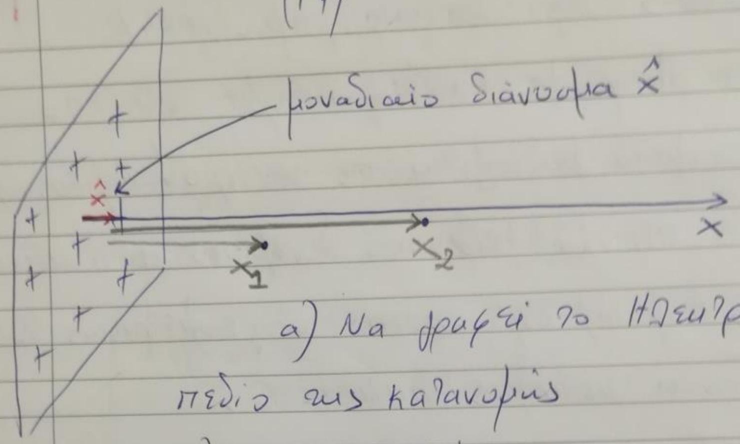
(14)



α) Να γραφεί το Ηλεκτρικό πεδίο της κατανομής

β) Να βρεθεί μία έκφραση για τη διαφορά δυναμικού μεταξύ 2 σημείων του ημιχώρου που ορίζεται από τον Ox άξονα.

τομή:

γ) Να ορισθεί κατάλληλα η περιοχή μηδενικού δυναμικού και να γραφεί το δυναμικό $V(x)$.

δ) Να βρεθεί το έργο του πεδίου κατά την μετακίνηση ενός φορτισμένου με θετικό φορτίο ~~[illegible]~~ μεταλλικού σφαιριδίου μάζας m, φορτίου $+q$.

ε) πόσο φορτίο περιέχει η κατανομή;

Απαντήσεις - Λύσεις:

α) Το Η.Π. (θα το έχετε στο τυπολόγιο που έχει αναρτηθεί στο e-class) ενός απείρου φορτισμένου θετικά φύλλου είναι: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x}$. Εάν το φύλλο ήταν αρνητικά φορτισμένο τότε $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{x})$.

β) $V_1 - V_2 = V(x_1) - V(x_2) = \int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{x_1}^{x_2} E\,dx$

αφού $d\vec{l} = dx\,\hat{x}$

άρα $V(x_1) - V(x_2) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_{x_1}^{x_2} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1)$

$$\Rightarrow -\Delta V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1) \Longleftrightarrow \boxed{\Delta V = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\Delta x}$$

γ) Η περιοχή μηδενικού δυναμικού (και μηδενικής δυναμικής ενέργειας) δεν μπορεί να τεθεί στο άπειρο (+∞), αφού το φύλλο επίσης εκτείνεται στο άπειρο. →

(16)

Η καταλληλότερη επιλογή είναι να θέσουμε $x_1 = 0$, $V(x_1 = 0) = 0$ και $x_2 = x$ με $V(x_2) = V(x)$

οπότε λαμβάνουμε:

$$\cancelto{0}{V(x_1)} - V(x_2) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x - 0) \Leftrightarrow$$

$$\boxed{V(x) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} x}$$

Ελέγχουμε το αποτέλεσμα (SOS, θα ζητηθεί!) με τη σχέση

$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ όπου για προβλήματα μιας διάστασης (1-D) απλοποιείται στην: $\vec{E} = -\frac{dV(x)}{dx}\hat{x}$

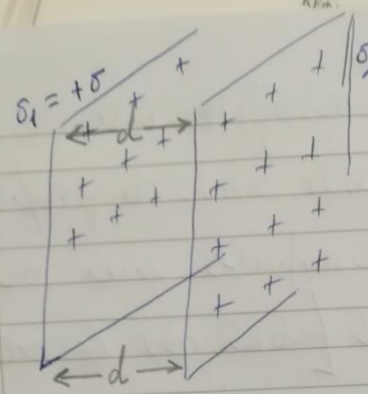
άρα $-\frac{d}{dx}\left(-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x\right)\hat{x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x} = \vec{E}$

άρα και.

