}^2K/W$ (ή $0.002 \text{ hr ft}^2F/Btu$).

Η κατάλληλη τιμή του R_{ρ} καθορίζεται από την πείρα (δες και Πίνακα 4.1).

4.2-4 Προεκτεταμένες Επιφάνειες

Ορίζοντας ως *συντελεστή προεκτεταμένης επιφάνειας* το λόγο

$$\alpha_f = \frac{\text{Επιφάνεια πτερυγίων}}{\text{Επιφάνεια τοιχώματος απουσία των πτερυγίων}}$$

ως *συντελεστή ακάλυπτης επιφάνειας* το λόγο

$$\alpha_w = \frac{\text{Εμβαδόν ακάλυπτης επιφάνειας τοιχώματος}}{\text{Επιφάνεια τοιχώματος απουσία των πτερυγίων}}$$

Πίνακας 4.1. Συντελεστές Ρυπάνσεως (σε m² K/W)[#]

ΥΓΡΑ

Νερό (απεσταγμένο)	0.0001
Νερό (λιμνήσιο, πηγαδίσιο, βρύσης)	0.0002-0.0004
Νερό (ποταμίσιο)	0.0005-0.0007
Οργανικά υγρά (καθαρά)	0.0002
Υγρά θερμάνσεως και ψύξεως	0.0002
Λιπαντικά έλαια (καθαρά)	0.0002
Έλαια μετασηματιστών	0.0002
Ελαιόλαδο, σπορέλαιο κλπ.	0.0005
Προϊόντα πυθμένα από απόσταξη πετρελαίου 25°API και πάνω	0.0004
Προϊόντα πυθμένα από απόσταξη πετρελαίου, 25°API και κάτω	0.0009

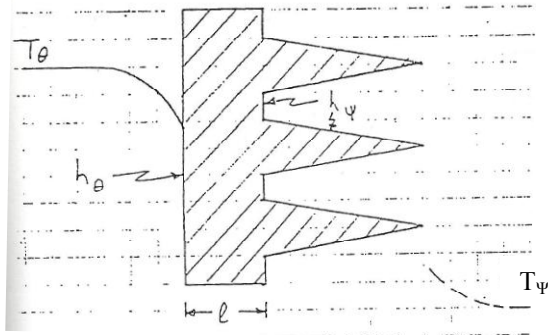
ΑΕΡΙΑ

Αέρας	0.0004
Ατμός (χωρίς ίχνη ελαίου)	0.0
Ατμός (με ίχνη ελαίου)	0.0002
Ατμοί αλκοόλης	0.0
Οργανικοί ατμοί	0.0001
Αέρια προϊόντα αποστάξεως (~1 atm)	0.0002-0.0005
Καυσαέρια μηχανών Diesel	0.0020
Αέρια από καύση ή μετατροπή άνθρακα	0.0020

και $\eta_f = Q/Q_{\text{ιδανικό}}$ = αποτελεσματικότητα των πτερυγίων λαμβάνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Οι τιμές αυτές είναι απλώς αντιπροσωπευτικές των διαφόρων περιπτώσεων. Πιο ακριβείς τιμές αποκτώνται με την πείρα.

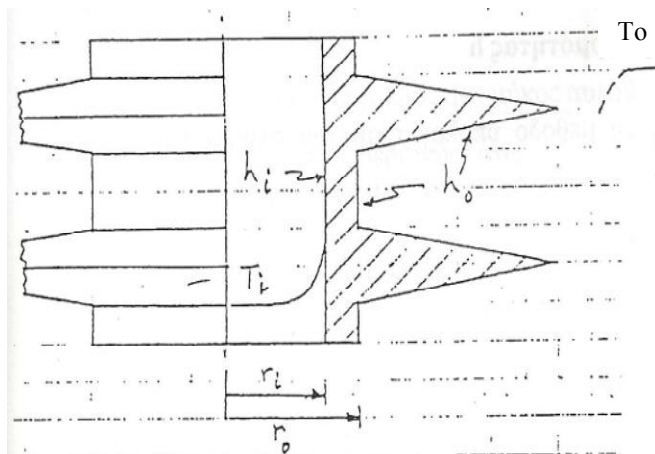
(i) Επίπεδα Τοιχώματα με Πτερύγια ή Ακανθες



Σχήμα 4.11 Τομή επιπέδου τοιχώματος με πτερύγια τριγωνικής διατομής. Περίπτωση ψυ-χρού αερίου στην πλευρά των πτερυγίων.

$$U = \left(\frac{1}{h_\theta} + \frac{1}{k_t} + \frac{1}{(\eta_f \alpha_f + \alpha_w) h_\psi} \right)^{-1} \quad (5)$$

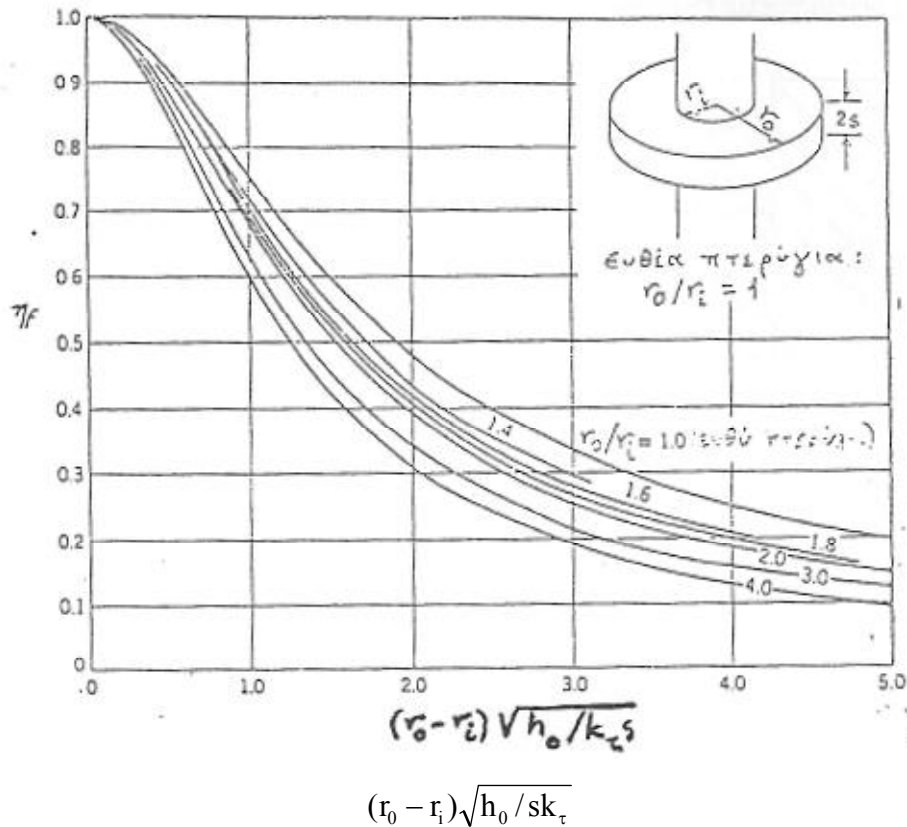
(ii) Αυλοί με Εξωτερικά Πτερύγια



Σχήμα 4.12 Αυλός με πτερύγια τριγωνικής διατομής. Περίπτωση θερμού αερίου στην πλευρά των πτερυγίων.

$$U_i = \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{r_i h_i} + \frac{1}{k_t} \ln \frac{r_o}{r_i} + \frac{1}{(\eta_f \alpha_f + \alpha_w) r_o h_o} \right)^{-1} \quad (6)$$

Οι γεωμετρικοί συντελεστές α_f και α_w υπολογίζονται εύκολα από τη γεωμετρία του τοιχώματος. Η αποτελεσματικότητα των πτερυγίων λαμβάνεται από κατάλληλα διαγράμματα, όπως π.χ. αυτό του Σχήματος 4.13.



Σχήμα 4.13 Συντελεστής αποτελεσματικότητας για δακτυλιοειδή πτερύγια ομοιόμορφου πάχους (ευθεία πτερύγια για πτερύγια για $r_o/r_i=1$).

4.3 Συντελεστής Μεταφοράς Θερμότητας h

Είδαμε στο προηγούμενο τμήμα τη μέθοδο υπολογισμού του ολικού συντελεστή μεταφοράς θερμότητας αν γνωρίζουμε τους συντελεστές μεταφοράς θερμότητας στις δύο επιφάνειες του τοιχώματος. Εδώ, θα ασχοληθούμε με τον υπολογισμό των επιμέρους συντελεστών μεταφοράς θερμότητας.

