ΠΡΟΗΓΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ

Ενότητα 3: Συστήματα Αυτόματου Ελέγχου

Διδάσκων: Γεώργιος Στεφανίδης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Σκοποί ενότητας

Στην ενότητα αυτή θα ασχοληθούμε με τα Συστήματα Αυτόματου Ελέγχου. Σκοπός μας είναι η κατανόηση της έννοιας των Συστημάτων Αυτόματου Ελέγχου, της βασικής δομής τους και των διάφορων ειδών. Επίσης, θα έρθουμε σε επαφή με τα πιθανά είδη ελέγχου, τα σφάλματα στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας (SS) και τους τρόπους διέγερσης ενός τέτοιου συστήματος.

Σύστημα Αυτόματου Ελέγχου - Ορισμός

Σύστημα αυτόματου ελέγχου ονομάζεται ένα σύνολο φυσικών ή τεχνητών στοιχείων τα οποία είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε να καθοδηγούν, ελέγχουν ή ρυθμίζουν τον εαυτό τους ή άλλα συστήματα ώστε να λειτουργούν με ένα προκαθορισμένο τρόπο.

Σύστημα Αυτόματου Ελέγχου - Βασική Δομή

Τα τρία βασικά μέρη ενός συστήματος αυτόματου ελέγχου είναι:

- Η Είσοδος
- Η Έξοδος
- Το σύστημα μεταφοράς

Είσοδος

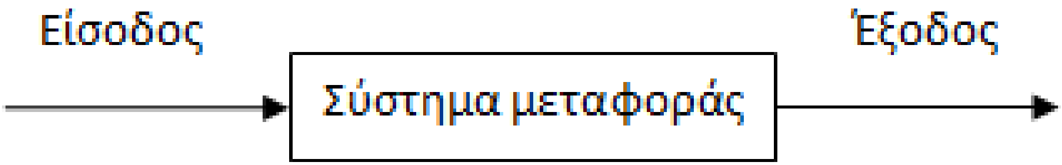
Είσοδος σε ένα σύστημα αυτόματου ελέγχου είναι μια διέγερση, εντολή ή αιτία η οποία εφαρμόζεται στο σύστημα από εξωτερική πηγή ώστε να επιτελεστεί το ζητούμενο έργο.

Έξοδος

Έξοδος σε ένα σύστημα αυτόματου ελέγχου είναι το πραγματικό αποτέλεσμα ή απόκριση η οποία προκύπτει από την εφαρμογή της εισόδου στο σύστημα.

Σύστημα μεταφοράς

Για την μελέτη ενός συστήματος χρειάζεται η μαθηματική μοντελοποίηση του (περιγραφή) που αποτελεί και το σύστημα μεταφοράς.



Απαραίτητη είναι η συνάρτηση μεταφοράς:

$$Κέρδος = Έξοδος/Είσοδος$$

Είδη Συστημάτων Αυτόματου Ελέγχου

Τα συστήματα αυτόματου ελέγχου διακρίνονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με το αν έχουν ανατροφοδότηση (feedback) ή όχι.

Συγκεκριμένα υπάρχουν:

- Τα ανοιχτά συστήματα ή συστήματα ανοιχτού βρόχου
- Τα κλειστά συστήματα ή συστήματα κλειστού βρόχου

Ανοιχτά Συστήματα ή Συστήματα Ανοιχτού Βρόχου

Ανοιχτό σύστημα ή σύστημα ανοιχτού βρόχου ονομάζεται το σύστημα στο οποίο η είσοδος δεν είναι συνάρτηση της εξόδου.

Επίσης, στο ανοιχτό σύστημα δεν υπάρχει ανατροφοδότηση, αλλά αντίθετα χρησιμοποιεί μία ενεργό συσκευή (που παράγει το σήμα εισόδου) για να ελέγξει απευθείας την διεργασία.

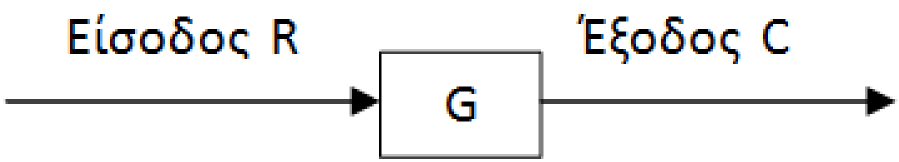
Χαρακτηριστικά Ανοιχτού Συστήματος

Τα κύρια χαρακτηριστικά των ανοιχτών συστημάτων είναι:

- Πρόκειται για απλούστερα συστήματα σε σχέση με τα κλειστά.
- Η ακρίβεια τους εξαρτάται από τη ρύθμιση διαφόρων στοιχείων.
- Δεν παρουσιάζουν προβλήματα αστάθειας.

Δομικό Διάγραμμα και Συνάρτηση Κέρδους Ανοιχτού Συστήματος

Δομικό Διάγραμμα Ανοιχτού Συστήματος Ελέγχου:



Κέρδος Ανοιχτού Συστήματος Ελέγχου:

$$G(s) = {C(s)}/{R(s)}$$

Κλειστά Συστήματα ή Συστήματα Κλειστού Βρόχου

Κλειστό σύστημα ή σύστημα κλειστού βρόχου ονομάζεται το σύστημα στο οποίο η είσοδος είναι συνάρτηση της εξόδου.

Ένα σύστημα κλειστού βρόγχου χρησιμοποιεί τη μέτρηση του σήματος εξόδου και την ανατροφοδοτεί για να συγκριθεί με το σήμα αναφοράς (είσοδος – επιθυμητή έξοδος).

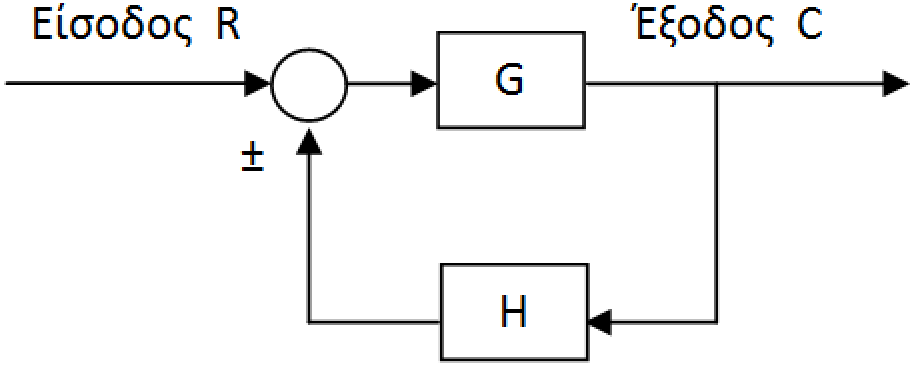
Χαρακτηριστικά Κλειστού Συστήματος

Τα κύρια χαρακτηριστικά των κλειστών συστημάτων είναι:

- Παρουσιάζουν αυξημένη σταθερότητα και μειωμένη ευαισθησία.
- Έχουν εύρος λειτουργίας.
- Έχουν μεγάλη ακρίβεια.
- Είναι πιο πολύπλοκα από τα ανοιχτά.

