



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

# Ανάλυση και Σχεδιασμός Μεταφορών Ι Ανάλυση Διακριτών Επιλογών

Παναγιώτης Παπαντωνίου  
Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, Συγκοινωνιολόγος

Πάτρα, 2017

- Αθροιστικά μοντέλα
- Εξατομικευμένα μοντέλα
- Μοντέλα Διακριτών Μεταβλητών
- Θεωρία Μεγιστοποίησης της ωφέλειας
- Μοντέλα στοχαστικής ωφέλειας
- Πολυωνυμικό μοντέλο Logit
- Δυαδικό Μοντέλο Logit



# Εισαγωγή

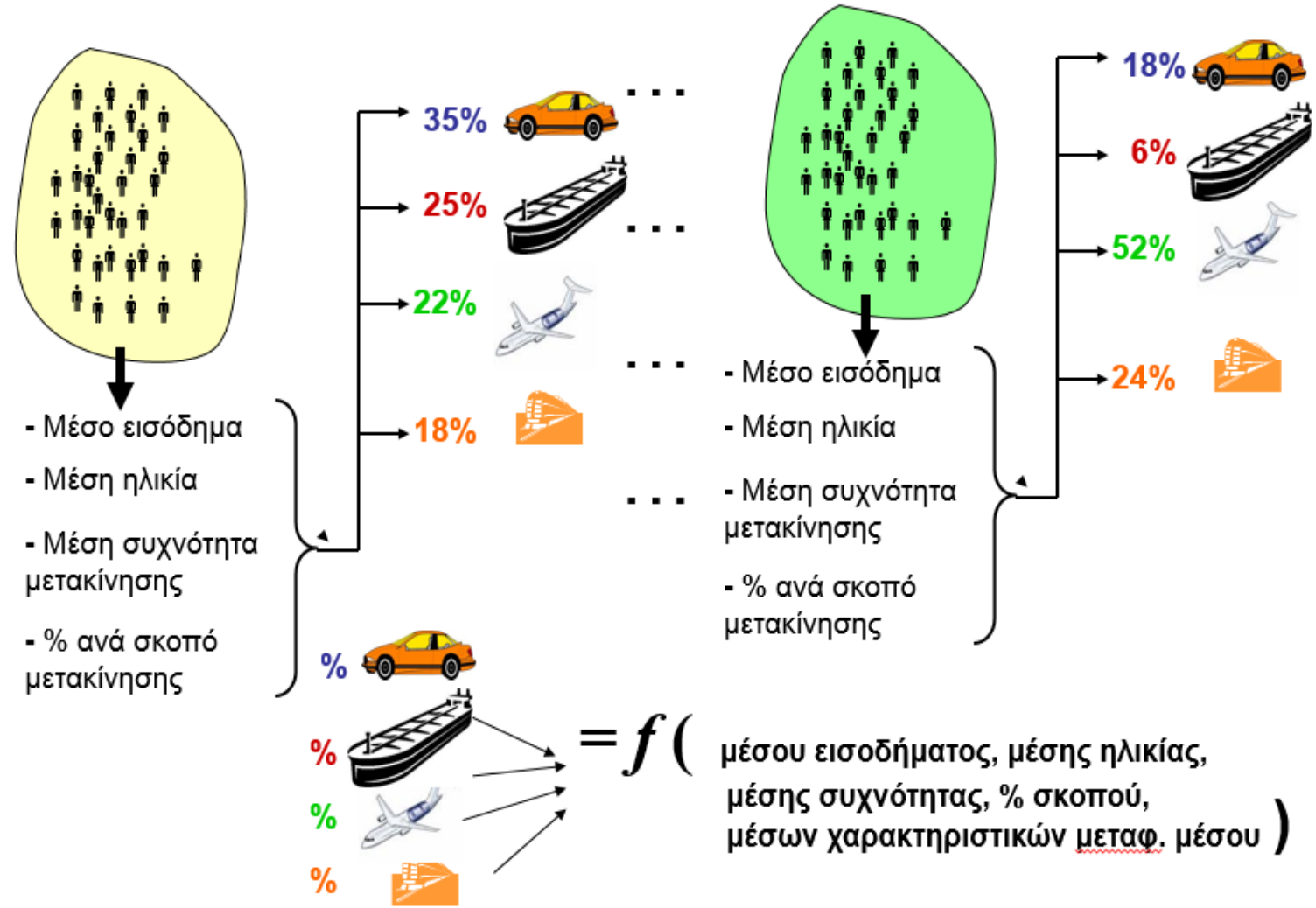
- **Αθροιστικά μοντέλα (Aggregate models)**  
Ανάλυση κατά ζώνη
  - πόσες μετακινήσεις ξεκινούν από κάθε ζώνη?
  - πόσες μετακινήσεις καταλήγουν σε κάθε ζώνη?
- **Εξατομικευμένα μοντέλα (Disaggregate models)**  
Ανάλυση κατά άτομο / νοικοκυριό
  - πόσες μετακινήσεις κάνει ένας μετακινούμενος / νοικοκυριό κατά την διάρκεια μιας μέσης εβδομάδας/ημέρας?



# Αθροιστικά μοντέλα

## Χαρακτηριστικά

- Λιγότερο λεπτομερή
- Αναλύουν την μέση συμπεριφορά
- Χαμηλότερη ακρίβεια πρόβλεψης
- Απαιτούμενα στοιχεία είναι πιο εύκολα διαθέσιμα
- Χαμηλότερο κόστος συλλογής στοιχείων

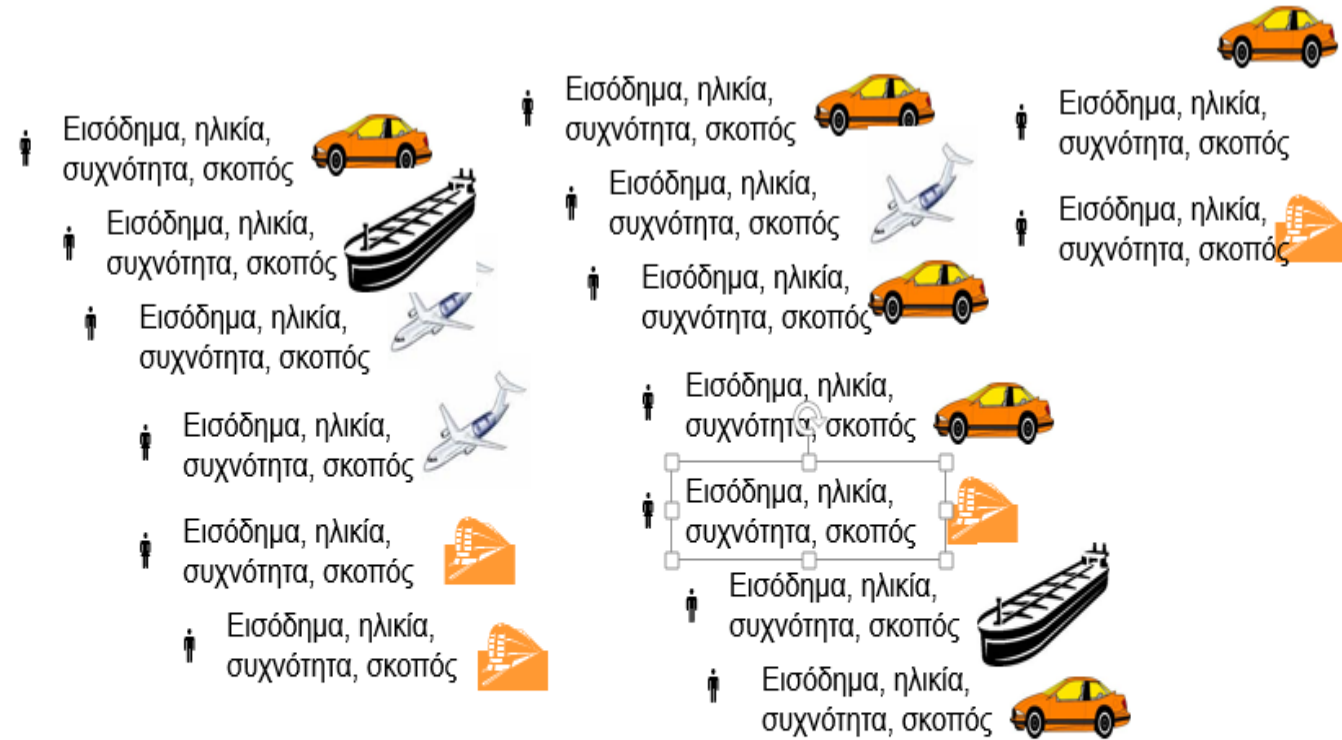




# Εξατομικευμένα μοντέλα

## Χαρακτηριστικά

- Μεγαλύτερη λεπτομέρεια ανάλυσης
- Επεξηγούν την συμπεριφορά του μετακινούμενου με βάση τα χαρακτηριστικά του
- μεγαλύτερη ακρίβεια πρόβλεψης
- Υψηλές απαιτήσεις σε στοιχεία
- Υψηλότερο κόστος συλλογής στοιχείων και ανάπτυξης μοντέλου
- Εξειδικευμένη γνώση στατιστικής και οικονομετρίας
- Προβλήματα μεταφοράς των συμπερασμάτων από ατομικό επίπεδο στο σύνολο του πληθυσμού.



Πιθανότητα ένας μετακινούμενος να επιλέξει ένα συγκεκριμένο μεταφορικό μέσου

$$= f(\text{εισοδήματος, ηλικίας, συχνότητας, σκοπού, χαρακτηριστικών μεταφ. μέσου})$$



# Σύγκριση μοντέλων

## Αθροιστικά μοντέλα

- Μακροσκοπική θεώρηση του προβλήματος
- Αναλύουν τα χαρακτηριστικά στο σύνολο του πληθυσμού που εξετάζεται
- Υπολογίζουν ποσοστά ή απόλυτα μεγέθη ζήτησης, βάσει μέσων χαρακτηριστικών του πληθυσμού

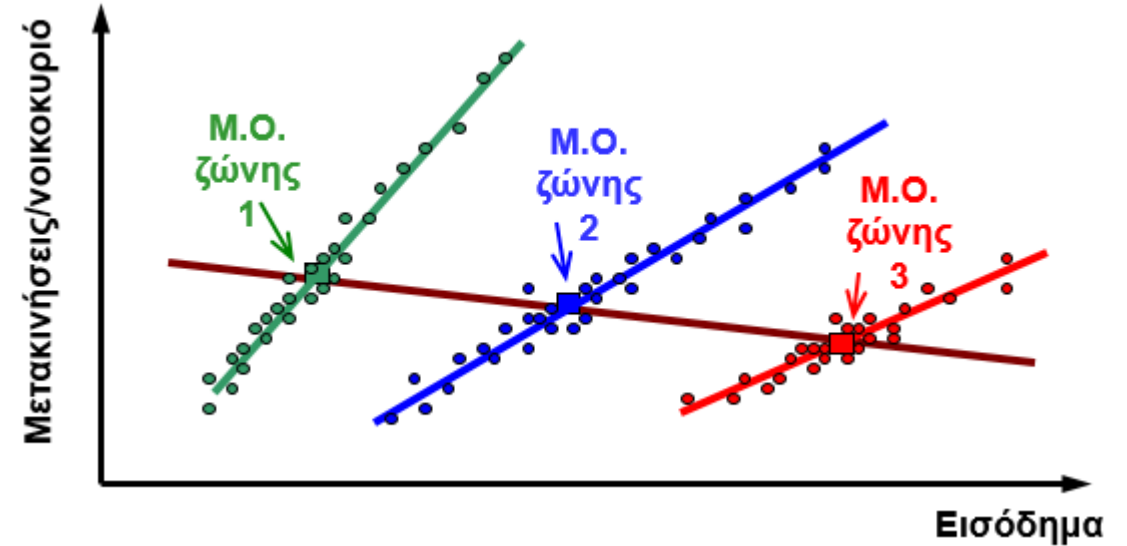
## Εξατομικευμένα μοντέλα

- Μικροσκοπική θεώρηση του προβλήματος
- Αναλύουν τα χαρακτηριστικά και τις επιλογές του κάθε μετακινούμενου
- Υπολογίζουν την πιθανότητα ο κάθε μετακινούμενος να κάνει μια συγκεκριμένη επιλογή



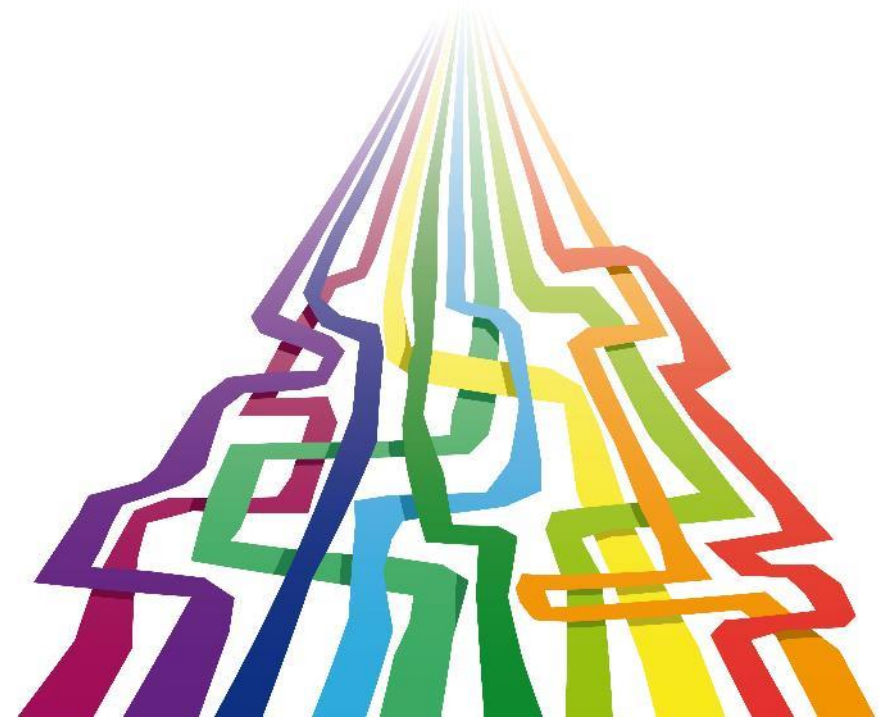
# Σφάλματα αθροιστικής προσέγγισης

- Ένα **αθροιστικό μοντέλο** προσδιορίζει τη σχέση μεταξύ του μέσου εισοδήματος και του μέσου αριθμού μετακινήσεων ανά νοικοκυριό. Τα μεγέθη αυτά αφορούν μέσους όρους σε κάθε ζώνη
- Σε ένα **εξατομικευμένο μοντέλο** προσδιορίζεται η σχέση μεταξύ του εισοδήματος κάθε νοικοκυριού και των μετακινήσεων που γίνονται από τα μέλη αυτού του νοικοκυριού
- Με την χρήση μέσων όρων, **χάνεται** ουσιαστική **πληροφορία** σχετικά με την επιρροή των διαφόρων κοινωνικοοικονομικών χαρακτηριστικών στον αριθμό των μετακινήσεων που πραγματοποιούνται σε κάθε νοικοκυριό.



# Μοντέλα Διακριτών Μεταβλητών - Αθροιστικά μοντέλα

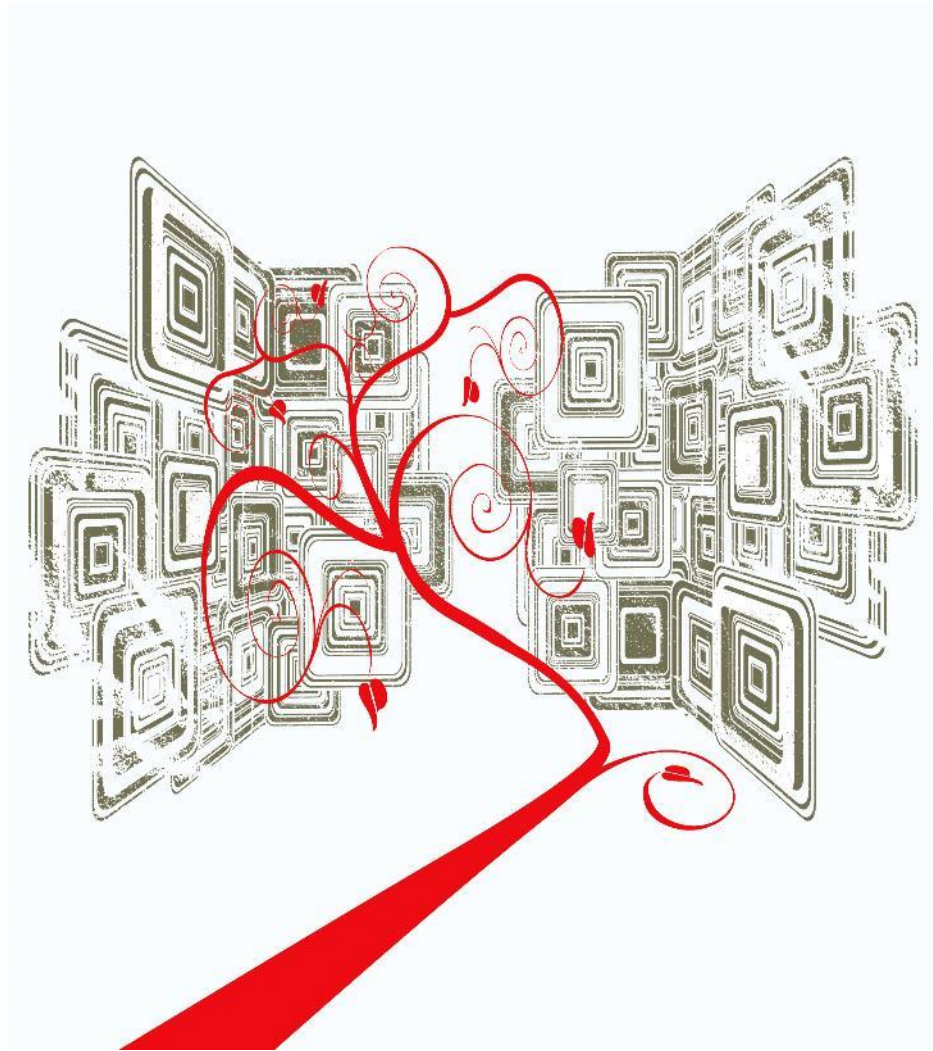
- Υπολογίζουν τον **συνολικό αριθμό** ή το ποσοστό των μετακινούμενων που κάνουν μια επιλογή **k**.
- Τα μοντέλα προσδιορίζουν την σχέση ανάμεσα στα ποσοστά που προσελκύει η κάθε επιλογή και στις **μέσες τιμές** των χαρακτηριστικών των επιλογών και των μετακινούμενων.
- Τα ποσοστά και οι μέσες τιμές αναφέρονται στο επίπεδο της μονάδας ανάλυσης που είναι συνήθως η **κυκλοφοριακή ζώνη**.
- Επομένως κάθε παρατήρηση που αναλύεται αφορά **αθροιστικά μεγέθη** που σχετίζονται με κάθε ζώνη.





# Μοντέλα Διακριτών Μεταβλητών - Εξατομικευμένα μοντέλα (1/2)

- Χρησιμοποιούν στοιχεία από έρευνες χαρακτηριστικών μετακινήσεων σε **ατομικό επίπεδο**
- Για την προσδιορισμό της μορφής και την εκτίμηση των **συντελεστών** του μοντέλου κάθε παρατήρηση της εξαρτημένης μεταβλητής είναι μία μετακίνηση
- Σε αυτή την προσέγγιση γενικά χρησιμοποιούμε την έννοια της **ωφέλειας**, που θεωρείται ότι εκφράζει την **ελκυστικότητα** κάθε συγκεκριμένης **εναλλακτικής επιλογής** που έχει ο **μετακινούμενος**







# Εξατομικευμένα μοντέλα - Διαδικασία επιλογής

Είναι μια διαδοχική διαδικασία αποφάσεων που περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια

- Καθορισμός του προβλήματος επιλογής
- Γένεση των εναλλακτικών επιλογών/λύσεων
- Αξιολόγηση των χαρακτηριστικών των εναλλακτικών επιλογών
- Επιλογή
- Εφαρμογή



# Εξατομικευμένα μοντέλα - Κρίσιμοι παράγοντες (1/2)

## 1. Ο μετακινούμενος

Οι μετακινούμενοι αντιμετωπίζουν διαφορετικά προβλήματα, έχουν διαφορετικές απαιτήσεις και διαφορετικές προτιμήσεις

## 2. Οι εναλλακτικές επιλογές

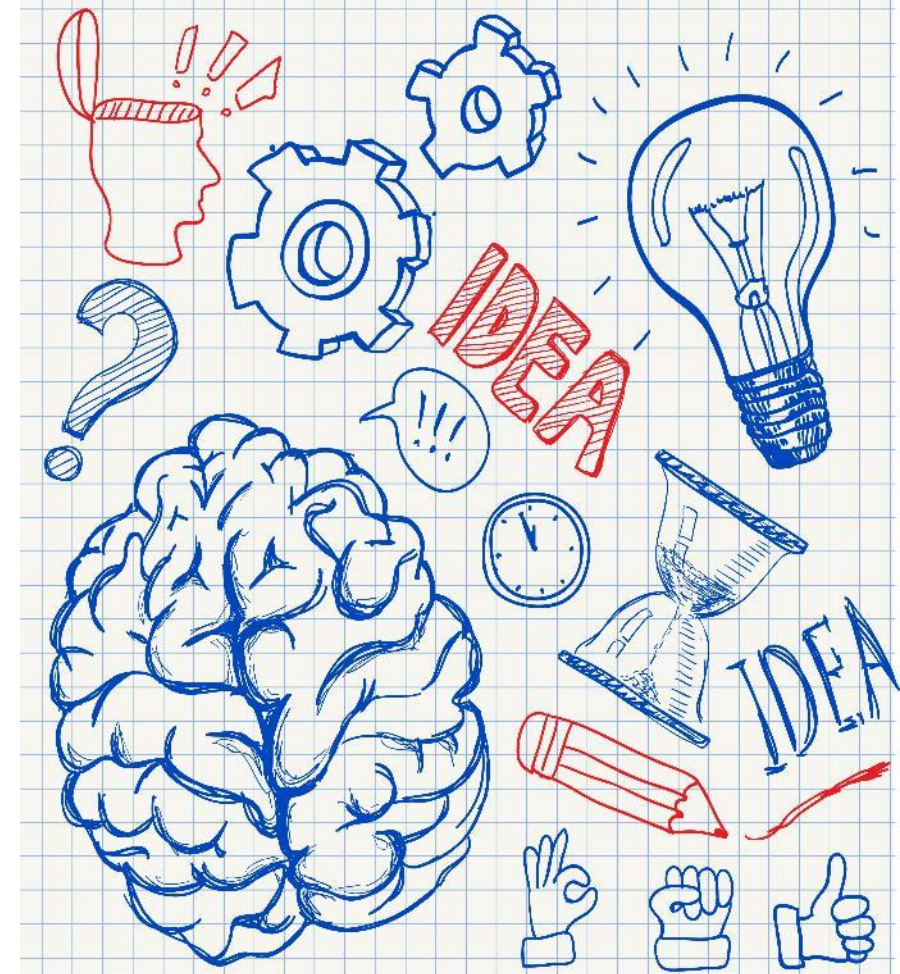
Το περιβάλλον του μετακινούμενου προσδιορίζει το σύνολο των εναλλακτικών επιλογών που είναι διαθέσιμες.