Το πρόβλημα αυτό, εν γένει, είναι πολύ πλατύ και αποτελεί αντικείμενο λεπτομερούς μελέτης στα πλαίσια των Φαινομένων Μεταφοράς. Εδώ, θα περιοριστούμε στην παράθεση ορισμένων αποτελεσμάτων που είναι χρήσιμα για την ανάλυση εναλλακτών θερμότητας.

4.3-1 Συντελεστής Μεταφοράς Θερμότητας Χωρίς Αλλαγή Φάσεως

Οι κύριες γεωμετρίες που ενδιαφέρουν είναι οι ακόλουθες:

(i) Μεταφορά θερμότητας με Συναγωγή μέσα σε Αυλούς

(i-1) Στρωτή Ροή, $Re_b < 2100$

Εδώ ισχύει με προσέγγιση $\pm 20\%$, εφόσον $Re_b Pr_b \frac{D}{L} > 10$, η εξίσωση των Sieder και Tate (1936):

$$\boxed{Nu_{\ell m} = \frac{h_{\ell m} D}{k_b} = 1.86 \left(Re_b Pr_b \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} = 1.86 \left(\frac{4 \dot{m} c_p}{\pi k_b L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14}}$$

(7)

$$Re_b < 2100$$

$$Re_b Pr_b \frac{D}{L} > 10$$

όπου

$Nu_{\ell m}$ = μέσος αριθμός Nusselt για τη μέση λογαριθμική θερμοκρασία

$h_{\ell m}$ = μέσος συντελεστής μεταφοράς θερμότητας για τη μέση λογαριθμική θερμοκρασία

D = εσωτερική διάμετρος, L = μήκος αυλού

k_b = συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του ρευστού στη θερμοκρασία μίξεως T_b

$Re_b = \frac{GD}{\mu_b}$ = αριθμός Reymolds στην T_b

$Pr_b = \frac{c_p \mu_b}{k_b}$ = αριθμός Prandtl στην T_b

$G = \dot{m} / \left(\frac{\pi}{4} D^2 \right) = \rho \langle v \rangle$ = μαζική ταχύτητα του ρευστού

μ_b = ιξώδες του ρευστού στην T_b

μ_w = ιξώδες του ρευστού στη θερμοκρασία του εσωτερικού τοιχώματος T_w

\dot{m} = μαζική παροχή του ρευστού

c_p = ειδική θερμότητα του ρευστού

Η εξίσωση (7) ισχύει για υδατικά διαλύματα, οργανικά υγρά και αέρια.

Για εφαρμογές, οι παράμετροι μ_b , k_b , C_p υπολογίζονται στη μέση θερμοκρασία μίξεως

$$T_b = \frac{1}{2}(T_{b,\text{εισ}} + T_{b,\text{εξ}})$$

όπου $T_{b,\text{εισ}}$ = θερμοκρασία μίξεως εισόδου, $T_{b,\text{εξ}}$ = θερμοκρασία μίξεως εξόδου. Η παράμετρος μ_w υπολογίζεται στη μέση θερμοκρασία τοιχώματος,

$$T_w = \frac{1}{2}(T_{w,\text{εισ}} + T_{w,\text{εξ}}).$$

(i-2) Έντονα τυρβώδης Ροή, $Re_b > 20000$

Για την περιοχή αυτή οι Sieder και Tate (1936) δίνουν

$$\boxed{Nu_{\ell m} = \frac{h_{\ell m} D}{k_b} = 0.026 Re_b^{0.8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14}} \quad (8)$$

$$L/D > 10$$

$$Re_b > 20000$$

Η Εξισ. (8) προβλέπει τιμές που διαφέρουν το πολύ $\pm 20\%$ από τις πειραματικές τιμές για $10^4 \leq Re_b \leq 10^5$, $0.6 \leq Pr_b \leq 100$ και $L/D > 10$.

(i-3) $Re_b < 10^6$

Ορίζοντας το συντελεστή $-j$ του Colburn για μεταφορά θερμότητας, j_H , ως

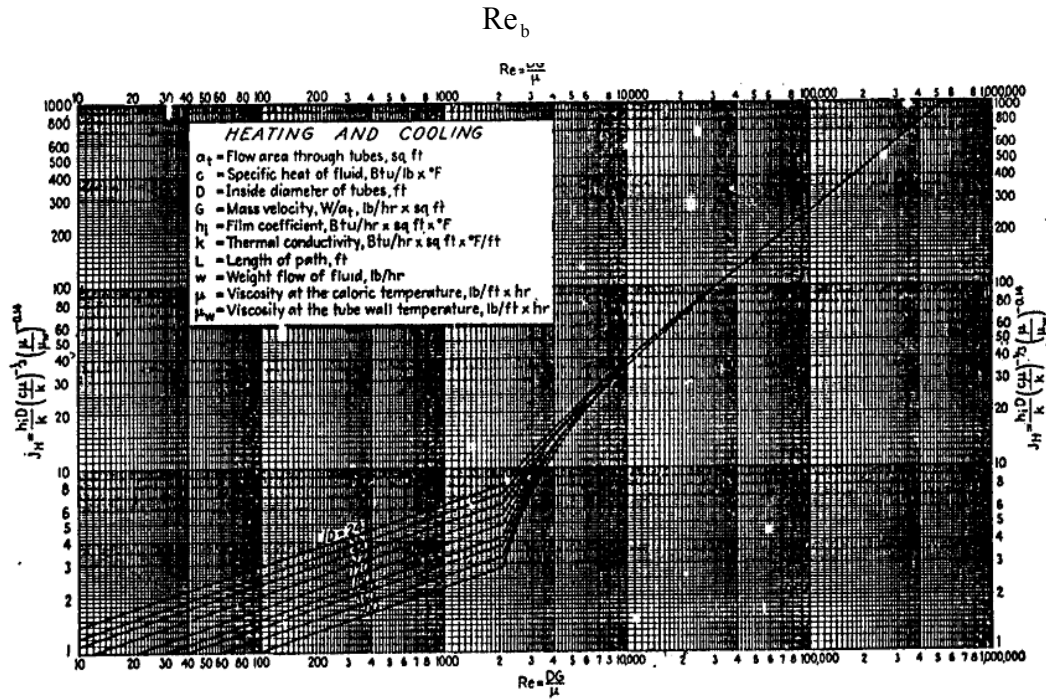
$$j_H = \left(\frac{h_{\ell m} D}{k_b} \right) Pr^{-1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{-0.14} \quad (9)$$

οι Εξισ. (7) και (8) γίνονται

$$\boxed{j_H = 1.86 \left(Re_b \frac{D}{L} \right)^{1/3}} \quad Re_b < 2100, \quad Re_b Pr_b \frac{D}{L} > 10 \quad (10)$$

$$\boxed{j_H = 0.026 Re_b^{0.8}} \quad Re_b > 20000, \quad \frac{L}{D} > 10 \quad (11)$$

Ενα διάγραμμα τιμών του j_H για όλες τις τιμές του Re_b που ενδιαφέρουν στην πράξη δίνεται στο Σχήμα 4.14. Το διάγραμμα αυτό μαζί με την Εξισ. (9) επιτρέπουν τον υπολογισμό του h_{lm} κάτω από αρκετά γενικές συνθήκες.



$$Re_b = \frac{GD}{\mu_b}$$

Σχήμα 4.14 Τιμές του συντελεστή j_H για μεταφορά θερμότητας μέσα σε αυλούς.

(Πηγή: Kern)

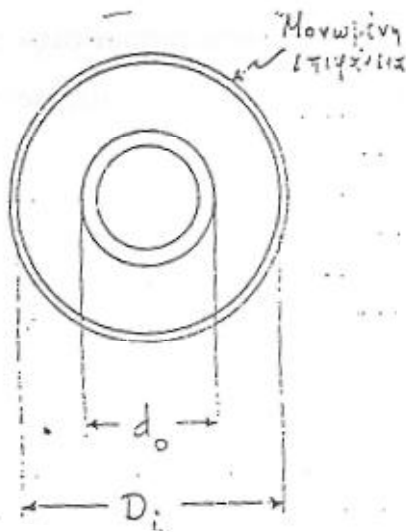
- (ii) Μεταφορά Θερμότητας με Συναγωγή μέσα σε Αγωγούς Δακτυλιοειδούς Διατομής

Οι εξισώσεις που ισχύουν για το εσωτερικό αυλών ισχύουν και εδώ με την ακόλουθη τροποποίηση. Αντί της διαμέτρου D , χρησιμοποιούμε την ισοδύναμη διάμετρο

$$D_e = 4 \frac{\text{εμβαδόν διατομής}}{\text{περίμετρος μεταφοράς θερμότητας}}$$

$$= 4 \frac{\frac{\pi}{4}(D_i^2 - d_o^2)}{\pi d_o} = \frac{D_i^2 - d_o^2}{d_o} \quad (12)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι η ισοδύναμη διάμετρος D_e διαφέρει από την υδραυλική διάμετρο D_v , η οποία ορίζεται ως



Σχήμα 4.15 Αγωγός δακτυλοειδούς διατομής

$$D_v = 4 \frac{\frac{\pi(D_i^2 - d_0^2)}{4}}{\pi(D_i + d_0)} = D_i - d_0 \quad (13)$$

και χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό απώλειας υδροστατικής κεφαλής.

