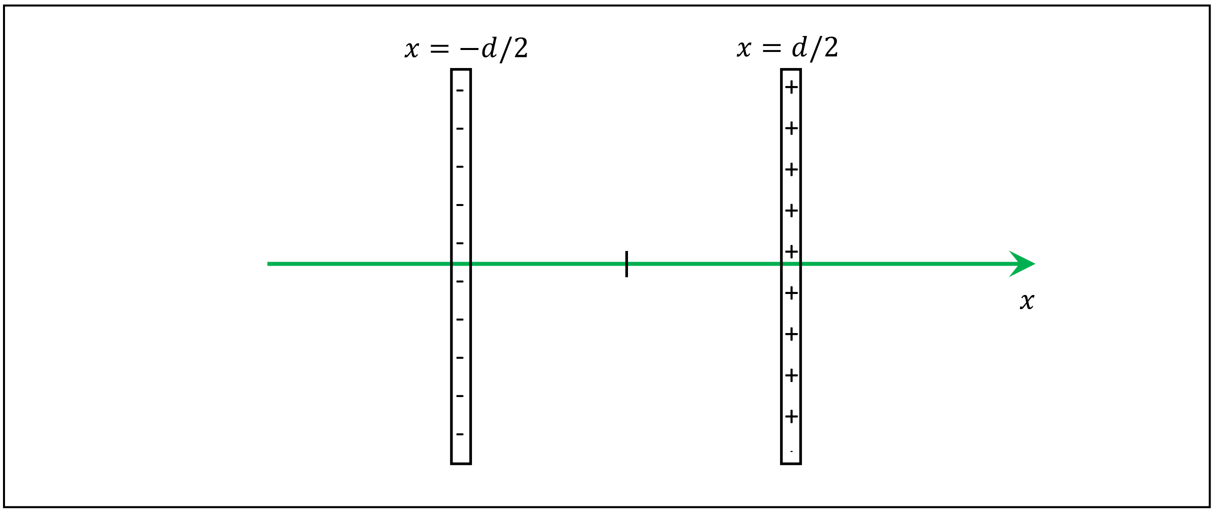
1) Επίπεδος πυκνωτής αποτελείται από δυο ορθογώνιες πλάκες με ομοιόμορφο φορτίο Q και εμβαδό A η καθεμία, οι οποίες βρίσκονται κάθετα στον άξονα x στις συντεταγμένες $x = -d/2$ η αρνητική και $x = d/2$ η θετική. Να βρεθεί το ηλεκτρικό δυναμικό παντού στο χώρο εάν είναι μηδέν στο $x = -d/2$.

Λύση:

Θα εξετάσουμε ξεχωριστά τον εσωτερικό και τον εξωτερικό χώρο του πυκνωτή.



Το ηλεκτρικό πεδίο στον εσωτερικό χώρο είναι ίσο με E με φορά προς τα αριστερά επειδή οι δυναμικές γραμμές τείνουν από τα θετικά προς τα αρνητικά φορτία. Εάν τοποθετήσουμε ένα υποθετικό σημειακό φορτίο $+q$στο εσωτερικό του πυκνωτή σε κάποια απόσταση x από την αρνητική πλάκα, τότε αυτή θα παίζει το ρόλο της γης επειδή το σημειακό φορτίο τείνει να καταλήξει σε αυτήν λόγω έλξης. Επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την Εξ. 4.3 που περιγράφει την Ηλεκτρική Δυναμική Ενέργεια μέσα σε ομοιογενές πεδίο E:

