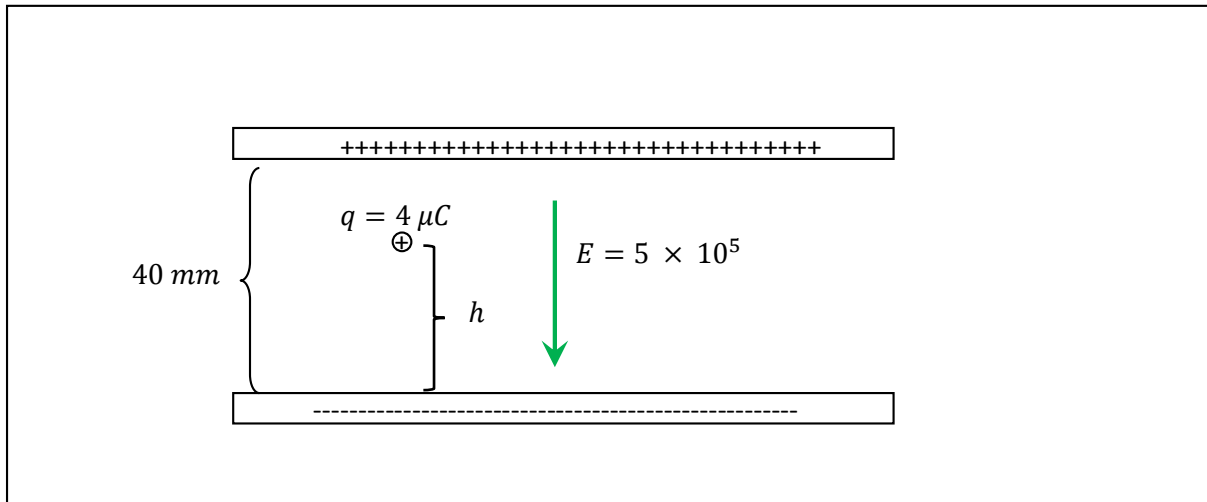


Πρόβλημα 1.

Ένα θετικά φορτισμένο φύλλο βρίσκεται 40 mm επάνω από ένα αρνητικά φορτισμένο φύλλο και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ τους ισούται με $5 \times 10^5\text{ N/C}$. Βρείτε την δυναμική ενέργεια ενός φορτίου $+4\text{ }\mu\text{C}$ εάν αυτό τοποθετηθεί σε μια απόσταση α) 15 mm και β) 30 mm από το θετικό φύλλο. Πάρτε ως αναφορά το αρνητικό φύλλο.



Λύση:

α) Δίνεται απόσταση από το θετικό φύλλο $h_1 = 15\text{ mm}$. Από την εκφώνηση, η δυναμική ενέργεια μετράει από το αρνητικό (-) φύλλο (δηλαδή η δυναμική ενέργεια εκεί είναι μηδέν κατά σύμβαση) και έτσι πρέπει να πάρουμε απόσταση

$$h = 40 - 15 = 25\text{ mm} = 0.025\text{ m}$$

Η δυναμική ενέργεια ισούται με:

$$U = q|E|h = 4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^5 \times 2.5 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-2} = 0.05\text{ J}$$

β) Ομοίως για την άλλη απόσταση από το θετικό φύλλο $h_2 = 30\text{ mm}$, η αντίστοιχη απόσταση από το αρνητικό φύλλο ισούται με

$$h = 40 - 30 = 10\text{ mm} = 0.010\text{ m}$$

Η δυναμική ενέργεια ισούται με:

$$U = q|E|h = 4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^5 \times 1 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-2} = 0.02\text{ J}$$

Πρόβλημα 2.

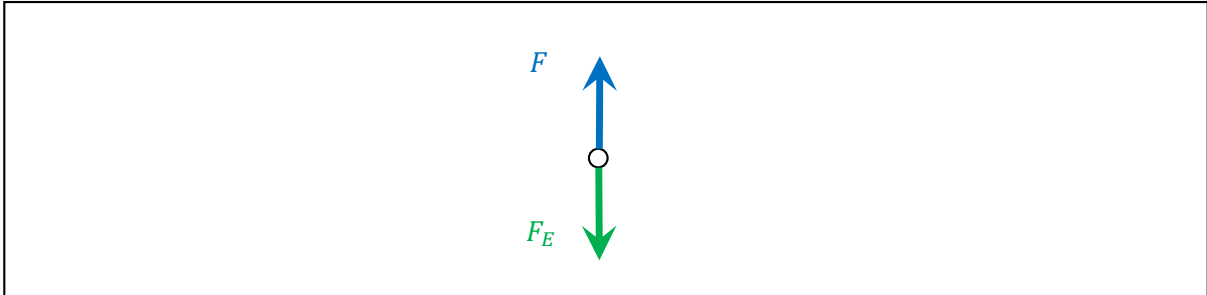
Στο προηγούμενο Πρόβλημα α) πόση δύναμη F_E ασκείται στο φορτίο όταν αυτό βρίσκεται στην αρχική του θέση με $h = 0.025\text{ m}$; β) πόση δύναμη F πρέπει να του ασκηθεί για να το φέρουμε πολύ αργά από τη γείωση (αρνητικό φύλλο) στην αρχική του θέση $h = 0.025\text{ m}$; γ) Υπολογίστε το έργο στο προηγούμενο υποερώτημα χρησιμοποιώντας τον ορισμό του έργου από την Μηχανική και δ) Υπολογίστε το έργο από την Εξ. 4.2.

Λύση:

α) Από τον ορισμό της έντασης $E = F_E/q \Rightarrow F_E = qE = -4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^5 = -2 \text{ N}$

Το μείον είναι επειδή η ένταση και η δύναμη είναι προς τα κάτω

β) Για να μετακινήσουμε το φορτίο πολύ αργά στο αρχικό του ύψος πρέπει να του ασκήσουμε μια δύναμη αντίθετη από αυτή του πεδίου $F = -F_E = 2 \text{ N}$ (δείτε το παρακάτω σχήμα):



γ) Από τη Μηχανική το έργο του πεδίου ισούται με $W_E = F_E x = -2 \times 0.025 = -0.05 \text{ J}$. Το έργο είναι αρνητικό επειδή κινούμαστε αντίθετα με το πεδίο

δ) Από την Εξ. 4.3 η αρχική και τελική δυναμική ενέργεια ισούνται με:

$$U_{\alpha\rho\chi} = 0$$

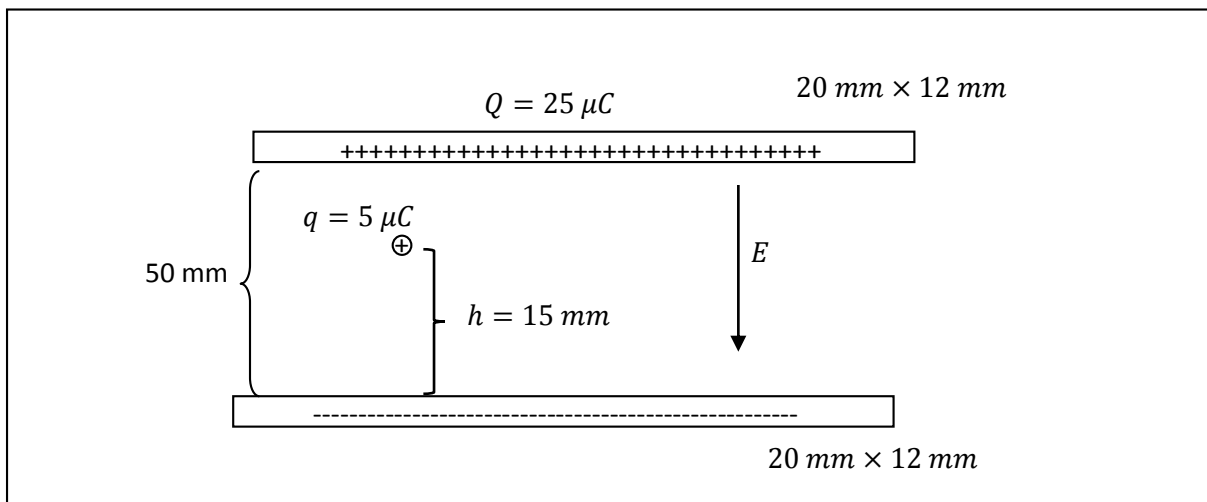
$$U_{\tau\epsilon\lambda} = q|E|h = 4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^5 \times 0.025 = 0.05$$

Από την Εξ. 4.2 το έργο του πεδίου ισούται με $W_E = -\Delta U = -(0.05 - 0) = -0.05 \text{ J}$

Βλέπουμε ότι οι δυο εκφράσεις συμφωνούν

Πρόβλημα 3.

Ένα θετικά φορτισμένο φύλλο με φορτίο $25 \mu\text{C}$ και διαστάσεις $20 \times 12 \text{ mm}^2$ βρίσκεται 50 mm επάνω από ένα άλλο όμοιο φύλλο με ίσο και αντίθετο φορτίο. Βρείτε την δυναμική ενέργεια ενός σημειακού φορτίου $+5 \mu\text{C}$ εάν είναι τοποθετημένο 15 mm από το αρνητικό φύλλο



Λύση:

Πρώτα πρέπει να βρούμε το E . Από την Εξίσωση 3.7 του πυκνωτή

$$E = \frac{1 Q}{\epsilon_0 A}$$

όπου

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$$

$$A = 0.012 \text{ m} \times 0.02 \text{ m} = 2.4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Οπότε

$$E = \frac{1 Q}{\epsilon_0 A} = \frac{1}{8.85 \times 10^{-12}} \frac{25 \times 10^{-6}}{2.4 \times 10^{-4}} = 1.17 \times 10^{10} \text{ N/C}$$

Για θετικό σημειακό φορτίο, η απόσταση h μετριέται από το αρνητικό (-) φύλλο (κατά σύμβαση δεχόμαστε $U = 0$ εκεί) και έτσι

$$h = 15 \text{ mm} = 1.5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$U = qEh = 5 \times 10^{-6} \times 1.17 \times 10^{10} \times 1.5 \times 10^{-2} = 877 \text{ J}$$

Ηλεκτρική Δυναμική Ενέργεια – Σημειακό φορτίο

Πρόβλημα 4.

Σε ποια απόσταση από ένα φορτίο $-7 \mu\text{C}$ ένα άλλο μικρότερο φορτίο -3 nC θα έχει δυναμική ενέργεια 60 mJ ; Ποια θα είναι η αρχική δύναμη που θα ασκηθεί στο φορτίο των -3 nC ;

Λύση:

$$U = k \frac{Qq}{r} \Rightarrow r = k \frac{Qq}{U} = 9 \times 10^9 \frac{(-7 \times 10^{-6}) \times (-3 \times 10^{-9})}{60 \times 10^{-3}} = 3.15 \times 10^{-3} \text{ m} = 3.15 \text{ mm}$$

Για την δύναμη από τον νόμο του Coulomb's:

$$F = k \frac{|Q||q|}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{7 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-9}}{(3.15 \times 10^{-3})^2} = 19.0 \text{ N}$$

Πρόβλημα 5.

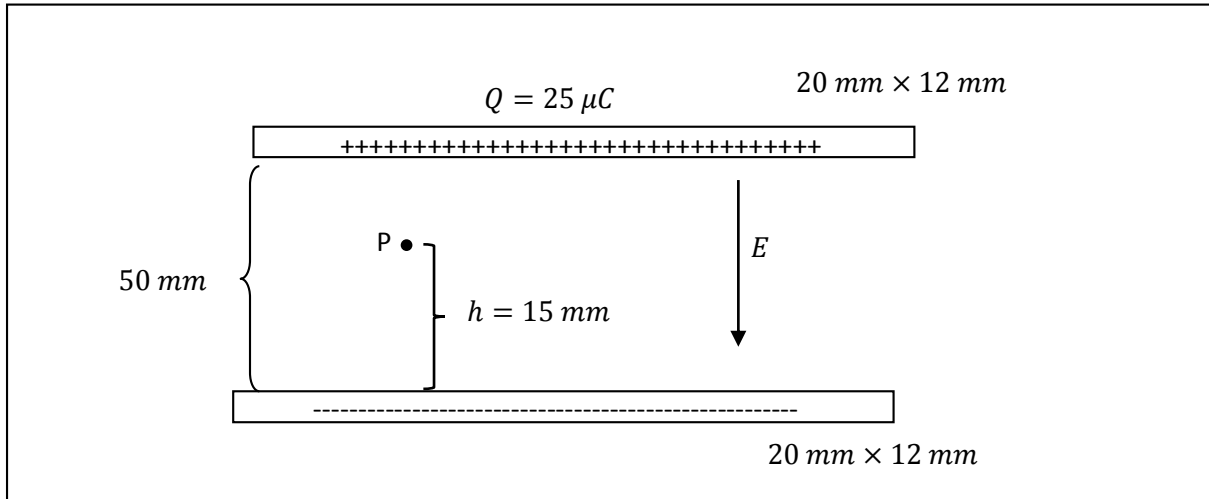
Ένα φορτίο $+6 \mu\text{C}$ βρίσκεται 30 mm από ένα άλλο φορτίο $16 \mu\text{C}$. Ποια είναι η δυναμική ενέργεια του συστήματος;

$$U = k \frac{Qq}{r} = 9 \times 10^9 \frac{16 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{30 \times 10^{-3}} = 28.8 \text{ J}$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

Πρόβλημα 6.

Οι οπλισμοί ενός πυκνωτή έχουν φορτίο $\pm 25 \mu\text{C}$ και διαστάσεις $20 \times 12 \text{ mm}^2$ και βρίσκονται σε απόσταση 50 mm μεταξύ τους. Βρείτε το ηλεκτρικό δυναμικό σε σημείο P που απέχει απόσταση ίση με α) 15 mm και β) 20 mm από τον αρνητικό οπλισμό.



Λύση: Πρώτα πρέπει να υπολογίσουμε το E . Χρησιμοποιούμε τον τύπο για τα παράλληλα φύλλα (όπως και σε προηγούμενο Πρόβλημα):

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A}$$

όπου

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$$

$$A = 0.012 \text{ m} \times 0.02 \text{ m} = 2.4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Οπότε

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A} = \frac{1}{8.85 \times 10^{-12}} \frac{25 \times 10^{-6}}{2.4 \times 10^{-4}} = 1.18 \times 10^{10} \text{ N/C}$$

Τώρα μπορούμε να βρούμε το ηλεκτρικό δυναμικό. Εάν τοποθετούσαμε ένα σημειακό δοκιμαστικό φορτίο q στο σημείο P τότε η δυναμική του ενέργεια από την Εξ. 4.3 θα ήταν ίση με:

$$U = q|E|h$$

Όμως από την Εξ. 4.8

$$V = \frac{U}{q} = |E|h$$

α) Για $h = 15 \text{ mm} = 0.015 \text{ m}$

$$V = Eh = 1.18 \times 10^{10} \times 0.015 = 1.77 \times 10^8 \text{ Volts}$$

β) Για $h = 20 \text{ mm} = 0.020 \text{ m}$

$$V = Eh = 1.18 \times 10^{10} \times 0.020 = 2.36 \times 10^8 \text{ Volts}$$

Πρόβλημα.

Στο προηγούμενο πρόβλημα, πόση είναι η δυναμική ενέργεια ενός φορτίου $+4 \mu\text{C}$ εάν τοποθετηθεί στις δυο θέσεις (α) και (β) παραπάνω;

Λύση: Από τον ορισμό του δυναμικού Εξ. 4.8, λύνουμε ως προς U

Περίπτωση α)

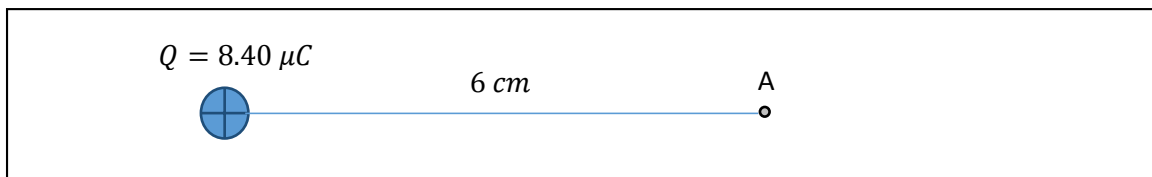
$$V = \frac{U}{q} \Rightarrow U = qV = 4 \times 10^{-6} \times 1.77 \times 10^8 = 708 \text{ J}$$

Περίπτωση β)

$$V = \frac{U}{q} \Rightarrow U = qV = 4 \times 10^{-6} \times 2.36 \times 10^8 = 944 \text{ J}$$

Πρόβλημα 7.

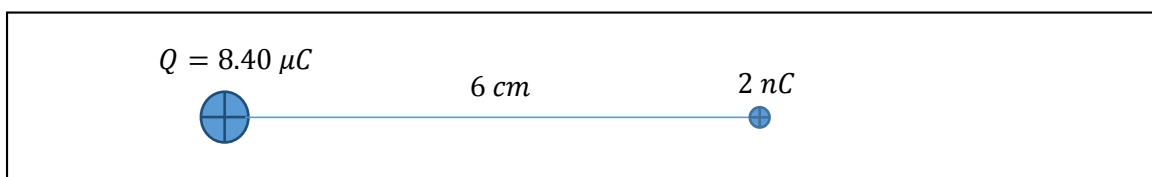
Ποιο είναι το ηλεκτρικό δυναμικό σε ένα σημείο A που βρίσκεται 6 cm από ένα φορτίο $8.40 \mu\text{C}$; Ποια είναι η δυναμική ενέργεια ενός φορτίου 2 nC που έχει τοποθετηθεί σε αυτό το σημείο;



Λύση: Για σημειακό φορτίο το δυναμικό δίνεται από την σχέση:

$$V = k \frac{Q}{r} = 9 \times 10^9 \frac{8.4 \times 10^{-6}}{6 \times 10^{-2}} = 1.26 \times 10^6 \text{ Volts}$$

Τώρα φέρνουμε το δεύτερο φορτίο των 2 nC στο σημείο A.



Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δυο φορτίων μπορεί να υπολογιστεί από τον ορισμό του δυναμικού $V = U/q$ οπότε

$$U = qV = 2 \times 10^{-9} \times 1.26 \times 10^6 = 2.52 \times 10^{-3} \text{ Joules}$$