(iii) Μεταφορά Θερμότητας με Συναγωγή μέσα σε Αγωγούς Μη-Κυκλικής Διατομής

Το πρόβλημα αυτό είναι περίπλοκο και τα αποτελέσματα εξαρτώνται σημαντικά από το σχήμα της διατομής. Ο αναγνώστης αναφέρεται για λεπτομέρειες στο: W.M. Rohsenow and J.P. Hartnett, "Handbook of Heat Transfer", McGraw Hill, N.Y., 1973, pp. 7-117 to 7-128.

Για χονδρικούς υπολογισμούς μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει τις εξισώσεις που ισχύουν για αυλούς, αντικαθιστώντας τη διάμετρο D με την ισοδύναμη διάμετρο D_e .

Για μια ορθογωνική διατομή με διαστάσεις a

--

 όπου οι πλευρές με μήκος a είναι μονωμένες έχουμε $D_e = 4 \frac{ab}{2b} = 2a$. Αν γίνεται μεταφορά μέσω όλων των

πλευρών τότε, $D_e = 4 \frac{ab}{2(a+b)} = 2 \frac{ab}{(a+b)}$.

Μια άλλη προσεγγιστική μέθοδος βασίζεται στη χρήση της αναλογίας μεταξύ μεταφοράς θερμότητας και μεταφοράς ορμής. Ιδιαίτερα απλή και χρήσιμη είναι η αναλογία του Colburn, που ισχύει τόσο για στρωτή όσο και για τυρβώδη ροή και που μπορεί να εκφρασθεί ως

$$\boxed{\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{1}{2} C_f \text{Re}_x \text{Pr}^{1/3}} \quad \text{Αναλογία του Colburn} \quad (14)$$

όπου x =απόσταση από την είσοδο (κατά μήκος της ροής)

h_x =τοπικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας

$\text{Re}_x = \frac{x V_{\max} \rho}{\mu}$ =τοπικός αριθμός Reynolds

Nu_x =τοπικός αριθμός Nusselt

$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho V_{\max}^2}$ =τοπικός συντελεστής τριβής

τ_w =τοπική διατμητική τάση επάνω στο τοίχωμα

v_{\max} =τοπική μέγιστη ταχύτητα

Η Εξισ. (14) επιτρέπει τον υπολογισμό του h_x αν το C_f είναι γνωστό από τη λύση του αντίστοιχου υδροδυναμικού προβλήματος. Η σχέση αυτή ισχύει με καλή προσέγγιση για $0.5 < \text{Pr} < 50$ και εφόσον δεν υπάρχει οπισθέλκουσα σχήματος (πράγμα που ισχύει για ροή σε ευθύγραμμους αγωγούς σταθερής διατομής).

Για παράδειγμα, αν θεωρήσουμε πλήρως ανεπτυγμένη στρωτή ροή μεταξύ παραλλήλων πλακών ($a/b \ll 1$), έχουμε

$$\tau_w = \frac{4\mu v_{\max}}{a} \Rightarrow C_f = \frac{8}{(a\rho v_{\max} / \mu)} \quad (15)$$

οπότε η Εξισ. (14) δίνει

$$h_x = 4 \frac{k}{a} \text{Pr}^{1/3} \quad (\text{πλήρως ανεπτυγμένη στρωτή ροή} \quad (16) \\ \text{μεταξύ παραλλήλων πλακών})$$

Σ' αυτές τις σχέσεις οι ιδιότητες του ρευστού υπολογίζονται στη «θερμοκρασία του φιλμ», $T_f = 1/2(T_b + T_w)$.

Ο συντελεστής τριβής για αρκετούς αγωγούς μη-κυκλικής διατομής έχει δοθεί στο Κεφάλαιο «Ροή σε Σωληνώσεις».

(iv) Μεταφορά Θερμότητας στην Πλευρά του Κελύφους μέσα σε Εναλλάκτες τύπου Κέλυφος-Αυλών

Το πρόβλημα αυτό εξετάζεται στο οικείο Τμήμα 4.5.

4.3-2 Συντελεστής Μεταφοράς Θερμότητας με Συμπύκνωση Ατμών

Συμπύκνωση συμβαίνει όταν ατμός έλθει σε επαφή με μια επιφάνεια που έχει θερμοκρασία μικρότερη εκείνης της θερμοκρασίας κορεσμού του ατμού (θερμοκρασία δρόσου, T_δ). Συνήθως, το σχηματιζόμενο υγρό διαβρέχει την επιφάνεια και απλώνοντας σχηματίζει ένα συνεχές φιλμ. Τότε η διεργασία καλείται *συμπύκνωση σε φιλμ* (ή υμένα). Αν το συμπύκνωμα δεν διαβρέχει την επιφάνεια, τότε σχηματίζει σταγόνες. Οι σταγόνες αυτές ρέουν πάνω στην επιφάνεια και συχνά συγκρούονται κατά ζεύγη οπότε και μπορεί να συνενωθούν. Η διεργασία αυτή καλείται *συμπύκνωση κατά σταγόνες*.

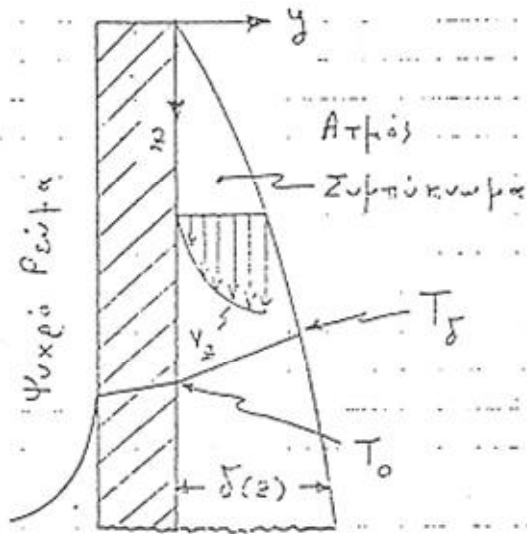
Στην περίπτωση συμπυκνώσεως σε φιλμ, η στερεή επιφάνεια καλύπτεται και έτσι ο ατμός που συμπυκνώνεται από το σημείο αυτό και μετά αποτίθεται επάνω στη διεπιφάνεια υγρού-ατμού. Η μεταφορά θερμότητας γίνεται έτσι μέσω του υγρού φιλμ.

Στην περίπτωση συμπυκνώσεως κατά σταγόνες υπάρχει πάντα γυμνή επιφάνεια του στερεού διαθέσιμη για συμπύκνωση, έτσι η μεταφορά θερμότητας είναι ταχύτερη από ότι στην περίπτωση που δημιουργείται φιλμ. Επειδή όμως η συμπύκνωση κατά σταγόνες είναι δύσκολο να επιτευχθεί και διατηρηθεί σε βιομηχανική κλίμακα, οι εναλλάκτες θερμότητας με συμπύκνωση ατμών σχεδιάζονται πάντοτε βάσει της συμπυκνώσεως σε φιλμ.

Εδώ θα ασχοληθούμε μόνο με συμπύκνωση σε φιλμ.

(i) Συμπύκνωση σε Φιλμ Επάνω σε Κατακόρυφες Επιφάνειες

(i-1) Στρωτή Ροή ($Re = \Gamma / \mu_f < 350$)



Σχήμα 4.16 Φιλμ συμπυκνώματος επάνω σε κατακόρυφη επιφάνεια (επίπεδη, κυλινδρική, ή άλλη). Το πάχος του φιλμ αυξάνει με το z . Η διεπιφάνεια ευρίσκεται στη θερμοκρασία δρόσου T_δ . Η επιφάνεια του τοιχώματος ευρίσκεται σε σταθερή θερμοκρασία T_0 .