$$U = q|E|h = qE(x + d/2)$$

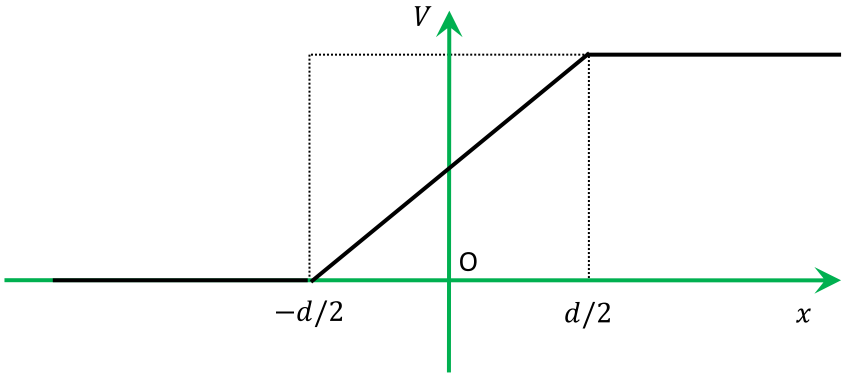
Τον ρόλο του ύψους h παίζει εδώ η απόσταση $x + d/2$ από τον αρνητικό οπλισμό. Η δυναμική ενέργεια γίνεται μηδέν στο $x = -d/2$ όπως αναμένεται αφού όπως αναφέρθηκε, η αρνητική πλάκα είναι το ανάλογο της γης στον ηλεκτρισμό. Στην άλλη πλάκα όπου $x = d/2$, η δυναμική ενέργεια ισούται με qEd. Στον εξωτερικό χώρο του πυκνωτή έχουμε $E = 0$ οπότε θα περιμέναμε και $U = 0$. Αυτό είναι συνεπές στα αριστερά του πυκνωτή εφόσον δεχθήκαμε ότι $U = 0$ επάνω στην αρνητική πλάκα και έτσι η U είναι μια συνεχής συνάρτηση. Όμως επάνω στην θετική πλάκα είδαμε ότι η δυναμική ενέργεια ισούται με qEd, μια σταθερή τιμή. Θυμηθείτε όμως ότι μπορούμε πάντοτε να προσθέτουμε μια σταθερά στη δυναμική ενέργεια αφού μόνο οι μεταβολές της έχουν νόημα και όχι οι απόλυτες τιμές της και έτσι στα δεξιά του πυκνωτή παρόλο που η Εξ. 4.3 προβλέπει $U = 0$, πρέπει να προσθέσουμε σε αυτό το αποτέλεσμα την τιμή qEd ώστε και πάλι η U να είναι μια συνεχής συνάρτηση επάνω στο σύνορο $x = d$. Επομένως η U είναι μια τρικλαδική συνάρτηση:

$$U = \begin{cases} 0 & x < -d/2 \\ qE(x + d/2) & -d/2 \le x \le d/2 \\ qEd & x > d/2 \end{cases}$$

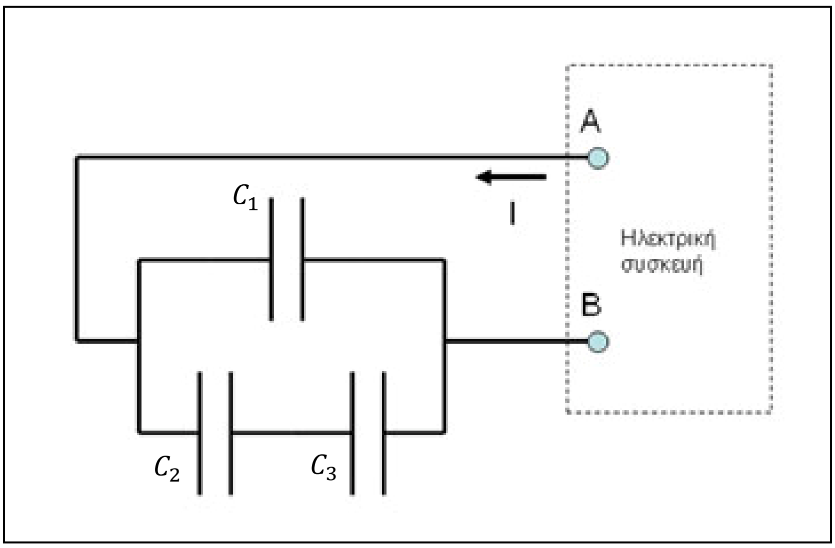
Από τον ορισμό του Ηλεκτρικού Δυναμικού, Εξ. 4.8, έχουμε μια αντίστοιχη τρικλαδική συνάρτηση για το δυναμικό:

$$V = \begin{cases} 0 & x < -d/2 \\ E(x + d/2) & -d/2 \leq x \leq d/2 \\ Ed & x > d/2 \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση του V φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



2) Στο παρακάτω σχήμα, το σύστημα των τριών πυκνωτών συνδέεται στα σημεία Α και Β μιας ηλεκτρικής συσκευής. Να βρεθεί το φορτίο του πυκνωτή C_3 σε *Coulomb*. (Σημείωση: Δουλέψετε στον κάτω κλάδο). Δίνεται η διαφορά δυναμικού $V_{AB} = 2\,V$ και οι χωρητικότητες $C_1 = 2\,\mu F$, $C_2 = 5\,\mu F$ και $C_3 = 3\,\mu F$



<u>Λύση</u>:

Οι C_2 και C_3 είναι σε σειρά και άρα η ισοδύναμη χωρητικότητά τους δίνεται από τον τύπο:

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{15} => C_{23} = \frac{15}{8}\ \mu F$$