Ποια είναι η φυσική σημασία του αρνητικού προσήμου στην έκφραση $\vec{E} = -\frac{dV(x)}{dx}\hat{x}$?

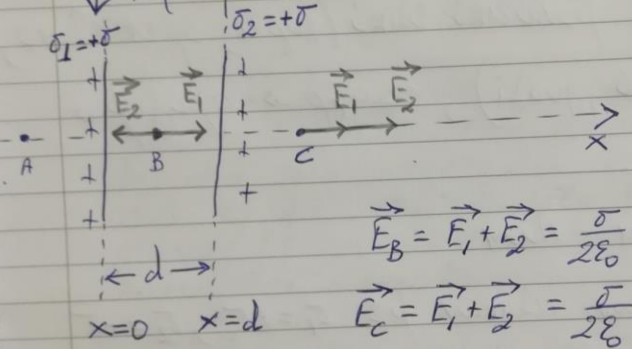
(17)

Σύστημα 2 απείρων φύλλων.



Να βρεθεί το Η.Π. στα A, B, C

↓ τομή:



$$\vec{E}_B = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{x}) = \vec{0}$$

$$\vec{E}_C = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}$$

Όμοια για $\vec{E}_A = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}$

→ Βρείτε μία έκφραση για το $V(x)$ στα A, B, C (SOS)

Εάν η $\sigma_2 = -\sigma$ να βρεθεί το Η.Π. και το Η. Δυναμικό στα A, B, C.

• Εάν τα φύλλα είναι πεπερασμένου εμβαδού έστω A τετραγωνικές μονάδες έκαστο, το σύστημα αυτό λέγεται πυκνωτής επιπέδων πλακών. Να υπολογίσετε τη χωρητικότητά του και να αποδείξετε ότι αυτή εξαρτάται μόνον από τα γεωμετρικά χαρ/κά του συστήματος και το διηλεκτρικό υλικό [υλικό που βρίσκεται μεταξύ των πλακών που μπορεί να είναι αέρας, μονωτικό υλικό (χαρτί, ορυκτέλαιο, πλαστικό, γυαλί), ελαφρώς αγώγιμο υλικό].

Απάντηση - Λύση:

εντός των πλακών με $\sigma_1 = +\sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$

αναπτύσσεται Η.Π. $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}$, $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (1)

Επειδή $\sigma = \frac{dQ}{dA} = \frac{Q}{A}$ (2) (αφού σ=σταθερή)

$$(1) \xrightarrow{(2)} E = \frac{Q}{A\varepsilon_0} \quad (3)$$

Μεταξύ των οπλισμών (πλακών) ισχύει:

$$V = Ed \xrightarrow{(3)} V = \frac{Qd}{A\varepsilon_0}$$

→

(19)

Από τον ορισμό της χωρητικότητας C

έχουμε $C = \frac{Q}{V} = \frac{\cancel{Q}}{\frac{\cancel{Q}d}{A\varepsilon_0}} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$

Παρατηρούμε ότι καθώς $d \to 0$, $C \to \infty$.

Στην πράξη βεβαίως η απόσταση d δεν μπορεί να γίνει πολύ μικρή διότι τότε και για δεδομένη τάση στα άκρα του το Η.Π. μεγαλώνει (διπλασιάζεται για κάθε υποδιπλασιασμό της απόστασης των οπλισμών όπως έχουμε αποδείξει στο μάθημα) οπότε τελικά ξεσπά ηλεκτρικός σπινθήρας που "καίει" τον πυκνωτή.

* Εάν μεταξύ των πλακών του πυκνωτή εισαχθεί διηλεκτρικό υλικό τότε

$$C' = kC$$, όπου k αριθμός με $k > 1$.