Το πρόβλημα αυτό λύθηκε από τον Nusselt (1916). Το πάχος του φιλμ δίνεται από τη σχέση

$$\delta(z) = \left(\frac{4k_f(T_\delta - T_0)\mu_f z}{\rho_f^2 g \Delta \hat{H}_{\text{vap}}} \right)^{1/4} \quad (17)$$

όπου $\Delta \hat{H}_{\text{vap}}$ = ειδική ενθαλπία εξατμίσεως (ενέργεια/μονάδα μάζας). Όλες οι ιδιότητες του ρευστού υπολογίζονται στη θερμοκρασία του φιλμ, $T_f = \frac{1}{2}(T_\delta + T_0)$.

Η μέση ταχύτητα δίνεται από τη σχέση

$$\langle v_z \rangle = \frac{\rho g \delta^2}{3\mu} \quad (18)$$

Ο μέσος συντελεστής μεταφοράς θερμότητας δίνεται από τη σχέση

$$h_m = \frac{4}{3} \left(\frac{k_f^3 \rho_f g}{3\mu_f \Gamma} \right)^{1/3} \quad (19a)$$

$$\eta \quad h_m = 0.943 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g \Delta \hat{H}_{\text{vap}}}{\mu_f L (T_\delta - T_0)} \right)^{1/4} \quad (19\beta)$$

όπου L = ύψος της επιφάνειας

Γ = ολική παροχή μάζας συμπυκνώματος από τη βάση της επιφάνειας, ανά μονάδα μήκους αυτής της επιφάνειας

Σε περίπτωση αυλού με εξωτερική διάμετρο D έχουμε $\Gamma = \dot{m}_\sigma / \pi D$ όπου \dot{m}_σ = ολική παροχή μάζας συμπυκνώματος στη βάση του κατακόρυφου αυλού.

Η Εξισ. (19) συμφωνεί καλά με τα πειραματικά αποτελέσματα για $L < 0.15$ m. Για $L > 2.5$ m η πειραματική τιμή του h_m μπορεί να ξεπερνά, για δεδομένη $(T_\delta - T_0)$, τη θεωρητική τιμή μέχρι και 70%. Ο λόγος γι αυτή τη διαφορά οφείλεται στη δημιουργία κυματισμού στην επιφάνεια του ρέοντος συμπυκνώματος.

(i-2) Τυρβώδης Ροή ($Re = \Gamma / \mu_f > 350$)

Η έκφραση Γ / μ_f είναι ένας αριθμός Reynolds που χαρακτηρίζει τη ροή στη βάση της επιφάνειας. Για $\Gamma / \mu_f \sim 350$ η ροή του συμπυκνώματος είναι στρωτή Για $\Gamma / \mu_f > 350$ η ροή του συμπυκνώματος γίνεται τυρβώδης, από τη θέση που αντιστοιχεί στην τιμή 350 και κάτω.

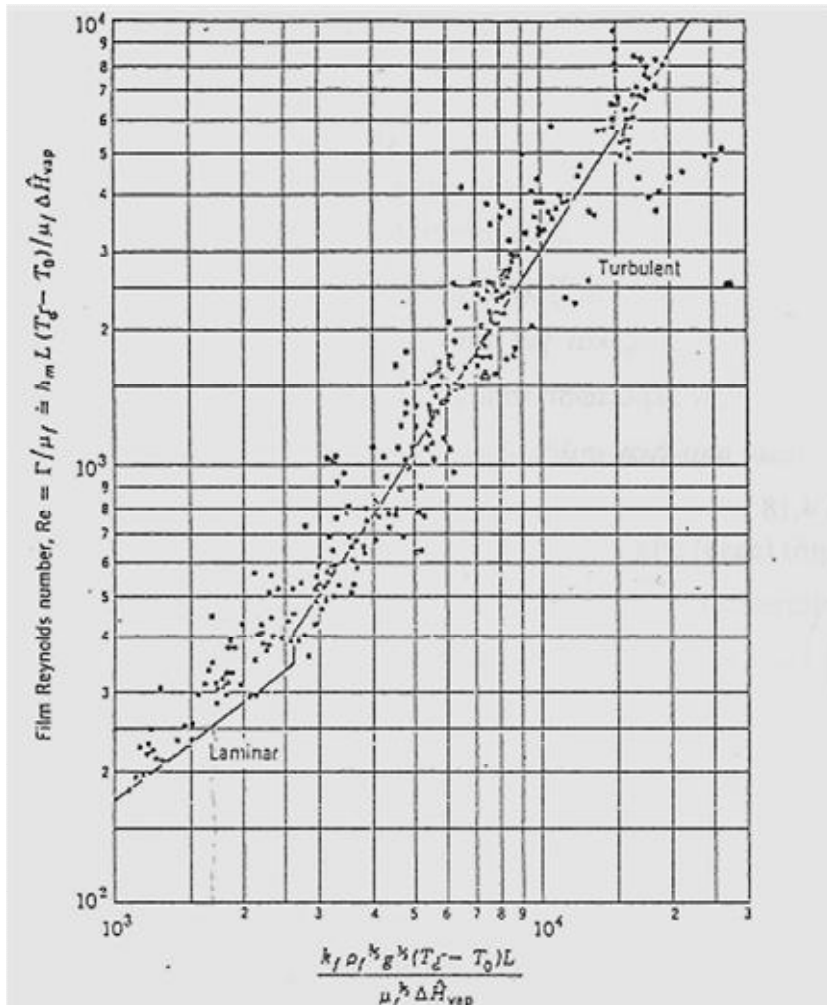
Για $\Gamma / \mu_f > 350$ ισχύει η ακόλουθη ημιεμπειρική εξίσωση [U. Grigull (1942)]:

$$h_m = 0.003 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g (T_\delta - T_0) L}{\mu_f^3 \Delta \hat{H}_{\text{vap}}} \right)^{1/2} \quad (20\alpha)$$

Για μικρές διαφορές θερμοκρασίας $(T_\delta - T_0)$ η Εξισ. (20) μπορεί να γραφεί ως

$$h_m = 0.021 \frac{k_f}{\mu_f} (\rho_f^2 g \Gamma)^{1/3} \quad (20\beta)$$

Οι Εξισ. (19) και (20) παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 4.17 όπου δείχνονται και πειραματικά δεδομένα του Grigull.



Σχήμα 4.17 Συσχετισμός πειραματικών δεδομένων για μεταφορά θερμότητας με συμπύκνωση ατμών πάνω σε κατακόρυφες επιφάνειες. (Πηγή: BSL)

(ii) Συμπύκνωση σε Φίλμ Επάνω σε Οριζόντιους Αυλούς

(ii-1) Στροπή Ροή

Η ανάλυση του Nusselt γι αυτή την περίπτωση δίνει

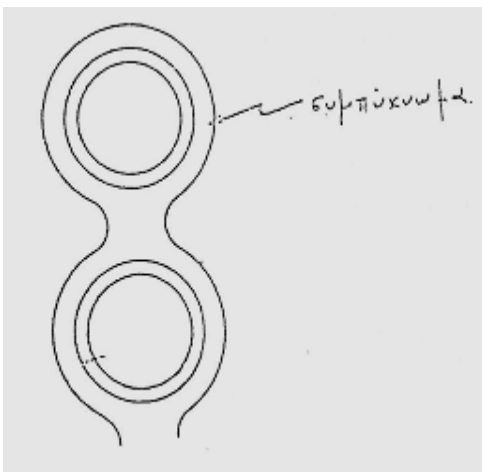
$$h_m = 0.954 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g L}{\mu_f \dot{m}_\sigma} \right)^{1/3} \quad (21\alpha)$$

όπου \dot{m}_σ / L = παροχή μάζας συμπυκνώματος ανά μονάδα μήκους του αυλού

Για μικρές διαφορές θερμοκρασίας ($T_g - T_0$) και χρησιμοποιώντας ένα ισοζύγιο ενέργειας για τη συμπύκνωση, η Εξισ. (21α) γίνεται

$$h_m = 0.725 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g \Delta \hat{H}_{\text{vap}}}{\mu_f D (T_\delta - T_0)} \right)^{1/4} \quad (21\beta)$$

όπου D είναι η εξωτερική διάμετρος. Οι Εξισ. (21α) και (21β) προβλέπουν τιμές που διαφέρουν μόνο $\pm 10\%$ από τις πειραματικές, για μοναχικούς αυλούς. Δίνουν επίσης αρκετά καλές προσεγγίσεις και για την περίπτωση συστοιχίας οριζοντίων αυλών, παρόλο ότι σ' αυτή την περίπτωση τα πράγματα περιπλέκονται κάπως από το γεγονός ότι το συμπύκνωμα από έναν αυλό ρέει επάνω στον αυλό που ευρίσκεται αμέσως από κάτω, Σχήμα 4.18.



Σχήμα 4.18 Συμπύκνωση ατμού επάνω σε συστοιχία οριζοντίων αυλών

(ii-2) Τυρβώδης Ροή

Είναι δύσκολο να επιτευχθεί τυρβώδης ροή συμπυκνώματος επάνω σε οριζόντιους αυλούς. Προς τούτο πρέπει να χρησιμοποιηθούν μεγάλες διαφορές θερμοκρασίας ($T_\delta - T_0$) και μεγάλες διαμέτροι. Οι Εξισ. (21α) και (21β) ισχύουν μέχρι και την κρίσιμη τιμή του αριθμού Reynolds που είναι: $Re = \dot{m}_{ολ} / L \mu_f \cong 1000$. Εδώ $\dot{m}_{ολ}$ είναι η ολική παροχή συμπυκνώματος που πέφτει από τον αυλό (συμπεριλαμβανομένου του συμπυκνώματος που πέφτει επάνω στον αυλό από άλλους αυλούς).

Παράδειγμα 4α

Υπολογίστε τον ολικό συντελεστή μεταφοράς θερμότητας βάσει της εσωτερικής και της εξωτερικής επιφάνειας για τις ακόλουθες περιπτώσεις.

(α) Νερό σε 10°C ρέει σε ένα σωλήνα με διάμετρο $d_i=0.62$ in και $d_o=0.75$ in με ταχύτητα 4.57 m/s και θερμαίνεται απ' έξω με συμπύκνωση κορεσμένου ατμού θερμοκρασίας 104.4°C. Εχουμε $h_i=12.21$ kW/m²°K, $h_o=14.20$ kW/m²°K, $k_r=119$ W/m°K.

(β) Βενζόλιο συμπυκνώνεται υπό ατμοσφαιρική πίεση στο εξωτερικό τοίχωμα ενός αυλού από χάλυβα με εξωτερική διάμετρο 25 mm. Στο εσωτερικό ρέει αέρας θερμοκρασίας 15°C με ταχύτητα 6 m/s. Το τοίχωμα του αυλού έχει πάχος 3.5 mm. Εχουμε:

$$h_i = 30 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K} \quad , \quad h_o = 1200 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K} \quad , \quad k_r = 45 \text{ W/m } ^\circ\text{K}$$

(γ) Ατμός συμπυκνώνεται κατά σταγόνες υπό πίεση 345 kPa (gage) (δηλαδή 3.52 atü) επάνω σε σωλήνα ονομαστικής διαμέτρου 1 in (schedule 40) που μεταφέρει έλαιο με ταχύτητα 0.9 m/s. Εχουμε:

$$h_i = 130 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{hr} \cdot ^\circ\text{F} \quad (= 738.2 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K})$$

$$h_o = 1400 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{hr} \cdot ^\circ\text{F} \quad (= 79.50 \text{ kW/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K})$$

$$k_r = 26 \text{ Btu/ft} \cdot \text{hr} \cdot ^\circ\text{F} \quad (= 45.0 \text{ W/m } ^\circ\text{K})$$

Λύση

$$(α) \quad \ell = \frac{1}{2} (0.75 - 0.62) \text{ in} = 0.065 \text{ in} = 1.651 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_i = 0.620 \text{ in} = 15.75 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_o = 0.75 \text{ in} = 19.05 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$r_i = \frac{1}{2} d_i = 7.875 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$r_o = \frac{1}{2} d_o = 9.525 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\begin{aligned}
U_i &= \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{r_i h_i} + \frac{1}{k\tau} \ln \frac{r_0}{r_i} + \frac{1}{r_0 h_0} \right)^{-1} \\
&= \frac{1}{7.875 \times 10^{-3}} \left(\frac{1}{7.875 \times 10^{-3} \times 12.21 \times 10^3} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{119} \ln \frac{9.525}{7.875} + \frac{1}{9.525 \times 10^{-3} \times 14.20 \times 10^3} \right)^{-1} = 6548 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K}
\end{aligned}$$

$$U_i = 6548 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K}$$

Τώρα,

$$U_0 = U_i \frac{d_i}{d_0} = 6548 \times \frac{15.75}{19.05} = 5414 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$(\beta) \quad \ell = 3.5 \times 10^{-3} \text{ m} \quad d_0 = 25 \times 10^{-3} \text{ m} \quad r_0 = 12.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_i = d_0 - 2\ell = (25 - 2 \times 3.5) \times 10^{-3} \text{ m} = 18 \times 10^{-3} \text{ m} \quad r_i = 9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\begin{aligned}
U_0 &= \frac{1}{r_0} \left(\frac{1}{r_i h_i} + \frac{1}{k\tau} \ln \frac{r_0}{r_i} + \frac{1}{r_0 h_0} \right)^{-1} \\
&= \frac{1}{12.5 \times 10^{-3}} \left(\frac{1}{9 \times 10^{-3} \times 30} + \frac{1}{45} \ln \frac{25}{18} + \frac{1}{12.5 \times 10^{-3} \times 1200} \right)^{-1} \\
&= 21.2 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K}
\end{aligned}$$

$$U_0 = 21.2 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$U_i = U_0 \frac{d_0}{d_i} = 21.2 \frac{25}{18} = 29.4 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$(\gamma) \quad d_0 = 1.315 \text{ in} \quad , \quad d_i = 1.049 \text{ in} \quad (\text{από πίνακες})$$

$$\ell = \frac{1}{2} (d_0 - d_i) = \frac{1}{2} (1.315 - 1.049) \text{ in} = 0.133 \text{ in}$$

$$\Rightarrow d_0 = \frac{1.315}{12} = 109.6 \times 10^{-3} \text{ ft} \quad r_0 = 54.79 \times 10^{-3} \text{ ft}$$

$$d_i = \frac{1.049}{12} = 87.42 \times 10^{-3} \text{ ft} \quad r_i = 43.71 \times 10^{-3} \text{ ft}$$

$$\ell = \frac{0.133}{12} = 11.08 \times 10^{-3} \text{ ft}$$

$$U_0 = \frac{1}{r_0} \left(\frac{1}{r_i h_i} + \frac{1}{k \ell} \ln \frac{r_0}{r_i} + \frac{1}{r_0 h_0} \right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{54.79 \times 10^{-3}} \left(\frac{1}{43.71 \times 10^{-3} \times 130} + \frac{1}{26} \ln \frac{54.79}{43.71} + \frac{1}{54.79 \times 10^{-3} \times 14000} \right)^{-1}$$

$$= 98.14 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{hr} \cdot ^\circ \text{F}$$

$$U_0 = 98.14 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{hr} \cdot ^\circ \text{F} = 98.14 \times 5.67826 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ \text{K} = 557.3 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ \text{K}$$

$$U_i = U_0 \frac{d_0}{d_i} = 98.14 \frac{109.6}{87.42} = 123.0 \text{ Btu/ft}^2 \cdot \text{hr} \cdot ^\circ \text{F}$$

$$= 123.0 \times 5.67826 = 698.7 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ \text{K}$$

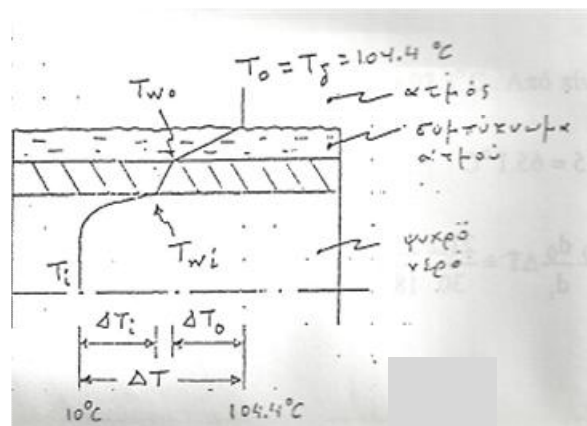
Το παράδειγμα αυτό δίνει τυπικές τιμές των συντελεστών μεταφοράς θερμότητας.

Παράδειγμα 4β

Υπολογίστε τις θερμοκρασίες της εσωτερικής και της εξωτερικής επιφάνειας του μεταλλικού σωλήνα στις περιπτώσεις (α) και (β) του Παραδείγματος 4α.