Δομικό Διάγραμμα Κλειστού Συστήματος

Δομικό Διάγραμμα Κλειστού Συστήματος Ελέγχου:



H: είναι η **ανάδραση**, δηλαδή ο μετατροπέας που μεταφράζει την έξοδο σε μέτρα και σταθμά που ανταποκρίνονται στις δυνατότητες του συστήματος. Επίσης ελέγχει και μας βοηθά να κρατήσουμε το λάθος μικρό.

Συνάρτηση Κέρδους Κλειστού Συστήματος

Κέρδος Κλειστού Συστήματος Ελέγχου:

$$G_{o\lambda}(s) = {C(s)}/{R(s)} = {G(s)}/{1 + G(s)H(s)} \qquad (1)$$

Για μοναδιαία ανάδραση:

$$\boldsymbol{H = 1} \rightarrow G_{o\lambda}(s) = {G(s)}/{1 + G(s)} \qquad (2)$$

Σημασία Κλειστών Συστημάτων

Γενικά προτιμάμε τα κλειστά συστήματα σε σχέση με τα ανοιχτά.

Βασικός λόγος είναι ότι πάντα το σύστημα μας θέλουμε να οδηγείται προς την εξισορρόπηση και ποτέ προς την καταστροφή.

Έτσι στο κλειστό σύστημα αν το $G \rightarrow \infty$, τότε θέλουμε το κέρδος να είναι ελέγξιμο.

Κέρδος σε Κλειστό Σύστημα

Από τη σχέση 2 προκύπτει το κέρδος είναι ίσο με 1:

$$Κέρδος = \frac{G}{1+G} = \frac{G/G}{1/G + G/G} = \frac{1}{1/G + 1} \xrightarrow[G\to\infty]{} 1$$

Πράγματι δηλαδή σε ένα κλειστό σύστημα όταν αυτό τείνει στο άπειρο, το κέρδος είναι ελέγξιμο.

Διάφορες περιπτώσεις Ανάδρασης

Αν χαλάσει η ανάδραση: $H = 0$, τότε από τη σχέση 1 πάντα καταλήγουμε στο G, δηλαδή έχουμε ανοιχτό σύστημα.

Αν χαλάσει η ανάδραση: $H = \infty$, τότε από τη σχέση 1 πάντα καταλήγουμε στο 0, δηλαδή το σύστημα μας δε «σκάει».

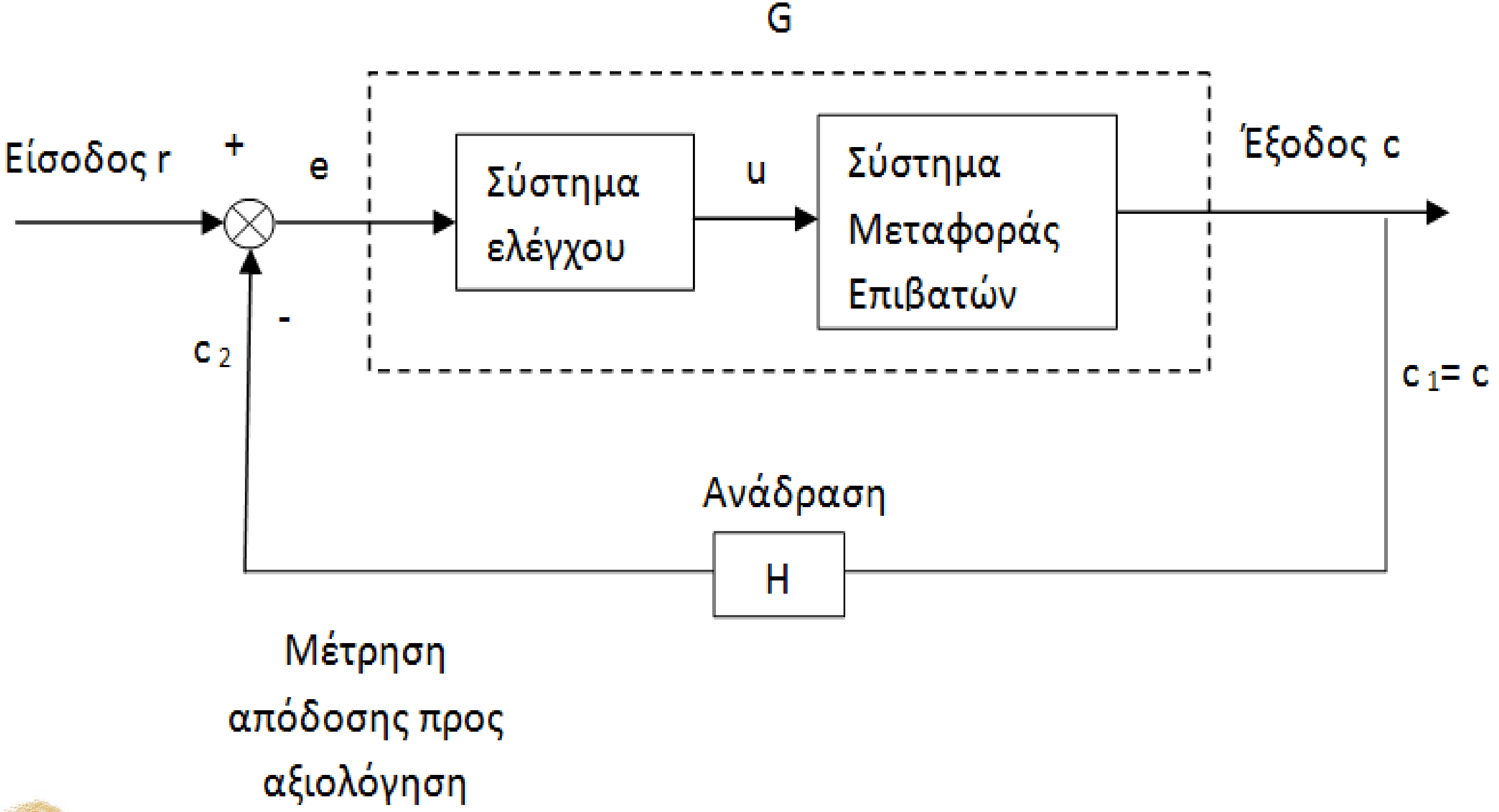
Αν το σύστημα δεν έχει ανάδραση και το $G \to \infty$, τότε το σύστημα «σκάει», είναι δηλαδή εκτός ελέγχου.

Σύστημα Μεταφοράς Επιβατών

Για να καταλάβουμε καλύτερα τη δομή και τη λειτουργία ενός συστήματος ελέγχου θα επικεντρωθούμε σε ένα σύστημα μεταφοράς επιβατών με x να συμβολίζεται η επιβατική ζήτηση.

Το σύστημα αυτό παρουσιάζεται στο ακόλουθο διάγραμμα.

Διάγραμμα Συστήματος Μεταφοράς Επιβατών



Σύμβολα Διαγράμματος [1/2]

Τα σύμβολα που υπάρχουν στο διάγραμμα είναι τα ακόλουθα

r: Επιθυμητή απόδοση (είσοδος αναφοράς)

c: Διάνυσμα μέτρησης εξόδου

u: Μεταβλητή ελέγχου; π.χ. $\frac{\Delta F}{F}$ όπου F η συχνότητα δρομολογίων, επιβολή ταχύτητας, σηματοδότηση, απαγόρευση αλλαγής λωρίδας, διαγράμμιση)

Σύμβολα Διαγράμματος [2/2]

e: Σφάλμα. Αν η έξοδος ταυτίζεται με την επιθυμητή απόδοση, τότε το σφάλμα είναι 0.

H: Ανάδραση. Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, η ανάδραση είναι ο μετατροπέας που μεταφράζει το διάνυσμα εξόδου c_1 σε μέτρα και σταθμά που να ανταποκρίνονται στις δυνατότητες του συστήματος. Έτσι μετά την ανάδραση προκύπτει το διάνυσμα c_2.

Επεξήγηση Διαγράμματος

Ότι προκύπτει σαν έξοδος (μετά από κάθε «κουτί» στο διάγραμμα), ισούται με το γινόμενο της εισόδου με ότι υπάρχει μέσα στο κουτί. Έτσι προκύπτουν:

$$c_2 = c * H = c_1 * H \quad , \quad \text{αφού } c = c_1 \tag{3}$$

$$c = e * G \tag{4}$$

Επίσης για το σφάλμα ισχύει:

$$e = r - c_2 \tag{5}$$

Σήμα Εισόδου

Σε ένα Σύστημα Αυτομάτου Ελέγχου Κλειστού Βρόγχου εισάγεται η επιθυμητή απόδοση r, η οποία μπορεί ή όχι να μεταβάλλεται κατά την διάρκεια λειτουργίας του συστήματος. Χρησιμοποιείται ένα σήμα το οποίο προέρχεται από την μέτρηση της πραγματικής εξόδου και το οποίο με την βοήθεια της ανάδρασης επιστρέφει στην είσοδο του συστήματος όπου συγκρίνεται με ένα σήμα αναφοράς που αντιστοιχεί στην επιθυμητή έξοδο.

Στρατηγική Ελέγχου

Στη συνέχεια ορίζεται μια στρατηγική ελέγχου V, για παράδειγμα η τοποθέτηση φωτεινής πινακίδας μεταβαλλόμενου μηνύματος στον αυτοκινητόδρομο.

Λαμβάνουμε έτσι τις νέες τιμές των μεταβλητών u, που εμπεριέχονται στην εξίσωσή μας, τις οποίες εισάγουμε στο σύστημα G που περιέχει την εξίσωση της πιθανότητας να πραγματοποιηθεί κάτι π.χ. ένα συμβάν.

Έξοδος και Σφάλμα

Έτσι προκύπτει η έξοδος $c=c_1$, που μέσω της ανάδρασης μετασχηματίζεται από το μετατροπέα H σε μέγεθος κατάλληλο c_2 ώστε να συγκριθεί με την επιθυμητή απόδοση r. Από τη σύγκριση αυτή προκύπτει μια διαφορά η οποία ονομάζεται σφάλμα $e = r-c_2$.

Μικρό Σφάλμα

Επιθυμούμε το σφάλμα να είναι μηδενικό ή να είναι πολύ μικρό και σταθερό, δηλαδή το λάθος να είναι ελέγξιμο ώστε το σύστημα να τείνει προς την ισορροπία.

Για να τείνει το λάθος στο μηδέν γίνονται διαδοχικές επαναλήψεις στο σύστημα μέσω της ανάδρασης.

Η χρήση της ανάδρασης κάνει το σύστημα σχετικά ανεπηρέαστο σε πιθανές εξωτερικές διαταραχές και εσωτερικές μεταβολές των παραμέτρων του συστήματος.

Ευστάθεια Κλειστού Συστήματος

Η επίτευξη της ευστάθειας του κλειστού συστήματος αποτελεί ένα πρόβλημα λόγω της συνεχούς διόρθωσης των λαθών που δημιουργούνται στο σύστημα με άμεση συνέπεια την δημιουργία ταλαντώσεων σταθερού ή μεταβαλλόμενου πλάτους.

Είδη Ελέγχου

Τα είδη ελέγχου που θα εξεταστούν στη συνέχεια είναι:

- Αναλογικός έλεγχος
- Έλεγχος με παράγωγο
- Έλεγχος με ολοκλήρωμα

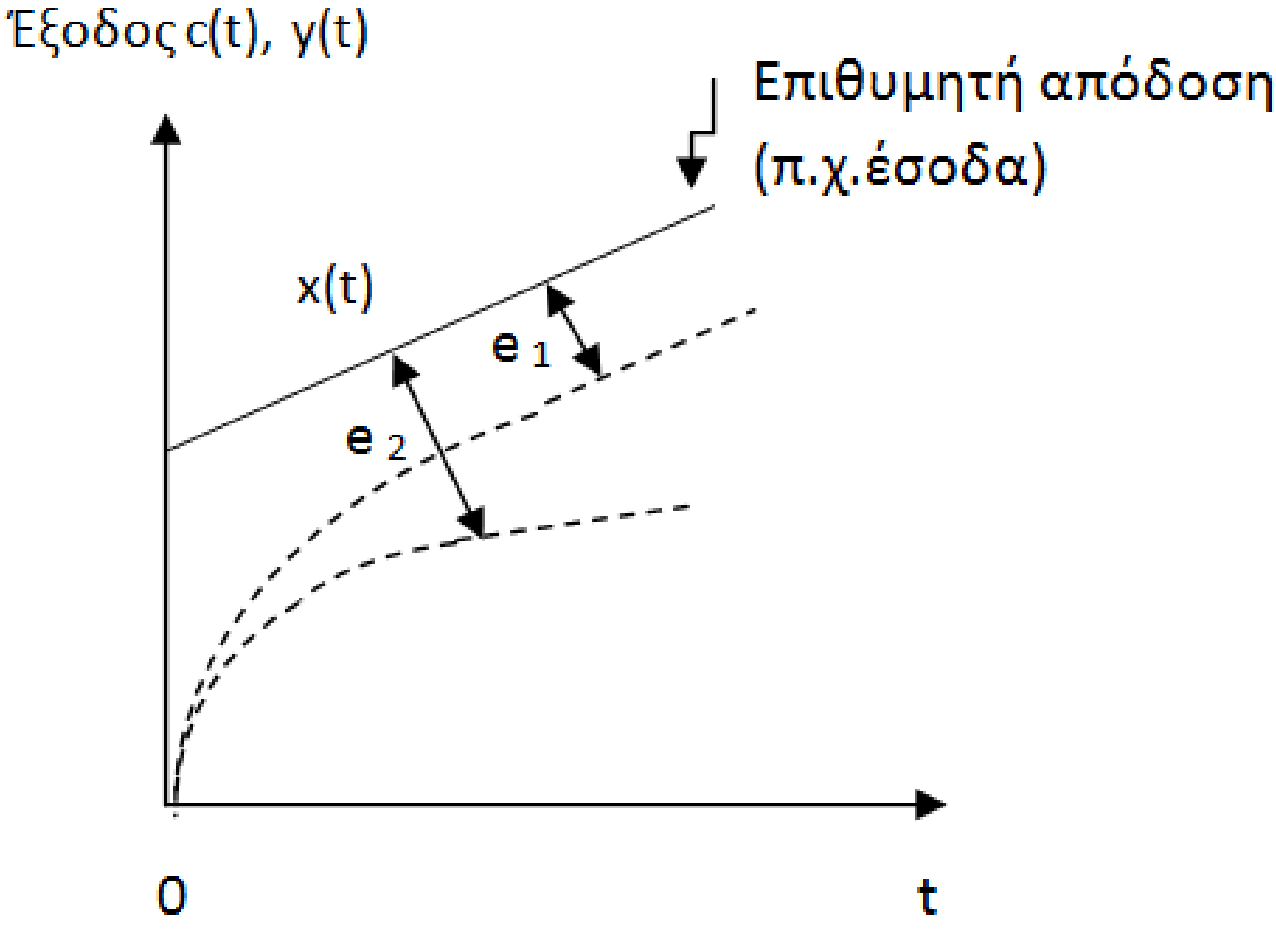
Αναλογικός Έλεγχος [1/3]

Αναλογικός έλεγχος: αν προκύψει σφάλμα, εισάγουμε στο σύστημα κάτι που είναι ανάλογο του σφάλματος, δηλαδή αν έχουμε μικρό σφάλμα, θα έχουμε και μικρή αντίδραση.

Ισχύει: $\boldsymbol{u = k_1 * \sigma\varphi\acute{\alpha}\lambda\mu\alpha}$

Για ορισμένες τιμές του συστήματος και του ελέγχου, το σφάλμα ποτέ δε μηδενίζεται ή τείνει προς το άπειρο.

Αναλογικός Έλεγχος [2/3]



Αναλογικός Έλεγχος [3/3]

Θέλουμε το x(t) να ταυτιστεί με τον άξονα y(t).

Έχουμε ένα σύστημα που αντιδρά όπως μία από τις διακεκομμένες γραμμές του παραπάνω διαγράμματος.

Αν έχουμε το σύστημα 1, αυτό πλησιάζει την επιθυμητή απόδοση όμως έχει σταθερό σφάλμα e_1 .

Αν έχουμε το σύστημα 2, αυτό τείνει σε μια τιμή ισορροπίας, όμως το σφάλμα e_2 συνεχώς αυξάνεται.

Εμφανίζεται σφάλμα πιθανόν επειδή ο διαχειριστής αντιδρά μόνον αφού φανεί το σφάλμα. Μια δυνατή λύση είναι η δράση όταν το λάθος είναι έτοιμο να φανεί.

Έλεγχος με Παράγωγο [1/5]

Έλεγχος με παράγωγο: Δράση σε σχέση με την παράγωγο → συγκρίνουμε με την προηγούμενη μέτρηση και δρούμε ανάλογα με τη διαφορά

Ισχύει:

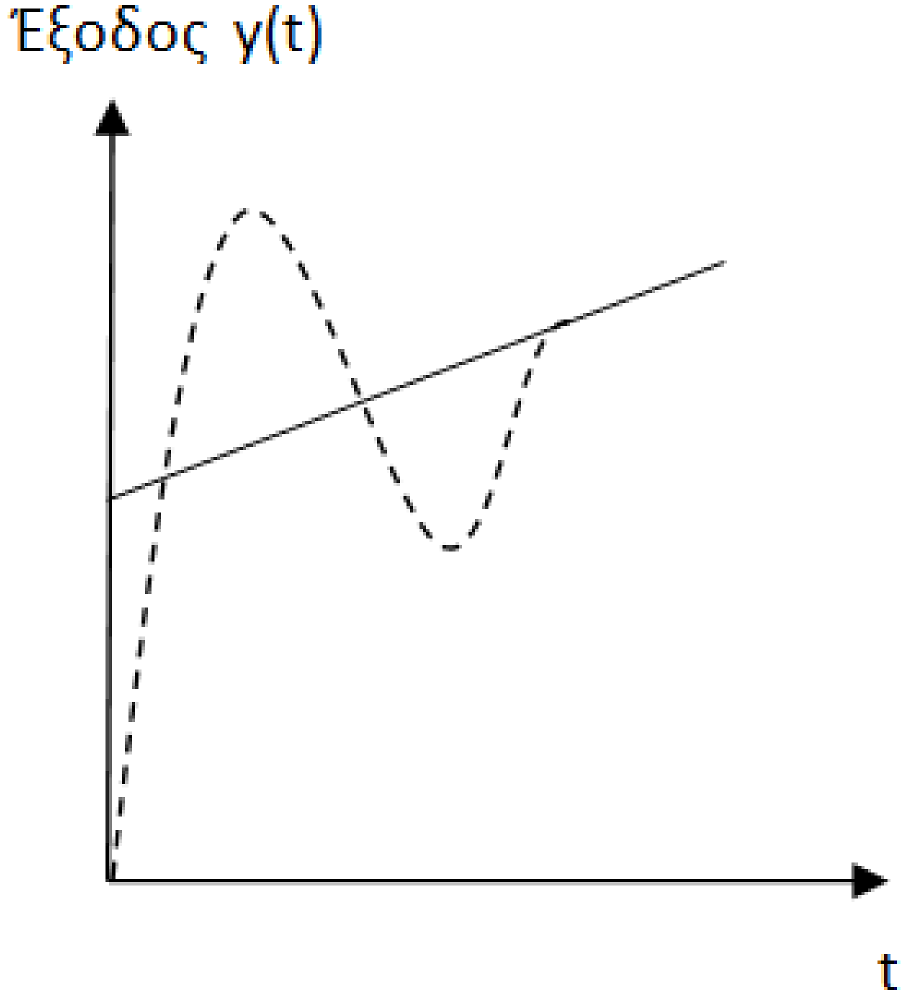
$$u = k_1 * σφάλμα + k_2 * \frac{d}{dt}(σφάλμα)$$

Έλεγχος με Παράγωγο [2/5]

Πρέπει να κρατάμε την προηγούμενη μέτρηση, ώστε να μπορούμε να κάνουμε σύγκριση με την επόμενη και να είμαστε σε θέση να προβλέψουμε. Έτσι όμως διπλασιάζεται το κόστος.

Αναμένεται ότι με αυτή τη μέθοδο η ταχύτητα δράσης θα είναι μεγαλύτερη. Εξ’ αιτίας της μεγάλης ταχύτητας δράσης, κάνει «overshoot» και μετά φτάνει στο στόχο, όπως φαίνεται στο ακόλουθο διάγραμμα.

Έλεγχος με Παράγωγο [3/5]



Έλεγχος με Παράγωγο [4/5]

Πλεονέκτημα: Δρα ταχύτερα από τον αναλογικό έλεγχο

Μειονέκτημα: Δεν είναι σταθερός.

Για παράδειγμα, αν τοποθετήσω μια πινακίδα μεταβλητών μηνυμάτων και δίνω οδηγίες αλλαγής πορείας στους χρήστες του οδικού δικτύου λόγω συμφόρησης, τότε όλοι οι χρήστες θα ακολουθήσουν τη νέα πορεία. Αυτό πιθανά θα οδηγήσει σε κυκλοφοριακή συμφόρηση στην προτεινόμενη πορεία. Πρέπει να γίνει υπολογισμός τι ποσοστό χρηστών πρέπει να ακολουθήσει τη νέα πορεία.

Έλεγχος με Παράγωγο [5/5]

Για να αντιμετωπιστεί το μειονέκτημα της παραγώγου, στον τύπο του υπάρχει και ο πρώτος όρος, αυτός του αναλογικού ελέγχου. Ποτέ δε χρησιμοποιούμε έλεγχο μόνο με παράγωγο, γιατί μπορεί το σύστημα να μη φτάσει ποτέ σε ισορροπία, ίσως μόνο τυχαία.

Έλεγχος με Ολοκλήρωμα [1/2]

Έλεγχος με ολοκλήρωμα: Το συνολικό σφάλμα ισούται με το άθροισμα των x τελευταίων μετρήσεων και γι’ αυτό υπολογίζεται ο μέσος όρος και τότε δρούμε

Ισχύει: $\boldsymbol{u = k_1 * \sigma\varphi\acute{\alpha}\lambda\mu\alpha + k_2 * \int(\sigma\varphi\acute{\alpha}\lambda\mu\alpha)dt}$

Παρατηρούμε ότι διατηρείται ο αναλογικός όρος.

Προκειμένου να υπολογιστεί το άθροισμα και να προκύψει ο μέσος όρος, ο έλεγχος χάνει σε ταχύτητα, αλλά κερδίζει σε ακρίβεια.

Έλεγχος με Ολοκλήρωμα [2/2]

Γενικός Τύπος Ελέγχου:

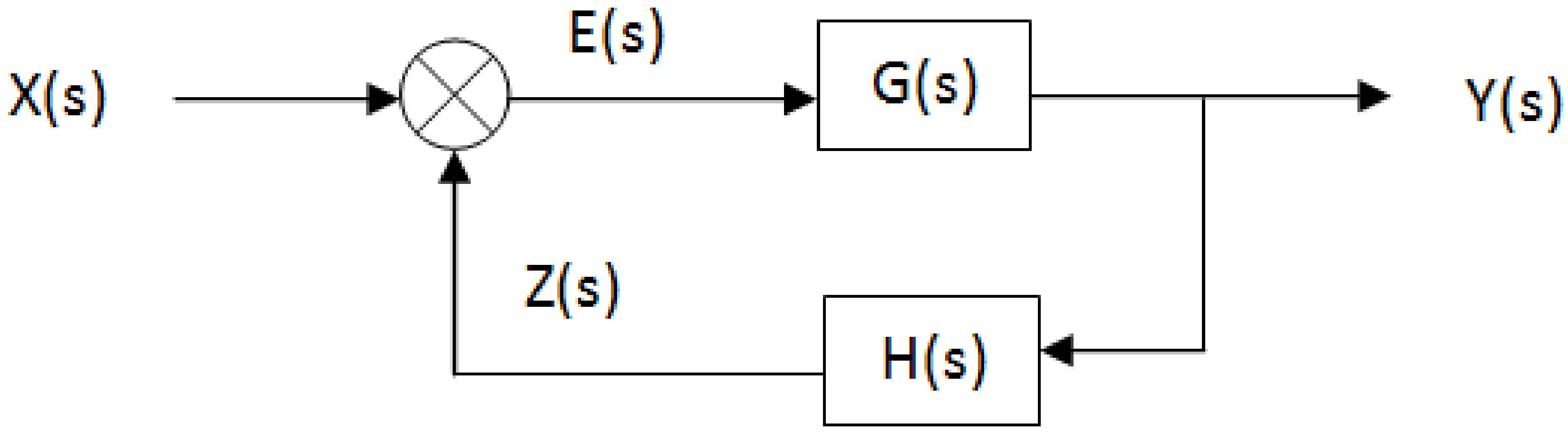
$$u = k_1 * σφάλμα + k_2 * \frac{d}{dt}(σφάλμα) + k_3 * \int (σφάλμα)\,dt$$

Ο τύπος αυτός προτιμάται έναντι των μεμονωμένων ελέγχων.

Για να επιτευχθεί βελτιωμένη απόδοση σε ένα σύστημα ελέγχου, πρέπει οι αλλαγές να λαμβάνονται υπόψη πριν παρατηρηθούν, ελέγχοντας πάντοτε τα δεδομένα, τις μετρήσεις και τις παραδοχές.

Σφάλματα στη Μόνιμη Κατάσταση Λειτουργίας (SS) και τρόποι Διέγερσης

Στην ενότητα αυτή ξανασχεδιάζουμε το διάγραμμα του συστήματος μας αλλάζοντας κάποιους από τους συμβολισμούς αλλά χωρίς να αλλάζουν οι έννοιες.



Ισχύει: $E(s) = X(s) - H(s) * Y(s)$

Συνάρτηση Μεταφοράς Σφάλματος

Συνάρτηση Μεταφοράς Σφάλματος ονομάζεται το πηλίκο $\frac{E(s)}{X(s)}$ και ισούται με:

$$\frac{E(s)}{X(s)} = 1 - H(s) * \frac{Y(s)}{X(s)} \Rightarrow \frac{E(s)}{X(s)} = \frac{1}{1+G(s)*H(s)} \qquad (6)$$

Για $H(s) = 1$ προκύπτει: $$\frac{E(s)}{X(s)} = \frac{1}{1+G(s)} \qquad (7)$$

Σφάλματα

Το σφάλμα $\boldsymbol{e(t)}$ θα έχει τη μορφή:

$$e(t) = x(t) - y(t) \quad (8)$$

Και για $H(s) = 1$: $e(t) = x(t) - z(t)$ (9)

Το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση (steady-state error)

συμβολίζεται με $e_{ss}(\mathrm{t})$ και ισούται με:

$$e_{ss}(\mathrm{t}) = \lim_{\mathrm{t}\to\infty} \mathrm{e(t)} = \lim_{\mathrm{s}\to 0} \mathrm{s\,E(s)} \overset{7}{\Rightarrow} e_{ss}(\mathrm{t}) = \lim \frac{\mathrm{s\,X(s)}}{1+\mathrm{G(s)H(s)}} \quad (10)$$

Αρχική τιμή G(s)H(s) [1/2]

Αρχική τιμή του $G(s)H(s)$:

$$G(s)H(s) = \frac{K\,(1+s*T_a)(1+s*T_b)\ldots(1+s*T_m)}{S^N\,(1+s*T_1)(1+s*T_2)\ldots(1+s*T_n)} \qquad (11)$$

$-\frac{1}{T_a}, \ldots, -\frac{1}{T_m}$: Μηδενικά Συνάρτησης Μεταφοράς

$\rightarrow$ Γι’ αυτές τις τιμές το σύστημα μηδενίζεται.

Αρχική τιμή G(s)H(s) [2/2]

$-\frac{1}{T_1}, \ldots, -\frac{1}{T_n}$: Πόλοι Συνάρτησης Μεταφοράς

$\rightarrow$ Γι' αυτές τις τιμές το σύστημα απειρίζεται.

N: Ο τύπος του συστήματος και ο βαθμός

πολλαπλότητας πόλου που βρίσκεται στην αρχή των αξόνων

K: Το κέρδος.

Παράδειγμα

Έχουμε $\mathrm{G(s)\,H(s)} = \dfrac{30\ s\ (1+5s)}{s^3\ (20s+4)(s^2+3s+5)} = \dfrac{30\ (1+5s)}{s^2\ (20s+4)(s^2+3s+5)}$.

Ισχύει ότι $T_a = -\dfrac{1}{5},\ T_1 = -\dfrac{1}{5}, N = 2$

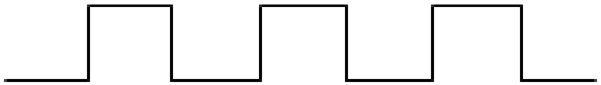
Σφάλμα ανάλογα με την Είσοδο Διέγερσης

Στη συνέχεια δίνονται οι τύποι υπολογισμού του σφάλματος για τρεις διαφορετικές εισόδους διέγερσης:

- Βηματική Είσοδος
- Αναρριχητική Είσοδος
- Παραβολική Είσοδος

Βηματική Είσοδος

Βηματική Είσοδος $x(t) = A * u(t)$

Η βηματική συνάρτηση: 

Μπορεί να αναφέρεται στην περιγραφή των φαναριών, όπου η ροή για μια χρονική περίοδο είναι ίση με το 0 και για την επόμενη χρονική περίοδο είναι ίση με την ικανότητα.

Μόνιμο Σφάλμα Θέσης

Το μόνιμο σφάλμα θέσης $e_{ss}(\mathrm{t})$ ορίζεται ως εξής :

$$e_{ss}(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{A}}{1+\lim_{s\to0}\mathrm{G(s)H(s)}} = \frac{\mathrm{A}}{1+\mathrm{k_p}}$$

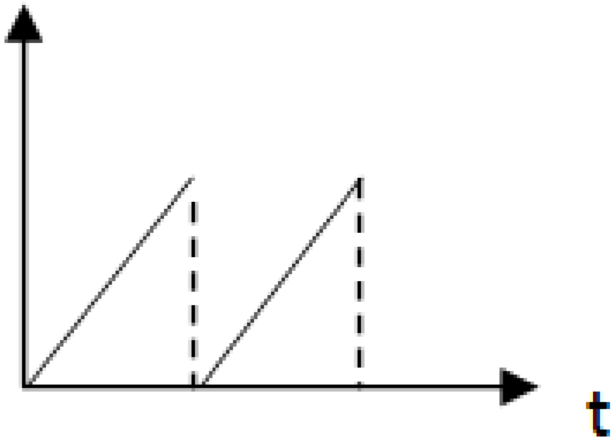
όπου $k_p = \lim_{s\to0}\mathrm{G(s)H(s)}$ και ονομάζεται

σταθερά σφάλματος θέσης.

Αναρριχητική Είσοδος

Αναρριχητική Είσοδος $x(t) = A * t$

Η αναρριχητική συνάρτηση:



Ταιριάζει σε συστήματα που με το άνοιγμα του συστήματος κάτι ξεκινάει να αυξάνεται.

Μόνιμο Σφάλμα Ταχύτητας

Το μόνιμο σφάλμα ταχύτητας $e_{ss}(\mathrm{t})$ ορίζεται ως εξής :

$$e_{ss}(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{A}}{\lim_{s \to 0} s\, \mathrm{G(s)H(s)}} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{k_v}}$$

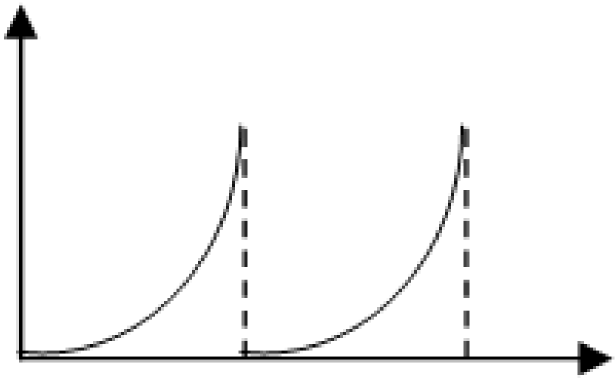
όπου $k_v = \lim_{s \to 0} \mathrm{s\, G(s)H(s)}$ και ονομάζεται

σταθερά σφάλματος ταχύτητας.

Παραβολική Είσοδος

Παραβολική Είσοδος $x(t) = \frac{1}{2} A * t^2$

Η παραβολική συνάρτηση:



Ταιριάζει σε μεγέθη που αυξάνουν, όπως ο φόρτος μετά από το τέλος ενός αγώνα. Επειδή δεν έχει σταθερή κλίση, ούτε η ροή θα είναι σταθερή.

Μόνιμο Σφάλμα Επιτάχυνσης

Το μόνιμο σφάλμα επιτάχυνσης $e_{ss}(\mathrm{t})$ ορίζεται ως εξής :

$$e_{ss}(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{A}}{\lim_{s\to 0} s^2\ \mathrm{G(s)H(s)}} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{k}_\alpha}$$

όπου $k_\alpha = \lim_{s\to 0} \mathrm{s}^{2}\mathrm{G(s)H(s)}$ και ονομάζεται

σταθερά σφάλματος επιτάχυνσης.

Σταθερές Σφάλματος

Οι τρεις σταθερές σφάλματος χαρακτηρίζουν την ικανότητα του συστήματος ελέγχου να περιορίζει και να εξαλείφει το μόνιμο σφάλμα.

Επομένως είναι ενδεικτικές παράμετροι για την επίδοση του συστήματος στην Κατάσταση Μόνιμης Λειτουργίας (SS).

Βασικός σκοπός του συστήματος: Αν το σφάλμα ελέγχεται και περιορίζεται, ακόμα και αν δεν εξαλείφεται, είναι το ίδιο χρήσιμο.

Σφάλματα στη μόνιμη κατάσταση [1/2]

Τύπος Συστήματος	Είσοδος		
	Βηματική	Αναρρίχησης	Παραβολική
	Σφάλμα		
	Θέσης	Ταχύτητας	Επιτάχυνσης
0	$\frac{1}{1+k_p}$	∞	∞
1	0	$\frac{1}{k_v}$	∞
2	0	0	$\frac{1}{k_a}$
3	0	0	0

Σφάλματα στη μόνιμη κατάσταση [2/2]

Ο τύπος συστήματος 0 δεν έχει κανέναν ολοκληρωτή. Το καλύτερο όμως είναι να έχουμε έναν τουλάχιστον.

Ο πιο απλός ολοκληρωτής είναι να παίρνουμε τον μέσο όρο των προηγούμενων τιμών, αλλά έτσι το σύστημα μας δεν είναι αρκετά γρήγορο.

Άσκηση

Δίνεται ότι $G(s)\ H(s)\ = \dfrac{10}{s(1+0{,}25*s)*(1+0.3*s)}$

Να βρεθεί το μόνιμο σφάλμα $e_{ss\ (t\to\infty)}(\mathrm{t})$ όταν

έχουμε τις εξής εισόδους:

(α) $X(t) = \dfrac{10}{s}$

(β) $X(t) = \dfrac{10}{s^2}$

(γ) $X(t) = \dfrac{20}{s^3}$

Παράδειγμα Μοναδιαίας Βηματικής Απόκρισης [1/6]

Παράδειγμα απόκρισης στο χρόνο όταν $x(t) = u(t)$ & $X(S)\,\frac{1}{s}$

Έστω $Y(s) = \frac{1}{S*T+1}\,\frac{1}{S}$

Γενικά $\mathrm{G(s)H(s)} = \frac{\mathrm{K}\,(1+s*T_a)(1+s*T_b)\ldots(1+s*T_m)}{\mathrm{S^N}\,(1+s*T_1)(1+s*T_2)\ldots(1+s*T_n)} \Rightarrow$

εδώ έστω $\mathrm{G(s)H(s)} = \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{S^N}\,(1+S*T_1)}$ με $H = 1, K = 1, N = 0$

Παράδειγμα Μοναδιαίας Βηματικής Απόκρισης [2/6]

Διαφορική εξίσωση 1ου βαθμού:

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t) \xrightarrow{Laplace} STY + Y = X \Rightarrow$$

Κέρδος

$$(SY+1)Y = X \Rightarrow \frac{Y}{X} = \frac{1}{ST+1} = \frac{1/T}{S+1/T} = \frac{a}{S+a}$$

Παράδειγμα Μοναδιαίας Βηματικής Απόκρισης [3/6]

$$\frac{y}{x} = \frac{G}{1+GH} \xRightarrow{H=1} \frac{y}{x} = \frac{G}{1+G} = \frac{G}{1+\frac{1}{G}} \Rightarrow \frac{1}{G} = ST \Rightarrow G = \frac{1}{ST}$$

Άρα $G(S) = \frac{1}{ST}$ & $H(S) = 1$

Παράδειγμα Μοναδιαίας Βηματικής Απόκρισης [4/6]

Με αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace έχουμε:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[\frac{a_1}{S} + \frac{a_2}{ST+1}]$$

$$a_1 = \lim_{S\to 0} \frac{1}{1+ST} = 1$$

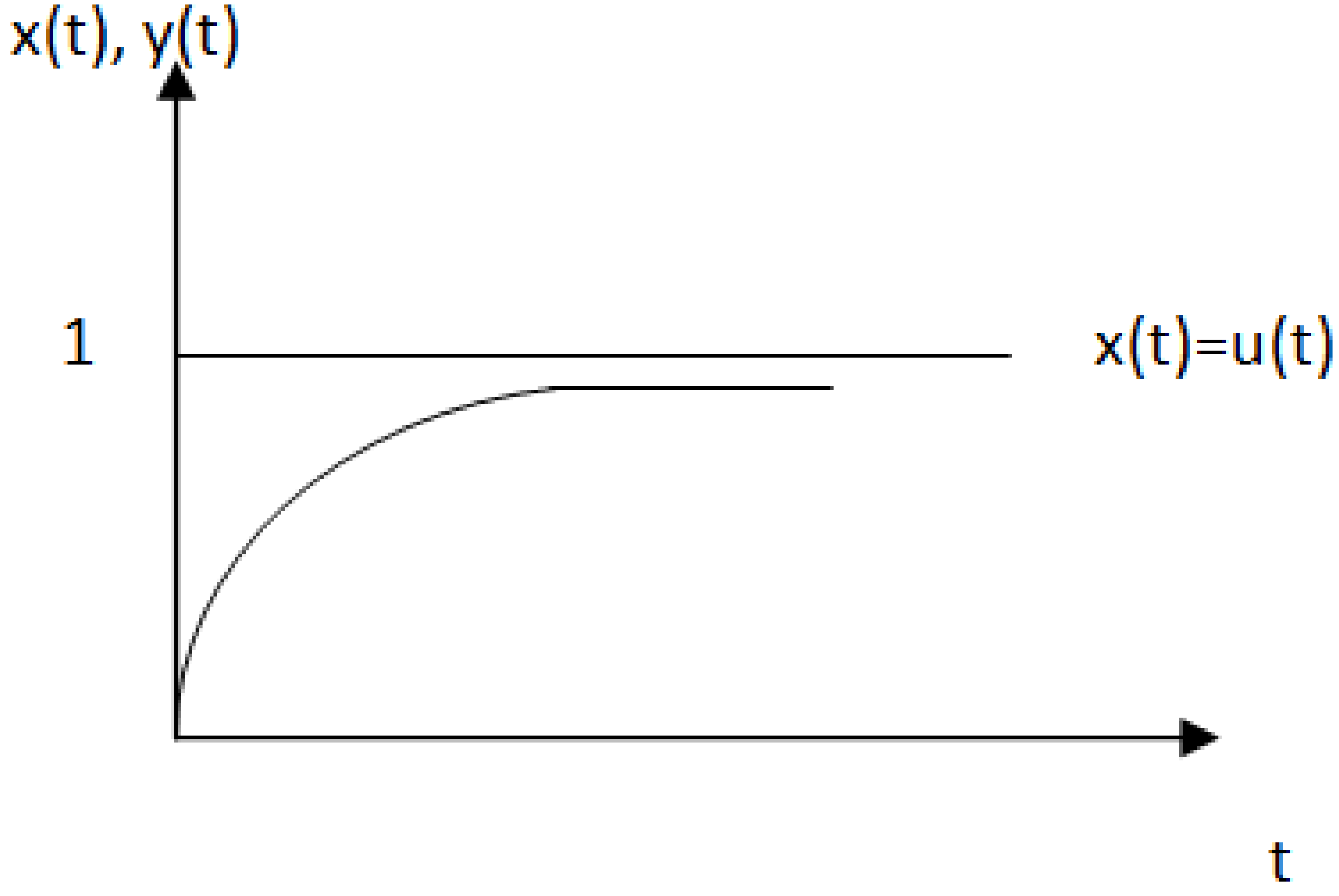
Παράδειγμα Μοναδιαίας Βηματικής Απόκρισης [5/6]

$$a_2 = \lim_{S \to -\frac{1}{T}} \frac{1}{S} = -T$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{S} + \frac{-T}{ST+1}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{S} - \frac{1}{S + \frac{1}{T}}\right] \Rightarrow$$

$$y(t) = 1 - e^{-t/T}$$

Παράδειγμα Μοναδιαίας Βηματικής Απόκρισης [6/6]



Παράδειγμα [1/5]

Έστω η απλοποίηση της συνάρτησης φόρτου :

$q_{out} = 800 + 40\rho$ και

της κυκλοφοριακής συνάρτησης

$q = A\int_0^t \rho(t)dt \Rightarrow Q = A\frac{1}{S}P(S)$

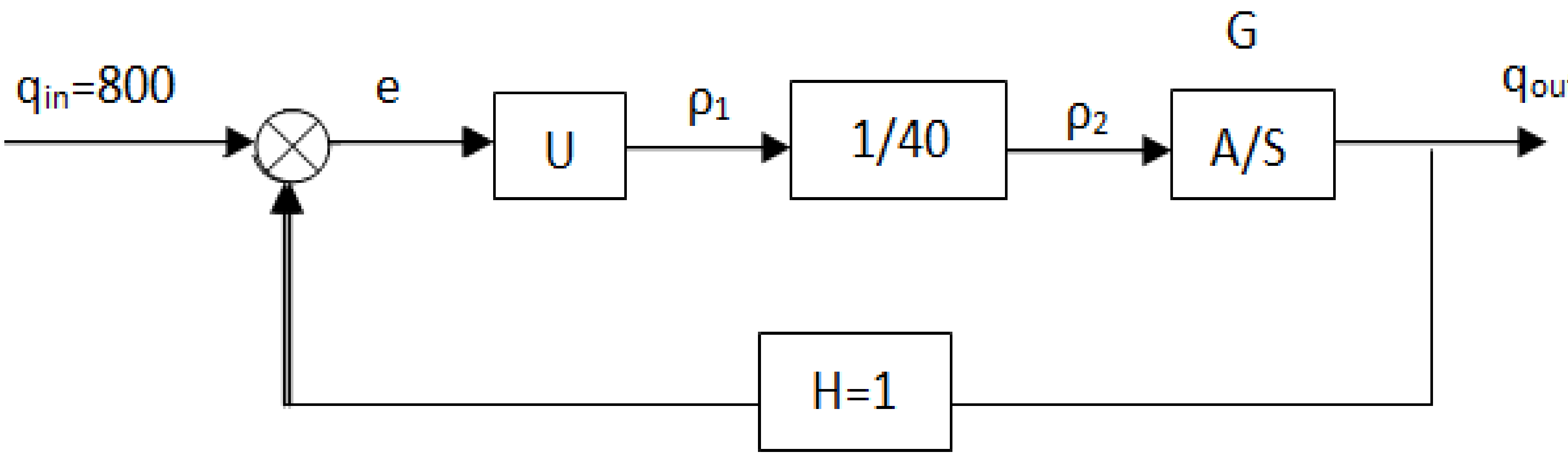
Να γίνει έλεγχος του συστήματος για να επιτευχθεί η επιθυμητή τιμή του φόρτου.

Παράδειγμα [2/5]

Η επιθυμητή τιμή του φόρτου είναι 800.

<u>**Βήματα επίλυσης:**</u>

1. *Κάνω στο διάγραμμα του συστήματος*



Παράδειγμα [3/5]

2. Βρίσκω την επιθυμητή απόδοση
3. Κοιτάω ποια είναι η έξοδος που μας δίνεται από την εξίσωση
4. Περιγράφω την εξίσωσή μας στο Laplace σαν να μην υπάρχει κάτι άλλο στο σύστημά μας
5. Μου έχει δοθεί μια συνάρτηση η οποία δεν έχει έλεγχο (χωρίς το U), άρα πρέπει να την αλλάξουμε ώστε να υπάρχει και στη συνάρτηση του συστήματος, δηλαδή

$$q_{out} = 800 + 40\rho(U), \text{δηλαδή } \rho = \rho(U)$$

Παράδειγμα [4/5]

Θέτουμε $\rho(U) = -\frac{\rho}{U}$, οπότε έχουμε

$$\rho = (800 - q_{out})\frac{U}{40}$$

$$\rho = (q_{in} - q_{out})\frac{U}{40}$$

$$\rho_1 = (q_{in} - q_{out})U$$

Παράδειγμα [5/5]

Κέρδος $\frac{Q_{out}}{Q_{in}} = \frac{G}{1+G} = \frac{AU/_{40S}}{1+AU/_{40S}} =$

$$\frac{AU}{AU+40S} = \frac{1}{1+40S/_{AU}} = \frac{AU/_{40}}{S+AU/_{40}}$$

όπου $T = \ \chi\rho o\nu\iota\kappa\acute{\eta}\ \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}\ = \frac{40}{AU}$

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0 και δεν έχουν προηγηθεί άλλες εκδόσεις.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Πολυτεχνική Σχολή, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Διδάσκων: Γεώργιος Στεφανίδης. «Προηγμένα Συστήματα Μεταφορών. Ενότητα 3: Συστήματα Αυτόματου Ελέγχου». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: https://eclass.upatras.gr/courses/CIV1699

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.