Αφού βρίσκονται υπό δυναμικό $V_{AB} = 2\ V$, τότε το φορτίο που απορροφά αυτός ο ισοδύναμος πυκνωτής ισούται με

$$Q_{23} = C_{23}V_{AB} = \frac{15}{8}2 = \frac{15}{4} = 3.75\ C$$

Επειδή όμως οι C_2 και C_3 είναι σε σειρά, τότε αναγκαστικά φέρουν το ίδιο φορτίο και έτσι

$$Q_2 = Q_3 = Q_{23} = 3.75\ C$$

3) Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δυο φορτισμένων φύλλων που βρίσκονται σε απόσταση d μεταξύ τους είναι V. Εάν ένα φορτίο q τοποθετηθεί στο φύλλο του χαμηλότερου δυναμικού (το οποίο είναι γειωμένο), πόσο έργο σε $Joules$ <u>κατ' απόλυτη τιμή</u> θα του αποδοθεί από το πεδίο όταν καλύψει απόσταση ίση με κλάσμα κ της απόστασης των δυο οπλισμών; Δίνονται τα $\kappa = 0.35$, $q = 1\ \mu C$ και $V = 5\ V$.

<u>Λύση</u>:

Για ευκολία κατανόησης μπορούμε να σκεφτόμαστε το γειωμένο φύλλο να είναι τοποθετημένο οριζόντια και χαμηλότερα από το επίσης οριζόντια τοποθετημένο φύλλο με υψηλότερο δυναμικό. Αφού το ένα φύλο είναι γειωμένο, τότε η δυναμική ενέργεια του φορτίου q είναι μηδέν εκεί. Τότε η ενέργεια του φορτίου q σε τυχαία απόσταση $h = d/\kappa$ από αυτό το φύλλο ισούται με:

$$U = qEh = qEd/\kappa$$

Στο εσωτερικό του πυκνωτή όμως

$$E = V/d$$

και έτσι

$$U = qV/\kappa$$

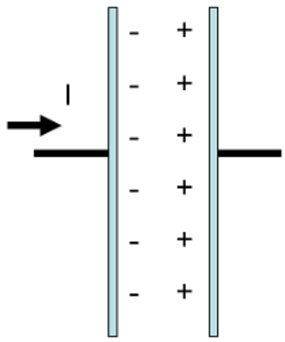
Το έργο ισούται με μείον την διαφορά της δυναμικής ενέργειας και έτσι

$$W = U - U_0 = \frac{qV}{\kappa} - 0 = \frac{qV}{\kappa}$$

Αντικαθιστώντας

$$W = \frac{1 \times 10^{-6} \times 5}{0.35} = 14.3\ \mu J$$

4) Στον πυκνωτή του παρακάτω σχήματος υπάρχει αρχικά αποθηκευμένο φορτίο q με την πολικότητα που δείχνεται. Ξαφνικά εφαρμόζεται για συνολικό χρόνο Δt ένα <u>σταθερό</u> ρεύμα I με τη φορά που φαίνεται στο σχήμα. Βρείτε το τελικό φορτίο του πυκνωτή κατ' απόλυτη τιμή σε *Coulomb.* Δίνονται τα $I = 2\ A$, $\Delta t = 0.5\ s$ και $q = 4\ C$



<u>Λύση</u>:

Το αρχικό φορτίο είναι $q(0) = -4\ C$ επάνω στο αριστερό φύλλο (και βέβαια ίσον με $4\ C$ στο άλλο φύλλο). Όπως είναι το ρεύμα στο σχήμα, προσθέτει θετικά φορτία στο αριστερό φύλλο με ρυθμό

$$\frac{dq}{dt} = I$$

Ολοκληρώνοντας

$$q(\Delta t) = q(0) + I\Delta t = -4 + 2 \times 0.5 = -3\ C$$

(Η $q(0)$ εδώ παίζει το ρόλο της σταθεράς ολοκλήρωσης). Τα δυο φύλλα είναι συμμετρικά οπότε το φορτίο στον οπλισμό στα δεξιά ισούται με $+3\ C$.

5) Φοιτητής κατασκευάζει πυκνωτή φορτίζοντας δυο φύλλα διαστάσεων $2 \times 3\ cm^2$ με φορτίο $\pm 5\ C$. Να γίνει η γραφική παράσταση της χωρητικότητας του πυκνωτή συναρτήσει της απόστασης μεταξύ των οπλισμών του για τις τιμές 0.5, 1, 2 και 4 cm αντίστοιχα.

<u>Λύση</u>:

Από τον τύπο

$$C = \varepsilon_0 A/x$$

που περιγράφει ένα επίπεδο πυκνωτή, έχουμε τις εξής τιμές ($\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ S.I.):

$x\ (cm)$	C (σε $10^{-12}\ F$)
0.5	1.062
1	0.531
2	0.265
4	0.133

Οπότε η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι η εξής: