

1) Σε κύκλωμα RL , σε τι ποσοστό διαφέρει το ρεύμα του κυκλώματος από τη μέγιστη τιμή του τρεις σταθερές χρόνου μετά το $t = 0$;

Λύση:

Κατά την φόρτιση του πηνίου (Εξ. 43 στις σημειώσεις Ηλεκτρομαγνητισμού)

$$I(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{tR}{L}}\right) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Το μέγιστο ρεύμα είναι αυτό στο $t \rightarrow \infty$ και ισούται με

$$I_{\infty} = \frac{E}{R} (1 - e^{-\infty}) = \frac{E}{R}$$

Σε τρεις σταθερές χρόνου έχουμε

$$I = I_{\infty} (1 - e^{-3}) = 0.95 I_{\infty}$$

Η διαφορά ισούται με

$$I_{\infty} - I = 0.05 I_{\infty}$$

και το αντίστοιχο κλάσμα

$$\frac{I_{\infty} - I}{I_{\infty}} = 0.05$$

2) Σε κύκλωμα RC με $R = 4 \text{ M}\Omega$, $C = 0.25 \mu\text{F}$ και πηγή με τάση 200 V , να βρεθεί το ρεύμα του κυκλώματος και το φορτίο του πυκνωτή σε χρόνο $t = 4 \text{ s}$.

Λύση:

Κατά την φόρτιση πυκνωτή (Εξ. 37 στις σημειώσεις Ηλεκτρομαγνητισμού)

$$I(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

Με απλή αντικατάσταση:

$$I = \frac{200}{4 \times 10^6} e^{-4/(4 \times 10^6 \times 0.25 \times 10^{-6})} = \frac{12}{7} \times 10^{-6} e^{-5/2.1} = 0.91 \mu\text{A}$$

Ομοίως από την Εξ. (38)

$$q = EC \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = 200 \times 0.25 \times 10^{-6} \left(1 - e^{-4/(4 \times 10^6 \times 0.25 \times 10^{-6})}\right)$$

$$q = 3.6 \times 10^{-6} (1 - e^{-5/2.1}) = 49 \mu\text{C}$$

3) Σε κύκλωμα RC , πόσο κλάσμα του αρχικού ρεύματος συνεχίζει να ρέει μετά από τέσσερις σταθερές χρόνου;

Λύση:

Κατά την φόρτιση πυκνωτή (Εξ. 37 στις σημειώσεις Ηλεκτρομαγνητισμού) ισχύει

$$I(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

Η σταθερά του χρόνου ισούται με $\tau = RC$ και το αρχικό ρεύμα $I(0) = E/R$ και έτσι

$$I(t) = I(0)e^{-t/\tau}$$

Σε μορφή κλάσματος

$$\frac{I(t)}{I(0)} = e^{-t/\tau}$$

Για 4 σταθερές χρόνου έχουμε

$$\frac{I(t)}{I(0)} = e^{-4\tau/\tau} = 0.0183$$

Δηλαδή 1.8 %

4) Σε ένα κύκλωμα RC συνεχούς, η ωμική αντίσταση είναι ίση με $R = 2 \text{ k}\Omega$ και ο πυκνωτής είναι αρχικά φορτισμένος και αφήνεται να εκφορτιστεί. Η διαφορά δυναμικού στον πυκνωτή πέφτει στο 0.42 της αρχικής τιμής έπειτα από χρονικό διάστημα 5.5 s. Ποιά είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή;

Λύση:

Κατά την εκφόρτιση πυκνωτή (Εξ. 42 στις σημειώσεις Ηλεκτρομαγνητισμού)

$$V_C = \frac{Q}{C} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Η αρχική τάση ισούται με $V_C(0) = Q/C$ και έτσι

$$V_C = V_C(0)e^{-\frac{t}{RC}}$$

Από τα δεδομένα $V_C = 0.42V_C(0)$ και επομένως

$$0.42 = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow -\frac{t}{RC} = \ln(0.42) \Rightarrow C = -\frac{t}{R \ln(0.42)} = -\frac{5.5}{2000 \times \ln(0.42)} = 3.170 \text{ mF}$$

5) Ένα κύκλωμα RL αποτελείται από αντιστάτη 4Ω , πηνίο αυτεπαγωγής 0.5 H και πηγή τάσης 12 V . Πόσο είναι το ρεύμα στο κύκλωμα σε χρόνο 0.25 s ;

Λύση:

Κατά την φόρτιση πηνίου (Εξ. 43 στις σημειώσεις Ηλεκτρομαγνητισμού)

$$I(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{tR}{L}}\right) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Με απλή αντικατάσταση:

$$I = \frac{12}{4} \left(1 - e^{-\frac{0.25 \times 4}{0.5}} \right) = 3(1 - e^{-2.0}) = 2.59A$$

6) Ένα πηνίο με πυρήνα από σίδηρο συνδέεται σε σειρά με μπαταρία 12 V και αντίσταση R. Παρατηρείται ότι το ρεύμα αυξάνεται στο 0.74 της μέγιστης τιμής του έπειτα από χρόνο 0.65 s. Το πείραμα επαναλαμβάνεται αφού αφαιρεθεί ο μεταλλικός πυρήνας. Τώρα ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσει το ρεύμα στο 0.74 της μέγιστης τιμής του είναι 0.0035 s. Υπολογίστε (α) τη σχετική διαπερατότητα του σιδήρου και (β) την αυτεπαγωγή L του κενού πηνίου εάν το μέγιστο ρεύμα στο κύκλωμα είναι ίσο με 0.5 A.

Λύση:

α) Είδαμε ότι η σχετική διαπερατότητα μ_r πολλαπλασιάζει τη σταθερά μ_0 και έτσι όλες οι μαγνητικές ιδιότητες αυξάνονται κατά μ_r και άρα και η αυτεπαγωγή. Αυτό λοιπόν που πρέπει να βρούμε είναι ο λόγος των δυο αυτεπαγωγών L_1/L_2

Κατά την φόρτιση ενός πηνίου (Εξ. 43 στις σημειώσεις Ηλεκτρομαγνητισμού) το ρεύμα είναι ίσο με

$$I(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{tR}{L}} \right) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{tR}{L}} \right)$$

Από τα δεδομένα $I = 0.74 I_0$ και έτσι

$$0.74 = 1 - e^{-\frac{tR}{L}} \Rightarrow e^{-\frac{tR}{L}} = 0.26 \Rightarrow -\frac{tR}{L} = \ln(0.26) \Rightarrow L = -\frac{tR}{\ln(0.26)}$$

Έστω t_1 ο χρόνος με μεταλλικό πυρήνα και t_2 ο χρόνος με κενό πηνίο. Παίρνοντας λόγους

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{-\frac{t_1 R}{\ln(0.26)}}{-\frac{t_2 R}{\ln(0.26)}} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{0.65}{0.0035} = 185.7$$

Επομένως η σχετική διαπερατότητα μ_r ισούται με 185.7

β) Πρέπει να υπολογίσουμε το L_2 χωρίς πυρήνα. Από την Εξ. (43) το μέγιστο ρεύμα ισούται με

$$I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow R = \frac{E}{I_0} = \frac{12}{0.5} = 24 \Omega$$

Έτσι

$$L_2 = -\frac{t_2 R}{\ln(0.26)} = -\frac{0.0035 \times 24}{\ln(0.26)} = 0.0623 H$$