## 3. Τα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών επιλογών

Χρόνος, κόστος, αξιοπιστία, άνεση, ασφάλεια

## 4. Κανόνας επιλογής/ λήψης απόφασης

Περιγράφει το μηχανισμό που χρησιμοποιεί ο μετακινούμενος για να επεξεργαστεί τη διαθέσιμη πληροφορία και να καταλήξει σε μια επιλογή



# Εξατομικευμένα μοντέλα - Κρίσιμοι παράγοντες (2/2)

- Η ελκυστικότητα μιας επιλογής εκφράζεται σαν συνάρτηση όλων των χαρακτηριστικών της που σταθμίζονται κατάλληλα
- Η συνάρτηση αυτή εκφράζει την ωφέλεια που έχει ο μετακινούμενος αν κάνει την συγκεκριμένη επιλογή
- Ο μετακινούμενος επιλέγει την λύση που του δίνει την μεγαλύτερη ωφέλεια
- Κανόνας μεγιστοποίησης της Ωφέλειας





# Θεωρία Μεγιστοποίησης της ωφέλειας – Παράδειγμα (1/3)

Ένας εργαζόμενος μπορεί να πάει στην τόπο εργασίας του με ένα από τους ακόλουθους τρόπους:

- οδηγώντας το δικό του ΙΧ, **(ΙΧ)**
- επιβάτης σε άλλο ΙΧ μοιραζόμενος το κόστος μετακίνησης **(ΙΧα)**
- με λεωφορείο, **(Λ)**

Τα χαρακτηριστικά της μετακίνησης που λαμβάνονται υπόψη είναι ο χρόνος μετακίνησης **T (σε ώρες)**, και το κόστος μετακίνησης **C (ΕΥΡΩ)**

Τα χαρακτηριστικά του μετακινούμενου που επηρεάζουν την επιλογή είναι το ετήσιο εισόδημα **Y (σε ΕΥΡΩ)**

Έστω ότι η ωφέλεια εκφράζεται με την σχέση

$$U(T,C,Y) = -T - 5 * (C/Y)$$



# Θεωρία Μεγιστοποίησης της ωφέλειας – Παράδειγμα (2/3)

Δίνεται ο χρόνος και το κόστος της μετακίνησης

	Χρόνος (T) (ώρες)	Κόστος (C) (€)
IX	0,50	2,00
IXα	0,75	1,00
Λ	1,00	0,75

Ζητείται

Η ωφέλεια για δύο κατηγορίες εισοδημάτων, 40000 €/έτος ( $Y=40$ ), και 10000 €/έτος ( $Y=10$ )



# Θεωρία Μεγιστοποίησης της ωφέλειας – Παράδειγμα (3/3)

Λύση

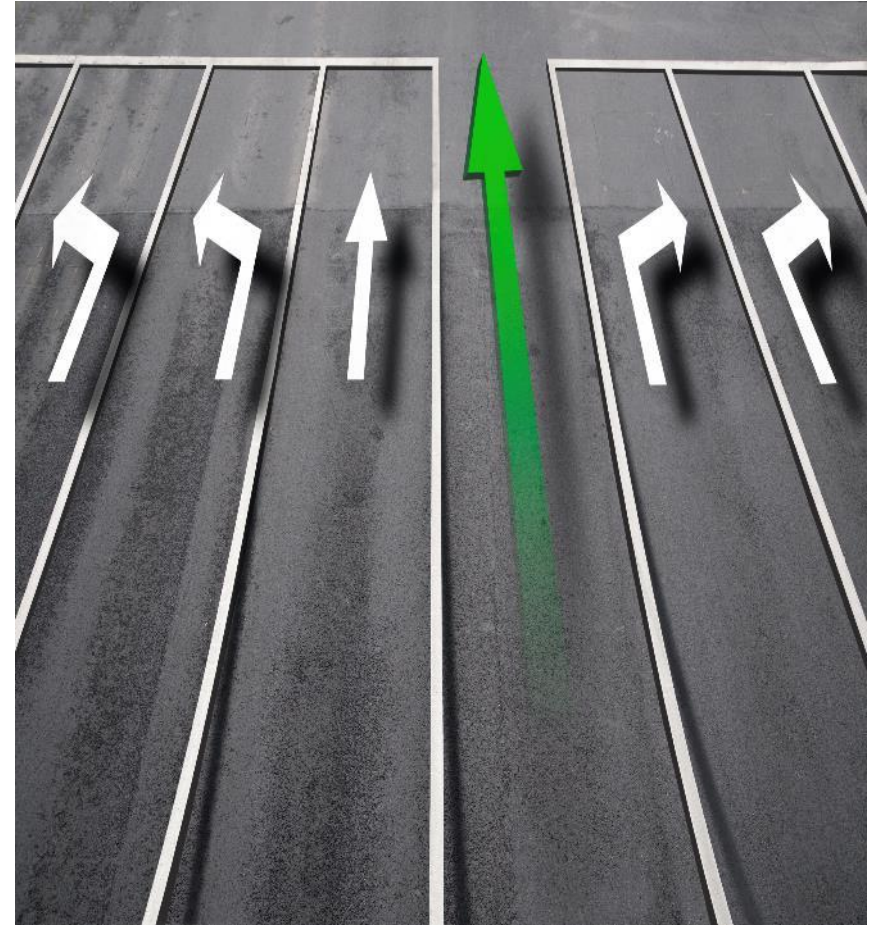
	Ωφέλεια (U) Y=40	Ωφέλεια (U) Y=10
IX	-0,75	-1,50
IXα	-0,88	-1,25
Λ	-1,09	-1,38

- Ο μετακινούμενος με υψηλό εισόδημα επιλέγει IX
- Ο μετακινούμενος με χαμηλό εισόδημα επιλέγει IXα



# Συμπεράσματα παραδείγματος (1/2)

- Μια συνάρτηση ωφέλειας μπορεί να περιγράψει την εξάρτηση των επιλογών (IX, IXα, Λ) από τα χαρακτηριστικά του μετακινούμενου (εισόδημα) και τα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών επιλογών (χρόνος και κόστος μετακίνησης)
- Η θεωρία ωφέλειας μπορεί να προβλέψει τις μεταβολές στις επιλογές που κάνουν οι μετακινούμενοι, όταν τα χαρακτηριστικά μιας επιλογής μεταβάλλονται
- Το μοντέλο μπορεί εύκολα να επεκταθεί έτσι ώστε να αναλύσει περισσότερα από 3 μεταφορικά μέσα



# Συμπεράσματα παραδείγματος (2/2)

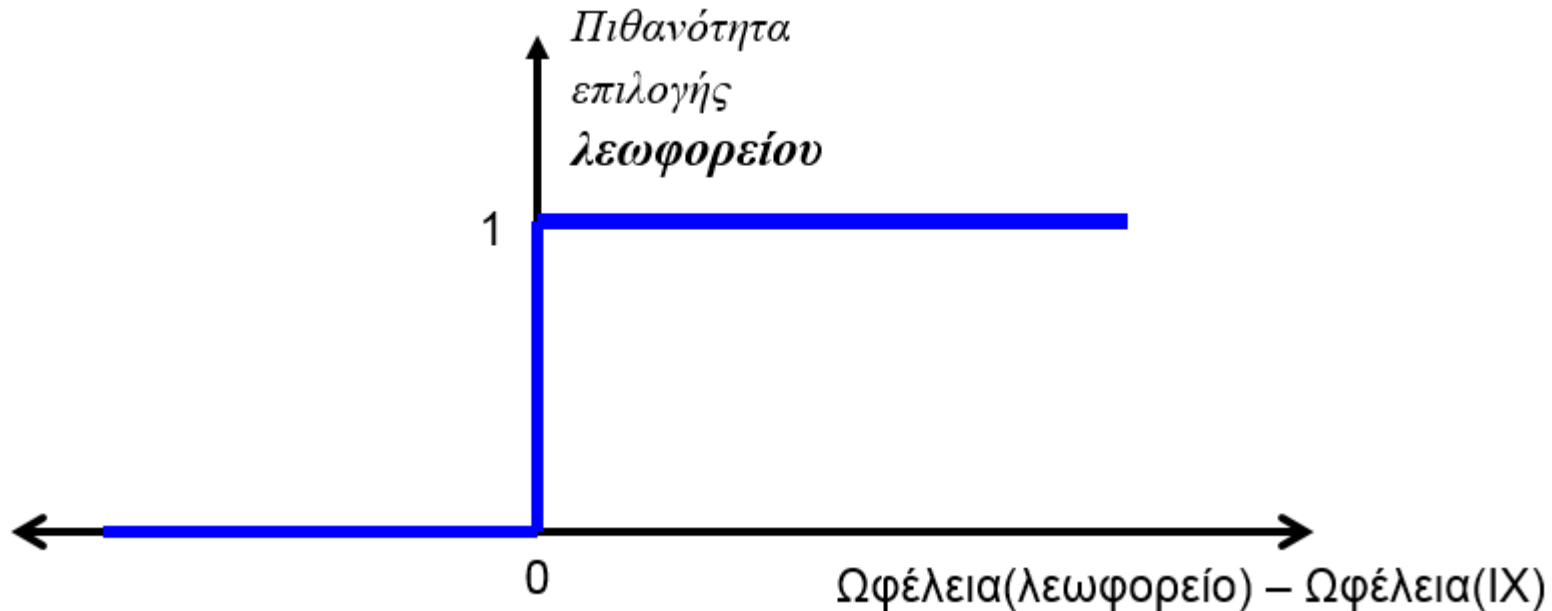
- Για την πραγματοποίηση μιας μετακίνησης, ο μετακινούμενος δαπανά χρόνο και χρήμα. Ο μετακινούμενος επιβαρύνεται παρά ωφελείται από την διαδικασία της μετακίνησης.
- Επομένως η ωφέλεια που έχει ένας μετακινούμενος αποκλειστικά και μόνο από την πραγματοποίηση μιας μετακίνησης είναι ένα μέγεθος αρνητικό.
- Οι συντελεστές μιας συνάρτησης ωφέλειας που σχετίζονται με χαρακτηριστικά της μετακίνησης που επιβαρύνουν το μετακινούμενο (π.χ. χρόνος και κόστος) έχουν αρνητικό πρόσημο.





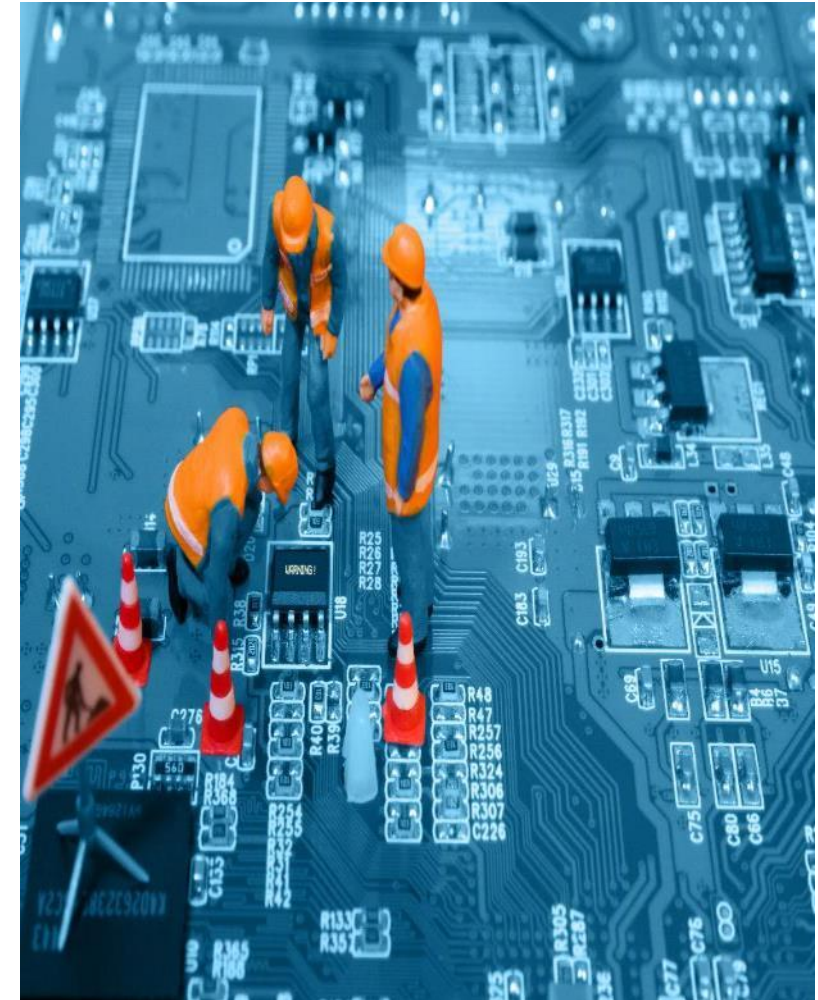
# Κανόνας επιλογής σε ντετερμινιστικό μοντέλο

- Η ωφέλεια είναι ντετερμινιστική
- Ο κανόνας επιλογής είναι ντετερμινιστικός
- Εάν  $\Omega\text{φέλεια}_{(\text{λεωφορείο})} - \Omega\text{φέλεια}_{(\text{IX})} > 0$ ,  $\text{Πιθανότητα}_{(\text{λεωφορείο})} = 1$
- Εάν  $\Omega\text{φέλεια}_{(\text{λεωφορείο})} - \Omega\text{φέλεια}_{(\text{IX})} < 0$ ,  $\text{Πιθανότητα}_{(\text{λεωφορείο})} = 0$



# Αδυναμίες ντετερμινιστικών μοντέλων ωφέλειας

- Τα ντετερμινιστικά μοντέλα ωφέλειας βασίζονται στην αρχή της **μεγιστοποίησης της ωφέλειας** που δίνει ντετερμινιστικές προβλέψεις
- Όμως στην πραγματικότητα, μετακινούμενοι με τα ίδια χαρακτηριστικά κάνουν διαφορετικές επιλογές όταν αντιμετωπίζουν παρόμοια (ή ακόμα και τα ίδια) εναλλακτικά σενάρια επιλογής. Ακόμα και ο ίδιος μετακινούμενος μπορεί να κάνει διαφορετικές επιλογές σε διαφορετικές περιστάσεις
- Δεν είναι δυνατό ένα μοντέλο να περιλαμβάνει όλες τις μεταβλητές που επηρεάζουν τη διαδικασία επιλογής που εφαρμόζει ο κάθε μετακινούμενος, και επομένως δεν είναι δυνατόν να γίνουν προβλέψεις με 100% βεβαιότητα.



# Αδυναμίες ντετερμινιστικών μοντέλων ωφέλειας

Στην προτυποποίηση ενός προβλήματος επιλογής υπάρχουν

- σφάλματα μετρήσεων και ελλιπής πληροφορία
- διαφορές στις προτιμήσεις που έχουν οι μετακινούμενοι, οι οποίες δεν παρατηρούνται/καταγράφονται
- Χαρακτηριστικά των **εναλλακτικών επιλογών** που δεν παρατηρούνται ή δεν μπορούν να ποσοτικοποιηθούν

Τα ντετερμινιστικά μοντέλα παρέχουν μια ανεπαρκή περιγραφή της ανθρώπινης συμπεριφοράς





# Μοντέλα Στοχαστικής Ωφέλειας ή Πιθανοκρατικά Μοντέλα Επιλογής

- Περιγράφουν τις προτιμήσεις και τις επιλογές με πιθανότητες
- Αντί να προβλέψουν ότι ένας μετακινούμενος θα κάνει μια επιλογή με βεβαιότητα, υπολογίζουν τις πιθανότητες κάθε μια από τις εναλλακτικές λύσεις να επιλεγεί



# Μοντέλα στοχαστικής ωφέλειας – Παραδοχές (1/5)

## 1. Οι μετακινούμενοι

- ανήκουν σε ένα συγκεκριμένο ομοιογενή πληθυσμό
- έχουν οικονομικά ορθολογική συμπεριφορά,
- κατέχουν ακριβή και πλήρη πληροφορία σχετικά με τα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών επιλογών που έχουν

## Επομένως

Κάνουν εκείνη την επιλογή που μεγιστοποιεί την προσωπική τους ωφέλεια υπό τους κοινωνικούς, νομικούς, φυσικούς και οικονομικούς περιορισμούς που έχουν





# Μοντέλα στοχαστικής ωφέλειας – Παραδοχές (2/5)

## 2. Τα χαρακτηριστικά των μετακινούμενων και των εναλλακτικών επιλογών τους

- Το σύνολο των επιλογών που έχουν οι μετακινούμενοι έχει προκαθορισθεί και δεν επηρεάζει τη διαδικασία λήψης της απόφασης επιλογής. Το σύνολο των επιλογών περιλαμβάνει  $N$  επιλογές και συμβολίζεται,  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_j \dots A_N\}$
- Τα χαρακτηριστικά του μετακινούμενου που μπορεί να χρησιμοποιηθούν, περιλαμβάνουν την ηλικία, το εισόδημα, το φύλο, την απασχόληση κ.α.
- Τα χαρακτηριστικά της μετακίνησης περιλαμβάνουν, τον συνολικό χρόνο διαδρομής και το συνολικό κόστος διαδρομής, ή τις επί μέρους συνιστώσες του



# Μοντέλα στοχαστικής ωφέλειας - Παραδοχές (3/5)

## 3. Η Ωφέλεια – χρησιμότητα (utility)

- Η ελκυστικότητα κάθε μιας από τις εναλλακτικές επιλογές που έχουν οι μετακινούμενοι μπορεί να περιγραφεί με ένα μέτρο της ωφέλειας που θα έχει ο μετακινούμενος αν την επιλέξει
- Κάθε εναλλακτική επιλογή  $A_j$  σχετίζεται με μια ωφέλεια  $U_{jq}$  για τον μετακινούμενο  $q$
- Ο αναλυτής δεν έχει πλήρη πληροφορία για όλες τις παραμέτρους που λαμβάνει υπόψη ο μετακινούμενος όταν κάνει την επιλογή του.



# Μοντέλα στοχαστικής ωφέλειας - Παραδοχές (4/5)

Επομένως η ωφέλεια  $U_{jq}$  μπορεί να αναπαρασταθεί από 2 συνιστώσες

- Την αντιπροσωπευτική, συστηματική, ή μετρούμενη ωφέλεια  $V_{jq}$  που είναι συνάρτηση των χαρακτηριστικών  $x$  που έχουν μετρηθεί από τον αναλυτή
- Μια στοχαστική/τυχαία συνιστώσα  $\varepsilon_{jq}$  που αναπαριστά, τις ιδιοσυγκρασίες και ιδιαίτερες προτιμήσεις του μετακινούμενου, και τα σφάλματα μέτρησης και παρατήρησης (δηλ. προτυποποίησης του προβλήματος) που κάνει ο αναλυτής

$$U_{jq} = V_{jq} + \varepsilon_{jq}$$



# Μοντέλα στοχαστικής ωφέλειας - Παραδοχές (5/5)

- Η ωφέλεια  $U_{jq}$  αναπαριστά την αντιληπτή ωφέλεια της επιλογής  $j$ , δηλ. την ωφέλεια όπως την αντιλαμβάνεται ο μετακινούμενος (λόγω των ιδιαίτερων προτιμήσεων που έχει, ή/και λόγω σφαλμάτων που υπεισέρχονται από την έλλειψη πλήρους/ακριβούς γνώσης των χαρακτηριστικών των διαθέσιμων εναλλακτικών επιλογών που έχει)
- Η στοχαστική/τυχαία συνιστώσα  $\varepsilon_{jq}$  που ονομάζεται και τυχαίο σφάλμα του μοντέλου μπορεί να θεωρηθεί ότι ακολουθεί μια κατανομή πιθανότητας με μέση τιμή 0.
- Η συστηματική συνιστώσα μπορεί να εκφρασθεί από την σχέση: Όπου οι τιμές των παραμέτρων  $\theta$  θεωρούνται σταθερές για όλους τους μετακινούμενους, αλλά μπορεί να είναι διαφορετικές για τις διαφορετικές εναλλακτικές που έχουν οι μετακινούμενοι

$$U_{jq} = V_{jq} + \varepsilon_{jq}$$

$$V_{jq} = \sum_k \theta_{kj} \cdot x_{jkq}$$





# Πολυωνυμικό μοντέλο Logit

- Ο μετακινούμενος  $q$  επιλέγει εκείνη την εναλλακτική λύση που έχει την μεγαλύτερη αντιληπτή ωφέλεια, δηλ. επιλέγει το  $A_j$  εάν και μόνο εάν

$$U_{jq} \geq U_{iq}, \quad \forall A_i \in A(q)$$

$$U_{jq} \geq U_{iq} \Rightarrow V_{jq} + \varepsilon_{jq} \geq V_{iq} + \varepsilon_{iq} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{jq} - V_{iq} \geq \varepsilon_{iq} - \varepsilon_{jq}$$

- η τιμή του  $\varepsilon_{iq} - \varepsilon_{jq}$  δεν μπορεί να είναι γνωστή για κάθε μετακινούμενο  $q$ , και επομένως υπολογίζεται η πιθανότητα επιλογής του  $A_j$  (σύμφωνα με την παραδοχή που έχει γίνει για την κατανομή του σφάλματος) που δίνεται από την σχέση

$$P_{jq} = \mathbf{Prob}\{ \varepsilon_{iq} \leq \varepsilon_{jq} + (V_{jq} - V_{iq}) \quad \forall A_i \in A(q) \}$$



# Κανόνας επιλογής – Δυναδική επιλογή

$$P_{jq} = \text{Prob}\{ \varepsilon_{iq} \leq \varepsilon_{jq} + (V_{jq} - V_{iq}) \quad \forall A_i \in A(q) \}$$

$$P_1 = \text{Prob}\{ \varepsilon_2 \leq \varepsilon_1 + (V_1 - V_2) \}$$

## Υποθέσεις

- οι κατανομές των σφαλμάτων  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  των συναρτήσεων ωφέλειας που σχετίζονται με κάθε επιλογή είναι ίδιες (έχουν όλες την ίδια μέση τιμή =0, και την ίδια μεταβλητότητα)
- οι κατανομές των σφαλμάτων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, δηλ. δεν συσχετίζονται



# Κανόνας επιλογής – Δυναδική επιλογή

Κατανομή σφάλματος	Gumbel <b><i>CDF</i></b> : $F(x) = e^{-e^{-x}}$ <b><i>PDF</i></b> : $f(x) = e^{-x} \cdot e^{-e^{-x}}$	Normal
Μοντέλο	Logit	Probit

Δύο κατηγορίες μοντέλων ανάλογα με τις παραδοχές:

- Τα **μοντέλα Logit** χρησιμοποιούνται ευρέως στις μεταφορές, είναι τα πιο διαδεδομένα μοντέλα δεδομένου ότι περιγράφονται από μια αναλυτική σχέση και επιλύονται εύκολα. Το όνομα logit προέρχεται από το Logistic Probability Unit.
- Τα **μοντέλα Probit**, παρόλο ότι δεν υπόκεινται σε πολλούς από τους περιορισμούς των μοντέλων logit, δεν περιγράφονται από μια αναλυτική σχέση, είναι πολύ δυσκολότερο να επιλυθούν, ιδίως όταν ο αριθμός των εναλλακτικών επιλογών είναι μεγάλος



# Το πολυωνυμικό μοντέλο Logit

- Το απλούστερο μοντέλο διακριτής επιλογής που χρησιμοποιείται ευρέως είναι το πολυωνυμικό μοντέλο logit. Το μοντέλο αυτό αναπτύχθηκε με βάση την παραδοχή ότι τα τυχαία σφάλματα ακολουθούν ίδιες και ανεξάρτητες κατανομές τύπου Gumbel. Η μορφή του πολυωνυμικού Logit είναι:

$$P_{iq} = \frac{\exp(\beta \cdot V_{iq})}{\sum_{A_j \in A(q)} \exp(\beta \cdot V_{jq})}$$

- Όπου  $\beta$  σχετίζεται με την τυπική απόκλιση,  $\sigma$ , της κατανομής Gumbel ως εξής:

$$\beta^2 = \pi^2 / 6 \cdot \sigma^2$$





# Ελκόμενες μετακινήσεις

- Στην πράξη η  $\beta$  θεωρείται σαν ίση προς την μονάδα, αφού δεν μπορεί να υπολογισθεί ξεχωριστά από τις παραμέτρους  $\theta$  της συστηματικής συνάρτησης ωφέλειας

$$P_i = \frac{\exp(V_i)}{\sum_j \exp(V_j)}$$

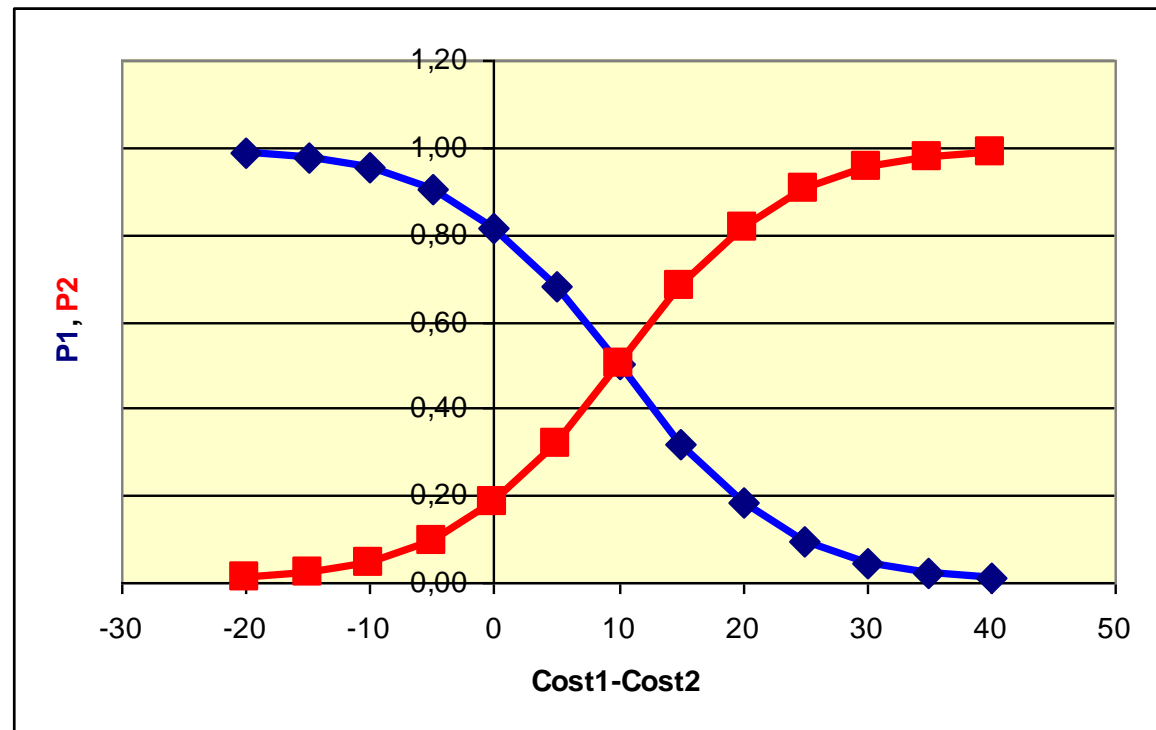
$$P_1 = \frac{e^{V_1}}{e^{V_1} + e^{V_2}} = \frac{1}{1 + e^{V_2 - V_1}}$$



# Δυναμικό Μοντέλο Logit - Παράδειγμα

- $V_1 = 1.5 - 0.15 * \text{Κόστος}_1$
  - $V_2 = -0.15 * \text{Κόστος}_2$
- $\Rightarrow V_1 - V_2 = 1.5 - 0.15 * (\text{Κόστος}_1 - \text{Κόστος}_2)$

Cost1-Cost2	P1	P2
-20	0.99	0.01
-15	0.98	0.02
-10	0.95	0.05
-5	0.90	0.10
0	0.82	0.18
5	0.68	0.32
10	0.50	0.50
15	0.32	0.68
20	0.18	0.82
25	0.10	0.90
30	0.05	0.95
35	0.02	0.98
40	0.01	0.99



# Διαδικασία ανάπτυξης των μοντέλων Logit

- Για να αποφασίσουμε ποια **χαρακτηριστικά** κκ θα περιλαμβάνονται στην συνάρτηση ωφέλειας εφαρμόζουμε μια σταδιακή διαδικασία παρόμοια με αυτή που χρησιμοποιείται στον προσδιορισμό των μοντέλων παλινδρόμησης
- Για κάθε χαρακτηριστικό γίνεται μια **αξιολόγηση** για να εκτιμήσουμε εάν βελτιώνει την ικανότητα του μοντέλου να επεξηγήσει την συμπεριφορά, δηλ. τις επιλογές που κάνουν οι μετακινούμενοι
- Οι μεταβλητές που περιλαμβάνονται στην συνάρτηση μπορεί να είναι
  - **γενικές** (generic) δηλ. να εμφανίζονται στην συνάρτηση ωφέλειας της κάθε εναλλακτικής επιλογής, και οι συντελεστές τους είναι οι ίδιοι, δηλ. ίσοι σε κάθε συνάρτηση της ωφέλειας
  - **ειδικές** (specific) για την κάθε επιλογή, δηλ. να εμφανίζονται στην συνάρτηση ωφέλειας της συγκεκριμένης εναλλακτικής επιλογής μόνο



# Παράδειγμα γενικών μεταβλητών/χαρακτηριστικών

$$V_1 = \theta_1 * \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός χρόνος} \\ \text{με το μέσο 1} \end{array} \right) + \theta_2 * \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός κόστος} \\ \text{με το μέσο 1} \end{array} \right)$$

$$V_2 = \theta_1 * \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός χρόνος} \\ \text{με το μέσο 2} \end{array} \right) + \theta_2 * \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός κόστος} \\ \text{με το μέσο 2} \end{array} \right)$$

- Ο χρόνος διαδρομής προκαλεί την ίδια επιβάρυνση/ενόχληση στον μετακινούμενο, είτε αφορά τον χρόνο με το μέσο 1 είτε με το μέσο 2, δηλ. ίσοι χρόνοι διαδρομής προκαλούν την ίδια επιβάρυνση ανεξαρτήτως μέσου
- Το μέγεθος της ενόχλησης (= - ωφέλεια) εξαρτάται από την ποσότητα του χρόνου που απαιτείται για την μετακίνηση
- Οι συντελεστές είναι οι ίδιοι και για τα δύο μέσα,  $\theta_1$  για τον χρόνο διαδρομής και  $\theta_2$  για το κόστος
- Δεδομένου ότι ο χρόνος και το κόστος διαδρομής προκαλούν επιβάρυνση στον μετακινούμενο, οι συντελεστές τους έχουν αρνητική τιμή και οι τιμές των ωφελειών  $V_1$  και  $V_2$  είναι αρνητικές
- Για παράδειγμα 20 λεπτά με λεωφορείο προκαλούν την ίδια επιβάρυνση με 20 λεπτά με ΙΧ. Η επιβάρυνση αυτή είναι ίση με  $-\theta_1 \times 20$ , και αντίστοιχα για το κόστος διαδρομής.





# Παράδειγμα ειδικών μεταβλητών/χαρακτηριστικών

$$V_1 = \theta_1 * \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός χρόνος} \\ \text{με το μέσο 1} \end{array} \right) + \theta_2 * \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός κόστος} \\ \text{με το μέσο 1} \end{array} \right)$$

$$V_2 = \theta_3 * \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός χρόνος} \\ \text{με το μέσο 2} \end{array} \right) + \theta_4 * \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός κόστος} \\ \text{με το μέσο 2} \end{array} \right)$$

- Ο χρόνος διαδρομής προκαλεί διαφορετική επιβάρυνση/ενόχληση στον μετακινούμενο, ανάλογα με το μέσο με το οποίο γίνεται η διαδρομή
- Το μέγεθος της ενόχλησης (= - ωφέλεια) εξαρτάται τόσο από την ποσότητα του χρόνου που απαιτείται για την μετακίνηση, όσο και από το μέσο
- Οι συντελεστές είναι οι διαφορετικοί και για τα δύο μέσα.  $\theta_1, \theta_3$  για τον χρόνο διαδρομής και  $\theta_2, \theta_4$  για το κόστος
- Δεδομένου ότι ο χρόνος και το κόστος διαδρομής προκαλούν επιβάρυνση στον μετακινούμενο, οι συντελεστές τους έχουν αρνητική τιμή και οι τιμές των ωφελειών  $V_1$  και  $V_2$  είναι αρνητικές
- Για παράδειγμα 20 λεπτά με λεωφορείο προκαλούν διαφορετική επιβάρυνση από ότι 20 λεπτά με ΙΧ,  $\theta_1 \times 20 \neq \theta_2 \times 20$ , και αντίστοιχα για το κόστος διαδρομής



# Παράδειγμα Δυναμικού μοντέλου Logit

Ορισμός προβλήματος : Επιλογή μεταφορικού μέσου

Εναλλακτικές επιλογές : Δύο μέσα: IX και MMM (μέσο μαζικής μεταφοράς)

Κανόνας επιλογής : Μεγιστοποίηση της Ωφέλειας

$$P(\text{IX}) = P(U_{\text{IX}} \geq U_{\text{MMM}}) = P(V_{\text{IX}} + \varepsilon_{\text{IX}} \geq V_{\text{MMM}} + \varepsilon_{\text{MMM}})$$

$$P(\text{IX}) = \frac{e^{V_{\text{IX}}}}{e^{V_{\text{IX}}} + e^{V_{\text{MMM}}}}$$

$$P(\text{MMM}) = \frac{e^{V_{\text{MMM}}}}{e^{V_{\text{IX}}} + e^{V_{\text{MMM}}}}$$



# Παράδειγμα Δυναμικού μοντέλου Logit

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 TT_{IX} + \beta_2 \text{Ηλικία} + \beta_3 \text{Εισόδημα}$$
$$V_{MMM} = \beta_1 TT_{MMM}$$

όπου

$$\text{Ηλικία} = \begin{cases} 1 & \text{Ηλικία} > 40, \\ 0 & \text{Ηλικία} \leq 40 \end{cases}$$

$$\text{Εισόδημα} = \begin{cases} 1 & \text{Εισόδημα} > 25.000 \\ 0 & \text{Εισόδημα} \leq 25.000 \end{cases}$$

Οι συντελεστές των συναρτήσεων ωφέλειας δίδονται στον πίνακα

	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
IX	2.0	-0.5	0.3	0.25
MMM		-0.8		



# Παράδειγμα Δυναμικού μοντέλου Logit

	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
IX	2.0	-0.5	0.3	0.25
MMM		-0.8		

- Θετική τιμή της σταθεράς  $\beta_0$  της συνάρτησης ωφέλειας του IX σημαίνει ότι υπάρχει μια συστηματική προτίμηση προς αυτό το μέσο που πιθανόν οφείλεται σε κάποια χαρακτηριστικά του που δεν συμπεριλαμβάνονται στην συνάρτηση ωφέλειας (συνήθως αφορά μη μετρήσιμα/ποσοτικοποιησιμα χαρακτηριστικά)





# Παράδειγμα Δυναμικού μοντέλου Logit

	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
IX	2.0	-0.5	0.3	0.25
MMM		-0.8		

- Ο συντελεστής του χρόνου διαδρομής  $\beta_1$  έχει μικρότερη απόλυτη τιμή για το IX από ότι για το MMM. 16 λεπτά στο IX προκαλούν την ίδια επιβάρυνση με 10 λεπτά στο MMM. ( $16 \times (-0,5) = 10 \times (-0,8) = -8$  μονάδες ωφέλειας)



# Παράδειγμα Δυναμικού μοντέλου Logit

	Χρόνος Διαδρομής με ΙΧ	Χρόνος Διαδρομής με ΜΜΜ	Ηλικία	Εισόδημα
Μετακινούμενος 1	15.4	58.2	25	20K
Μετακινούμενος 2	30.0	17.0	45	35K

Μετακινούμενος 1:

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 15.4 + \beta_2 0 + \beta_3 0$$

$$V_{ΜΜΜ} = \beta_1 58.2$$

Μετακινούμενος 2:

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 30.0 + \beta_2 1 + \beta_3 1$$

$$V_{ΜΜΜ} = \beta_1 17.0$$



# Παράδειγμα Δυναμικού μοντέλου Logit

	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
IX	2.0	-0.5	0.3	0.25
MMM		-0.8		

- Το ότι η τιμή  $\beta_2$  είναι θετική και αφορά τις ηλικίες  $>40$  και τους χρήστες του IX, σημαίνει ότι οι μετακινούμενοι με ηλικία  $> 40$  έχουν μεγαλύτερη αντιληπτή ωφέλεια (ή πιστεύουν ότι έχουν μεγαλύτερη ωφέλεια) κατά  $\beta_2=0,3$  μονάδες ωφέλειας όταν χρησιμοποιούν το IX. Αντίστοιχα και για τους μετακινούμενους με εισόδημα  $> 25K$ .



# Παράδειγμα Δυναμικού μοντέλου Logit

Μετακινούμενος 1:

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 15.4 + \beta_2 0 + \beta_3 0$$

$$V_{MMM} = \beta_1 58.2$$

Μετακινούμενος 1:

$$V_{IX} = 2.0 - 0.5*15.4 + 0.3*0 + 0.25*0 = -5.7$$

$$V_{MMM} = -0.8*58.2 = -46.56$$

Μετακινούμενος 2:

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 30.0 + \beta_2 1 + \beta_3 1$$

$$V_{MMM} = \beta_1 17.0$$

Μετακινούμενος 2:

$$V_{IX} = -0.5*30.0 + 0.3*1 + 0.25*1 = -14.45$$

$$V_{MMM} = -0.8*17.0 = -13.60$$





# Παράδειγμα Δυναμικού μοντέλου Logit

Μετακινούμενος 1:

$$\begin{aligned}V_{IX} &= 2.0 - 0.5*15.4 + 0.3*0 + 0.25*0 = -5.7 \\V_{MMM} &= -0.8*58.2 = -46.56\end{aligned}$$

$$\Pr(\mathbf{IX}) = \frac{e^{-5.7}}{e^{-5.7} + e^{-46.56}} \sim \mathbf{1.0}$$

Επομένως σχεδόν όλοι οι μετακινούμενοι που έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά και τις ίδιες εναλλακτικές επιλογές με το μετακινούμενο 1, θα χρησιμοποιήσουν IX

Μετακινούμενος 2:

$$\begin{aligned}V_{IX} &= -0.5*30.0 + 0.3*1 + 0.25*1 = -14.45 \\V_{MMM} &= -0.8*17.0 = -13.60\end{aligned}$$

$$\Pr(\mathbf{IX}) = \frac{e^{-14.45}}{e^{-14.45} + e^{-13.6}} = \mathbf{0.3}$$

Επομένως από όλους τους μετακινούμενους που έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά και τις ίδιες εναλλακτικές επιλογές με το μετακινούμενο 2, το 30% θα χρησιμοποιήσει IX και το υπόλοιπο το MMM





ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

# Ανάλυση και Σχεδιασμός Μεταφορών Ι Ανάλυση Διακριτών Επιλογών

Παναγιώτης Παπαντωνίου  
Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, Συγκοινωνιολόγος

Πάτρα, 2017