Ρεύμα και αντίσταση στο συνεχές.

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (\text{εάν } I = \text{σταθ})$$

$J = \frac{I}{A}$ (A/m^2) Χωρική πυκνότητα ρεύματος.

επίσης $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, όπου $\vec{E}$ το Η.Π. που δημιουργείται εντός αγωγού σταθερής διατομής στον οποίο έχει εφαρμοστεί τάση V στα άκρα του.

Για την αντίσταση R έχουμε ότι:

$$R = \rho \frac{l}{A} \;(1), \quad \rho = \rho_0(1+\alpha\Delta\theta) \;(2)$$

$$(1) \xrightarrow{(2)} R = \rho_0 \frac{l}{A}(1+\alpha\Delta\theta) = R_0(1+\alpha\Delta\theta)$$

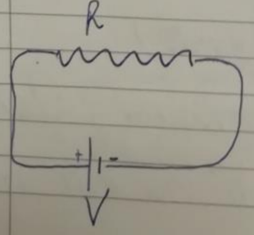
όπου: ρ: ειδική αντίσταση υλικού

α: θερμικός συντελεστής

Δθ: μεταβολή της θερμοκρασίας του αγωγού.

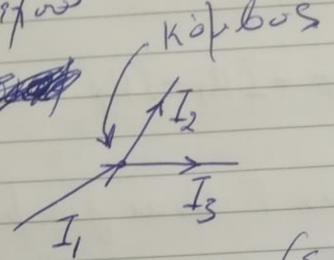
Ηλεκτρική Ενέργεια και ισχύς:

Ισχύς: $P = I \cdot V = I^2 R = \frac{V^2}{R}$



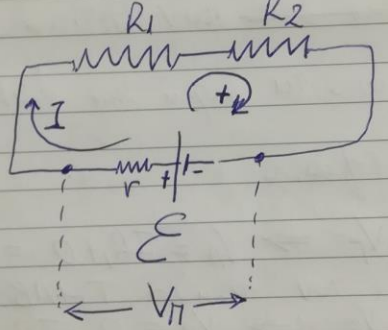
Κυκλώματα συνεχούς

$1^{ος}$ Κ.Κ.



$I_1 = I_2 + I_3 \Leftrightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0$ (Συνέπεια της αρχής διατήρησης του ηλεκτρ. φορτίου)

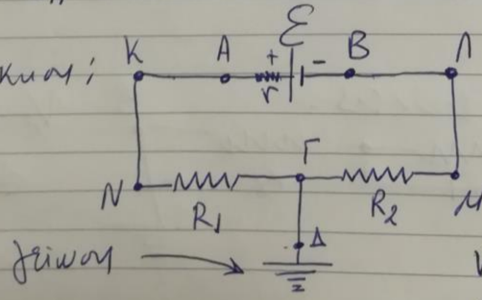
$2^{ος}$ Κ.Κ.



$\underbrace{\mathcal{E} - Ir} - I(R_1 + R_2) = 0$ (κανόνας τάσεων)

$V_Π$: Πολική τάση της πηγής.

Άσκηση:



$R_1 = 17\,Ω$
$R_2 = 8\,Ω$
$\mathcal{E} = 26V$
$r = 1\,Ω$

$V_A = ?$
$V_B = ?$

(22)

Λύση:

Από 2ο Κ.Κ.

$$\mathcal{E} - Ir - IR_1 - IR_2 = 0 \Rightarrow \boxed{I = 1A}$$

Το σημείο Γ είναι γειωμένο οπότε

$V_\Gamma = V_\Delta = 0$

Διατρέχοντας τον κλάδο ΑΚΝΓ κατά ~~τη φορά των δεικ~~ την θετική φορά (αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού) έχω:

$$V_A - IR_1 = V_\Gamma \Rightarrow V_A = IR_1 + 0 = 17V$$

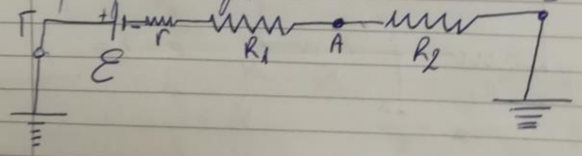
αντίστοιχα για τον κλάδο ΓΜΛΒ:

$$V_\Gamma - IR_2 = V_B \Rightarrow V_B = 0 - IR_2 = -8V$$

SOS: $V_\Pi = V_+ - V_- = 17 - (-8) = 25V$

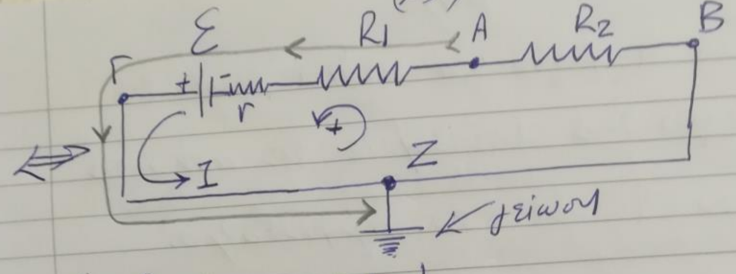
Πράγματι: $V_\Pi = \mathcal{E} - Ir = 26 - 1\cdot 1 = 25V$

Κύκλωμα με 2 γειώσεις:



$V_A = ?$ $\Leftrightarrow$

(23)



(Ισοδύναμο κύκλωμα)

Η ΓΖ θεωρείται σύρμα αμελητέας αντίστασης με αυτό μπορούμε να πάρουμε το ανωτέρω ισοδύναμο κύκλωμα..

Από 2ο Κ.Κ.

$$\mathcal{E} - Ir - I(R_1+R_2) = 0 \Rightarrow I = \dots\dots$$

$$V_A - IR_1 - Ir + \mathcal{E} = V_Z = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{V_A = I(R_1+r) - \mathcal{E}}$$

Μαγνητικά Πεδία:

Δύναμη Lorentz: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$

—"— Μαγνητική: $\vec{F_m} = q\vec{v}\times\vec{B}$

Δύναμη Laplace για ευθύγραμμο σύρμα

$$\vec{F} = I\vec{\ell}\times\vec{B}$$

(24)

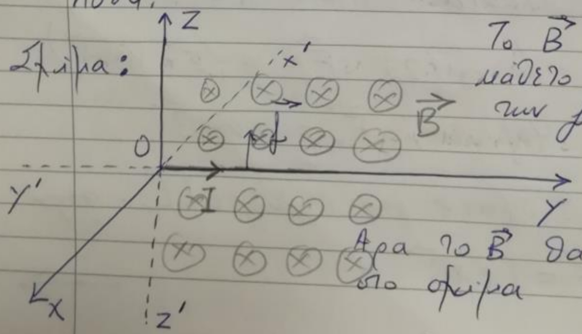
Για τα μαγνητικά πεδία και τις πηγές τους μελετήστε τις ασκήσεις που λύσαμε στο αμφιθέατρο.

48, 49

(48): Ένα σύρμα με μάζα 0,5g/cm διαρρέεται από ρεύμα 2A που είναι οριζόντιο με φορά εκείνη του θετικού ημιάξονος y. Ποια είναι η κατεύθυνση και το μέτρο του μαγν. πεδίου $\vec{B}$ που απαιτείται για να ανυψώσει αυτό το σύρμα κατακόρυφα προς τα πάνω?

Λύση:

Σχήμα:



Το $\vec{B}$ αναλύεται κάθετο στο επίπεδο των $\vec{g}$ και $I\vec{l}$.

Άρα το $\vec{B}$ θα είναι όπως στο σχήμα

→