Λύση

(α)



Έχουμε:

$$\Delta T = T_0 - T_i = 104.4 \text{ } ^\circ\text{C} - 10 \text{ } ^\circ\text{C} = 94.4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Τώρα $Q = U_0 A_0 \Delta T = h_i A_i \Delta T_i = h_o A_o \Delta T_0$

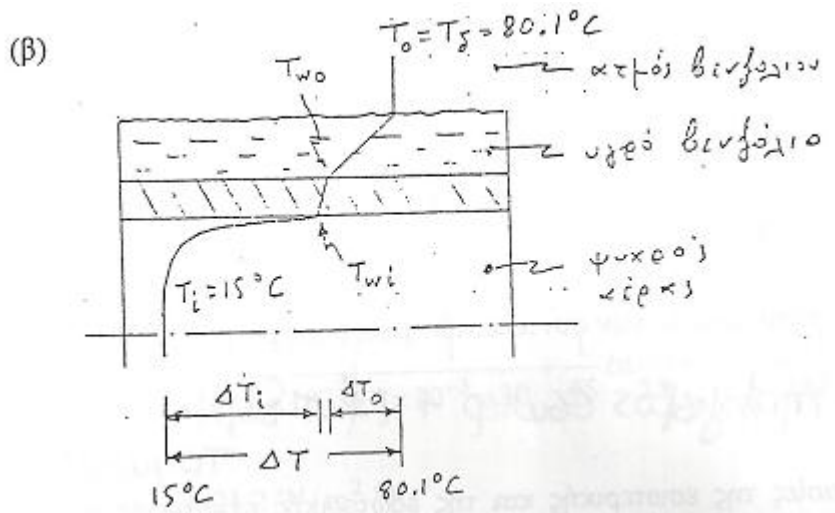
$$\Rightarrow \Delta T_i = \frac{U_0}{h_i} \frac{A_0}{A_i} \Delta T = \frac{U_0}{h_i} \frac{d_0}{d_i} \Delta T = \frac{5414}{12210} \frac{19.05}{15.75} 94.4 = 50.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_0 = \frac{U_0}{h_o} \Delta T = \frac{5414}{14200} 94.4 = 36.0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Τέλος:

$$T_{wi} = T_i + \Delta T_i = 10 \text{ } ^\circ\text{C} + 50.6 \text{ } ^\circ\text{C} = 60.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{wo} = T_0 - \Delta T_0 = 104.4 \text{ } ^\circ\text{C} - 36.0 \text{ } ^\circ\text{C} = 68.4 \text{ } ^\circ\text{C}$$



Από πίνακες ευρίσκουμε ότι το κανονικό σημείο βρασμού του βενζολίου είναι $80.1 \text{ } ^\circ\text{C}$, άρα $T_0 = T_s = 80.1 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Έτσι έχουμε

$$\Delta T = T_0 - T_i = 80.1 - 15 = 65.1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_i = \frac{U_0}{h_i} \frac{A_0}{A_i} \Delta T = \frac{U_0}{h_i} \frac{d_0}{d_i} \Delta T = \frac{21.2}{30} \frac{25}{18} 65.1 = 63.9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_0 = \frac{U_0}{h_0} \Delta T = \frac{21.2}{1200} 65.1 = 1.15 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Τέλος:

$$T_{wi} = T_i + \Delta T_i = 15 + 63.9 = 78.9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{w0} = T_0 - \Delta T_0 = 80.1 - 1.15 = 78.95 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Λόγω της μεγάλης θερμικής αντιστάσεως του αέρα η πτώση θερμοκρασίας μέσα στο τοίχωμα είναι πολύ μικρή (0.05°C) και σχετικά μικρή μέσα στο συμπύκνωμα (1.15°C). Η πτώση θερμοκρασίας προς την πλευρά του αέρα είναι 63.9°C , δηλαδή 98.2% της ολικής.

Παράδειγμα 4γ

Ένα ρευστό ρέει στο εσωτερικό ενός κατακόρυφου αυλού και θερμαίνεται από κορεσμένο ατμό που συμπυκνώνεται στην εξωτερική επιφάνεια του αυλού. Ο αυλός έχει ύψος $L=3.05 \text{ m}$ και εξωτερική διάμετρο $D=2 \text{ in}$. Ποιά πρέπει να είναι η θερμοκρασία (δρόσου) του ατμού έτσι ώστε να έχουμε μια ολική παροχή θερμότητας $Q=26.96 \text{ kW}$ και θερμοκρασία επιφάνειας αυλού $T_0=93.3^\circ\text{C}$; Υποθέστε συμπύκνωση σε φίλμ.

Λύση

Ζητάμε να βρούμε την απαιτούμενη θερμοκρασία δρόσου του ατμού T_δ (η οποία μπορεί να ρυθμιστεί αλλάζοντας την πίεση). Εφόσον οι ιδιότητες των ρευστών εξαρτώνται από τη θερμοκρασία και η T_δ είναι άγνωστη σ' αυτό το σημείο, θα υποθέσουμε μια τιμή για την T_δ και θα επαναλάβουμε, αν χρειασθεί, τον υπολογισμό μέχρις ότου συγκλίνουμε.

Θα κάνουμε την αρχική εκτίμηση: $T_\delta^{(0)} = 93.3^\circ\text{C}$. Από πίνακες ατμών παίρνουμε για

$$T_f^{(0)} = \frac{1}{2}(T_0 + T_\delta^{(0)}) = 93.3 \text{ } ^\circ\text{C} :$$

$$\Delta\hat{H}_{\text{vap}} = 2.275 \times 10^6 \text{ J/kg}$$

$$k_f = 0.680 \text{ W/m}^\circ\text{K}$$

$$\rho_f = 963 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_f = 0.305 \text{ mPa}\cdot\text{s}$$

Υποθέτοντας ότι ο ατμός δίνει μόνο λανθάνουσα θερμότητα (εξάλλου υποθέσαμε ότι $T_\delta = T_0$), παίρνουμε από ένα ισοζύγιο ενέργειας

$$Q = \dot{m}_\sigma \Delta\hat{H}_{\text{vap}} = \pi D \Gamma \Delta\hat{H}_{\text{vap}} \quad (\text{i})$$

Ο αριθμός Reynolds του φιλμ είναι

$$\frac{\Gamma}{\mu_f} = \frac{Q}{\pi D \mu_f \Delta\hat{H}_{\text{vap}}} = \frac{26960}{\pi(2 \times 25.4 \times 10^{-3}) \times 0.305 \times 10^{-3} \times 2.275 \times 10^6}$$

$$\text{ή} \quad \frac{\Gamma}{\mu_f} = 243.5 < 350 \Rightarrow \text{στρωτή ροή} \quad (\text{ii})$$

Μπορούμε λοιπόν να εφαρμόσουμε την Εξισ. (19). Είναι όμως πιο βολικό να χρησιμοποιήσουμε το διάγραμμα του Σχήματος 17. Έχουμε για $\Gamma/\mu_f = 243.5$

$$\frac{k_f \rho_f^{2/3} g^{1/3} (T_\delta - T_0) L}{\mu_f^{5/3} \Delta\hat{H}_{\text{vap}}} = 1700 \quad (\text{iii})$$

Λύνοντας ως προς $(T_\delta - T_0)$ παίρνουμε

$$T_\delta - T_0 = 1700 \frac{\mu_f^{5/3} \Delta\hat{H}_{\text{vap}}}{k_f \rho_f^{2/3} g^{1/3} L} = 1700 \frac{(0.305 \times 10^{-3})^{5/3} \times 2.275 \times 10^6}{0.680 \times 963^{2/3} \times 9.81^{1/3} \times 3.05} = 12.3 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_\delta = 93.3 + 12.3 = 105.6 \text{ }^\circ\text{C}$$

Μπορούμε τώρα να επαναλάβουμε τον υπολογισμό. Όμως η διαφορά $T_\delta - T_\delta^{(0)}$ είναι αρκετά μικρή ώστε αυτό να μην είναι απαραίτητο.

4.4 Εναλλάκτες Τύπου Διπλού Αυλού

4.4-1 Ομορροή και Αντιρροή

Οι κατανομές θερμοκρασιών των δύο ρευμάτων μέσα σε ένα εναλλάκτη τύπου διπλού αυλού που λειτουργεί κατ' ομορροή φαίνονται στο Σχήμα 4.19. Για το συμβολισμό θα χρησιμοποιήσουμε κατά βούληση μια από τις ακόλουθες δύο συμφωνίες.

Συμφωνία 1

T_{θ} =θερμοκρασία θερμού ρευστού

T_{ψ} =θερμοκρασία ψυχρού ρευστού

$T_{\theta 1}, T_{\psi 1}$ =θερμοκρασίες στην είσοδο του θερμού ρευστού

$T_{\theta 2}, T_{\psi 2}$ =θερμοκρασίες στην έξοδο του θερμού ρευστού

$\Delta T_1 = T_{\theta 1} - T_{\psi 1}$ =διαφορά θερμοκρασίας στην είσοδο του θερμού ρεύματος

$\Delta T_2 = T_{\theta 2} - T_{\psi 2}$ =διαφορά θερμοκρασίας στην έξοδο του θερμού ρεύματος

Συμφωνία 2

T =θερμοκρασία θερμού ρευστού

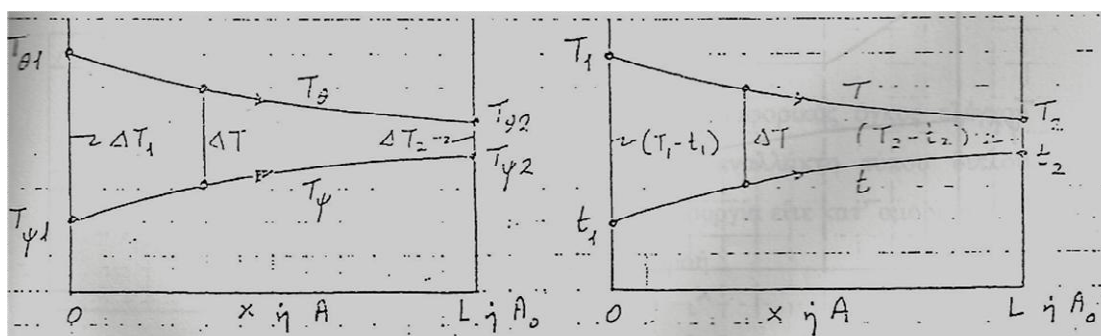
t =θερμοκρασία ψυχρού ρευστού

T_1 =θερμοκρασία εισόδου του θερμού ρευστού

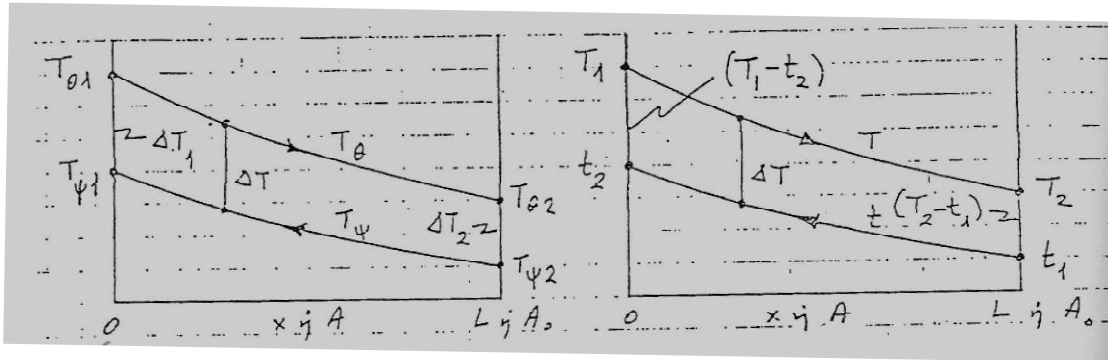
t_1 =θερμοκρασία εισόδου του ψυχρού ρευστού

T_2 =θερμοκρασία εξόδου του θερμού ρευστού

t_2 =θερμοκρασία εξόδου του ψυχρού ρευστού



Σχήμα 4.19 Θερμοκρασίες ρευμάτων σε εναλλάκτη διπλού αυλού που λειτουργεί κατ' ομορροή.

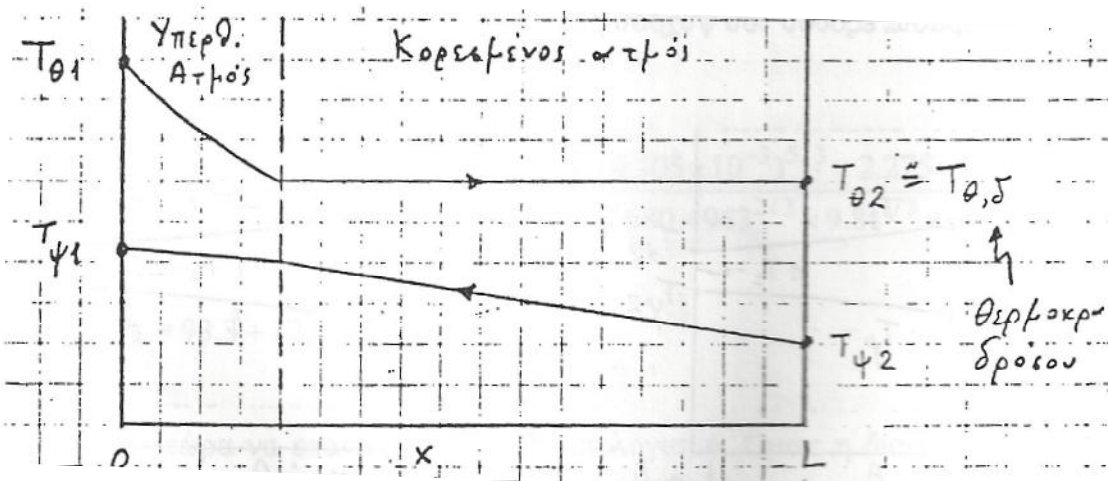


Οι αντίστοιχες κατανομές θερμοκρασιών για αντιρροή φαίνονται στο Σχήμα 4.20.

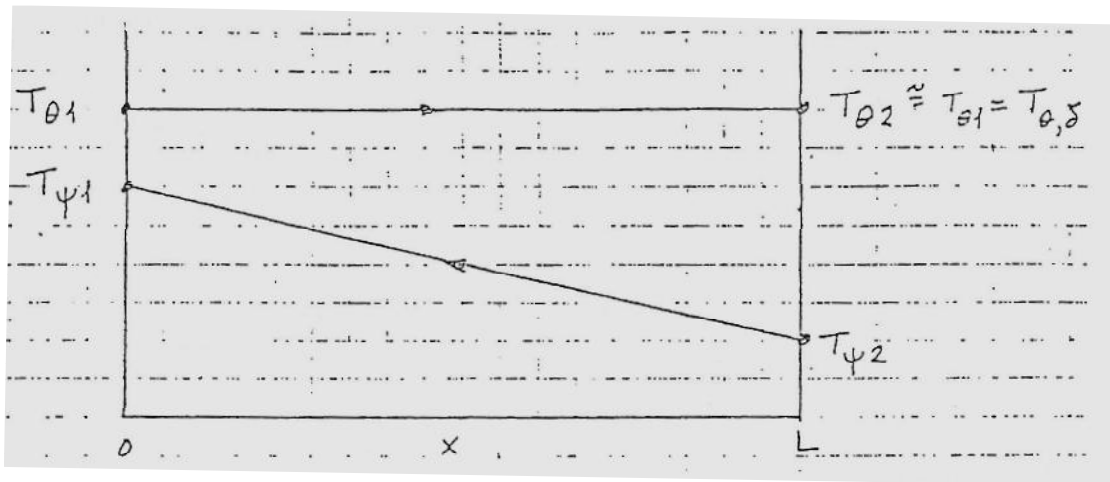
Σχήμα 4.20 Θερμοκρασίες ρευμάτων σε εναλλάκτη διπλού αυλού που λειτουργεί κατ' αντιρροή.

Βλέπουμε ότι στην περίπτωση αντιρροής η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δύο ρευμάτων ΔT είναι πιο ομοιόμορφη κατά μήκος του εναλλάκτη απ' ότι στην περίπτωση ομορροής. Επίσης, στην περίπτωση αντιρροής είναι δυνατόν να έχουμε $T_{\psi 1} > T_{\theta 2}$ ($t_2 > T_2$), ενώ στην περίπτωση ομορροής είναι πάντα $T_{\psi 2} < T_{\theta 2}$ ($t_2 < T_2$).

Αν το ένα από τα δύο ρευστά υπόκειται σε αλλαγή φάσεως, τότε η θερμοκρασία του παραμένει σταθερή είτε κατά μήκος μέρους του εναλλάκτη. Το Σχήμα 4.21 δείχνει την περίπτωση που το θερμό ρεύμα είναι υπέρθερμος ατμός που τελικά συμπυκνώνεται. Το Σχήμα 4.22 δείχνει την περίπτωση που το θερμό ρεύμα είναι κορεσμένος ατμός.



Σχήμα 4.21 Εναλλάκτης διπλού αυλού κατ' αντιρροή. Το θερμό ρεύμα είναι υπέρθερμος ατμός.



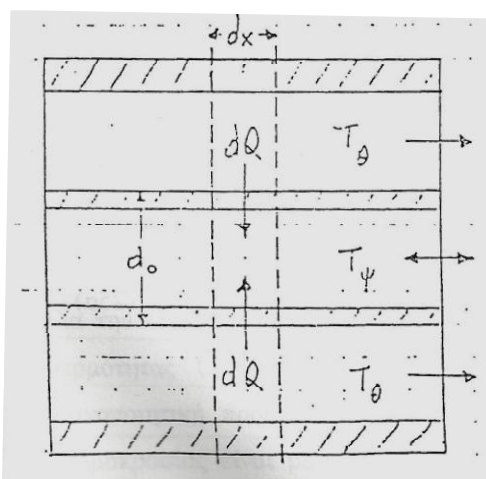
Σχήμα 4.22 Εναλλάκτης διπλού αυλού κατ' αντιρροή. Το θερμό ρεύμα είναι κορεσμένος ατμός.

4.4-2 Ανάλυση. Η Λογαριθμική Μέση Διαφορά Θερμοκρασίας

Ας θεωρήσουμε ένα διαφορικό μήκος dx του εναλλάκτη. Κατά μήκος αυτού του τμήματος του εναλλάκτη το ψυχρό ρεύμα κερδίζει ποσό θερμότητας $dQ_{\psi}(>0)$ ενώ το θερμό ρεύμα κερδίζει ποσό θερμότητας $dQ_{\theta}(<0)$. Υποθέτοντας αμελητέες απώλειες στο περιβάλλον έχουμε $dQ_{\psi} = -dQ_{\theta} = dQ$. Σαν συνέπεια αυτής της εναλλαγής, η θερμοκρασία του ψυχρού ρεύματος αλλάζει κατά $dT_{\psi}(>0)$ και η του θερμού ρεύματος κατά $dT_{\theta}(<0)$. Αν U_0 είναι ο ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας βασισμένος στην εξωτερική επιφάνεια του εσωτερικού αυλού, και αν dA είναι $dA = \pi d_0 dx$ όπου d_0

είναι εξωτερική διάμετρος του εσωτερικού αυλού, τότε

$$dQ = U_0(T_{\theta} - T_{\psi})dA = U_0 \Delta T dA$$



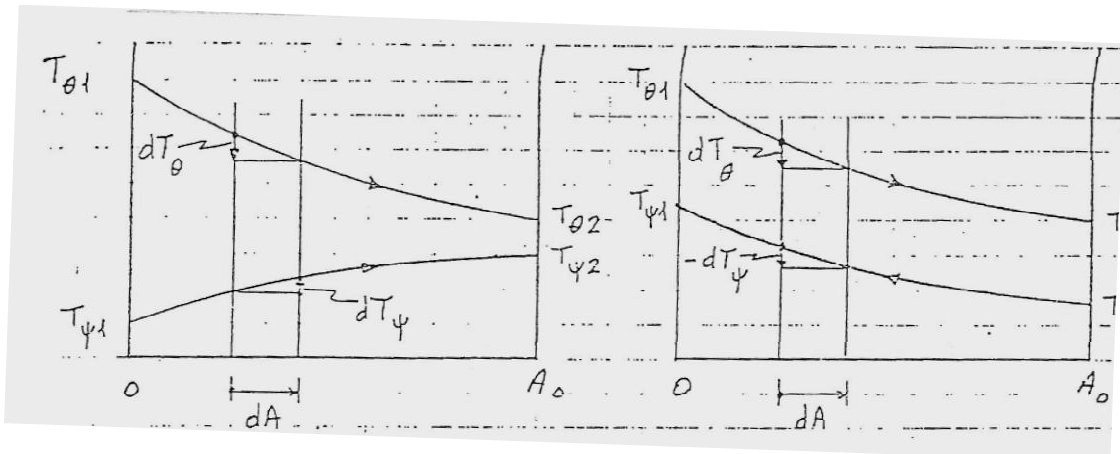
Σχήμα 4.23 Διαφορικός όγκος ελέγχου κατά μήκος εναλλάκτη τύπου διπλού αυλού. Λειτουργία είτε κατ' ομορροή είτε κατ' αντιρροή.

Εξάλλου έχουμε

$$-dQ = \dot{m}_\theta c_{p,\theta} dT_\theta \quad (23\alpha)$$

$$dQ = \dot{m}_\psi c_{p,\psi} dT_\psi \quad (23\beta)$$

Οι σχέσεις αυτές ισχύουν τόσο για ομορροή όσο και γι' αντιρροή.



Σχήμα 4.24 Αλλαγές θερμοκρασίας κατά μήκος διαφορικού τμήματος του εναλλάκτη σε περίπτωση ομορροής και σε περίπτωση αντιρροής.

Λύνοντας τις Εξισ. (23α) και (23β) ως προς dT_θ και dT_ψ και αφαιρώντας παίρνουμε

$$d\Delta T = d(T_\theta - T_\psi) = dT_\theta - dT_\psi = -\left(\frac{1}{\dot{m}_\theta c_{p,\theta}} + \frac{1}{\dot{m}_\psi c_{p,\psi}}\right) dQ \quad (24)$$

Υποθέτοντας ότι $c_{p,\theta}$ και $c_{p,\psi}$ είναι ανεξάρτητα της θερμοκρασίας και ολοκληρώνοντας παίρνουμε

$$\int_{\Delta T_1}^{\Delta T_2} d\Delta T = -\left(\frac{1}{\dot{m}_\theta c_{p,\theta}} + \frac{1}{\dot{m}_\psi c_{p,\psi}}\right) \int_0^Q dQ$$

$$\text{ή} \quad \Delta T_1 - \Delta T_2 = \left(\frac{1}{\dot{m}_\theta c_{p,\theta}} + \frac{1}{\dot{m}_\psi c_{p,\psi}}\right) Q \quad (25\alpha)$$

$$\eta \left(\frac{1}{\dot{m}_\theta c_{p,\theta}} + \frac{1}{\dot{m}_\psi c_{p,\psi}} \right) = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{Q} \quad (25\beta)$$

Τώρα, από τις Εξισ. (22) και (24) παίρνουμε

$$dQ = - \frac{d\Delta T}{\left(\frac{1}{\dot{m}_\theta c_{p,\theta}} + \frac{1}{\dot{m}_\psi c_{p,\psi}} \right)} = U_0 \Delta T dA \quad (26\alpha)$$

$$\eta \left(- \frac{d\Delta T}{\Delta T} \right) = U_0 \left(\frac{1}{\dot{m}_\theta c_{p,\theta}} + \frac{1}{\dot{m}_\psi c_{p,\psi}} \right) dA \quad (26\beta)$$

Υποθέτοντας ότι το U_0 είναι ανεξάρτητο της θερμοκρασίας και ολοκληρώνοντας παίρνουμε

$$\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = U_0 \left(\frac{1}{\dot{m}_\theta c_{p,\theta}} + \frac{1}{\dot{m}_\psi c_{p,\psi}} \right) A_0 \quad (27)$$

όπου A_0 είναι η ολική εξωτερική επιφάνεια του εσωτερικού αυλού, δηλαδή $A_0 = \pi d_0 L$.

Υποκαθιστώντας την Εξισ. (25β) στην (27) και λύνοντας ως προς Q παίρνουμε

$$Q = U_0 A_0 \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)} \quad (28\alpha)$$

Ορίζουμε τη λογαριθμική μέση θερμοκρασία $\Delta T_{\ell m}$ ως

$$(\Delta T)_{\ell m} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)} \quad (29)$$

οπότε η Εξισ. (28α) γίνεται

$$Q = U_0 A_0 (\Delta T)_{\ell m} \quad (\text{ομορροή ή αντιρροή}) \quad (28\beta)$$

Για την εξαγωγή της Εξισ. (28) υποθέσαμε ότι ο ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας U_0 είναι σταθερός κατά μήκος του εναλλάκτη. Αυτό είναι μία ικανοποιητική προσέγγιση για μικρές αλλαγές θερμοκρασίας. Όταν οι αλλαγές θερμοκρασίας είναι μεγάλες, η τιμή του U_0 αλλάζει με τη θερμοκρασία σημαντικά και δεν μπορεί να θεωρηθεί σταθερή. Ο Colburn απέδειξε ότι σ' αυτές τις περιπτώσεις ένας πιο ακριβής υπολογισμός γίνεται βάσει της σχέσεως

$$Q = A_0 \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}} \quad (30)$$

όπου

U_1 =τιμή του U_0 στην είσοδο του θερμού ρευστού,

U_2 =τιμή του U_0 στην έξοδο του θερμού ρευστού