

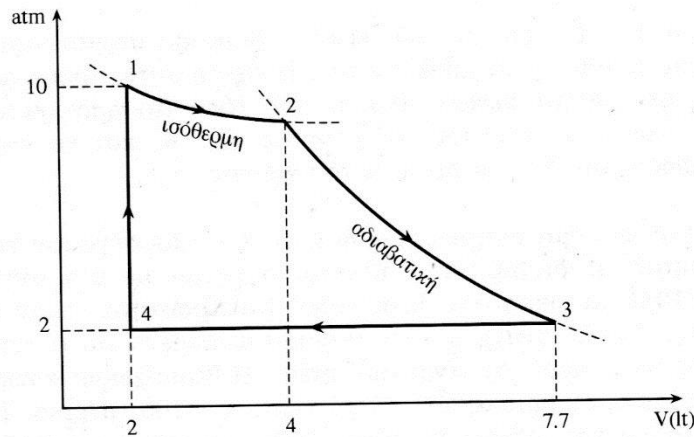
Γ. Κ. ΛΙΑΝΟΣ

**Βασική
Πανεπιστημιακή
Φυσική**

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ
ΑΘΗΝΑ 2008

Ασκήσεις από το βιβλίο "ΒΑΣΙΚΗ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ " του ΛΙΑΝΟΥ, εκδόσεις "ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ"

6. Ένα κομμάτι πάγου θερμοκρασίας 0°C γλιστράει λιώνοντας πάνω σ' ένα κεκλιμένο επίπεδο γωνίας 30° . Η τήξη του πάγου οφείλεται στη θερμότητα που δημιουργείται λόγω της τριβής. Ας υποθέσουμε ότι ο συντελεστής τριβής είναι 0,4 και ότι όλη η θερμότητα αποδίδεται αποκλειστικά στον πάγο. Να ευρεθεί η ποσότητα του πάγου που θα λιώσει αν η αρχική του μάζα ήταν 20 kg και η κίνησή του διαρκεί 2 λεπτά της ώρας.
7. Ένα γραμμομόριο ιδανικού αερίου υποβάλλεται στον παρακάτω θερμοδυναμικό κύκλο. Να ευρεθεί αν το αέριο είναι μονατομικό, διατομικό ή πολυατομικό. Ποιό είναι το συνολικό έργο που παράγεται κατά τον κύκλο;



Σχήμα 510

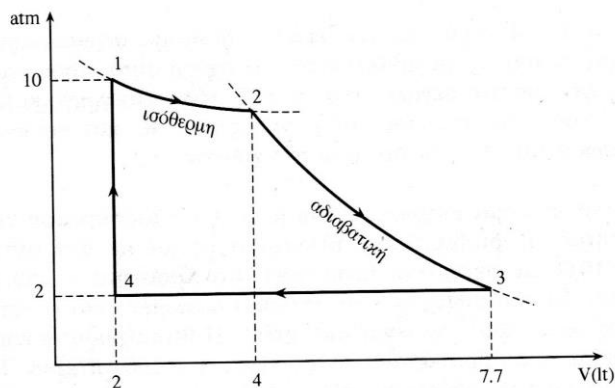
8. Ας υποθέσουμε ότι η καταστατική εξίσωση ενός πραγματικού αερίου δίνεται από τη σχέση $p(V - \mu b) = \mu RT$. Δηλαδή, στο αέριο αυτό δεν εξασκούνται δυνάμεις εξ αποστάσεως μεταξύ των μορίων, αλλά ο όγκος των μορίων αυτών καθ' εαυτών δεν είναι αμελητέος. Να ευρεθεί μια σχέση που να δίνει σ' αυτή την περίπτωση το έργο που παράγεται κατά μια ισόθερμη μεταβολή. Επειδή δεν θα εξασκούνται δυνάμεις εξ αποστάσεως μεταξύ των μορίων η εσωτερική ενέργεια θα είναι και πάλι συνάρτηση της θερμοκρασίας. Να ευρεθεί τότε η μεταβολή της ενθαλπίας κατά τη διάρκεια της ισόθερμης μεταβολής. Στη συνέχεια να επαναληφθούν τα παραπάνω για μια αδιαβατική εκτόνωση και να συγκριθούν οι ευρεθείσες τιμές με τις αντίστοιχες των ιδανικών αερίων.

9. Μονατομικό ιδανικό αέριο υποβάλλεται σε μια μεταβολή η οποία στο διάγραμμα pV εμφανίζεται σαν ευθεία γραμμή. Η αρχική πίεση ήταν 3 atm και ο αρχικός όγκος 1 lt . Η τελική πίεση γίνεται 1 atm και ο τελικός όγκος 3 lt . Να ευρεθεί σε ποιο σημείο του διαγράμματος (τιμές p , V) η θερμοκρασία του αερίου είναι μέγιστη. (Υπόδειξη: η μεταβολή κατά μήκος της ευθείας αντιστοιχεί με το άθροισμα μιας ισοβαρούς συν μιας ισόχωρης μεταβολής).
- (Απαντ.: $p = 2 \text{ atm}$, $V = 2 \text{ lt}$).
10. Το εντροπικό διάγραμμα ή διάγραμμα $T-S$ περιγράφει τις θερμοδυναμικές μεταβολές συναρτήσει της εντροπίας, οι τιμές της οποίες τοποθετούνται στον οριζόντιο άξονα, και της θερμοκρασίας που τοποθετείται στον κατακόρυφο άξονα. Να σχεδιαστεί ο κύκλος Carnot σε εντροπικό διάγραμμα και να ευρεθεί πώς παρίσταται στο διάγραμμα αυτό το ποσό της θερμότητας που το σύστημα ανταλλάσσει με το περιβάλλον.
11. Η μεταβολή της ενθαλπίας ανά γραμμομόριο ξηρού πάγου (στερεού CO_2) όταν εξαχνώνεται είναι $\Delta H = 25,2 \text{ KJ/mole}$. Η θερμοκρασία εξαχνώσεως του ξηρού πάγου είναι 195°K υπό πίεση 1 atm . Να ευρεθεί η μεταβολή της εντροπίας όταν 1 kg CO_2 εξαχνώνεται στη θερμοκρασία εξαχνώσεως.
12. Να ευρεθεί η συνολική μεταβολή της εντροπίας $100 \text{ g H}_2\text{O}$ όταν θερμαίνεται από -20°C σε 120°C υπό πίεση 1 atm (θερμότητα τήξεως $= 79,7 \text{ cal/g}$ και θερμότης εξαερώσεως $= 539 \text{ cal/g}$. Ειδική θερμότητα πάγου $= 2,09 \text{ J/g} \cdot \text{grad}$ και νερού $= 4,184 \text{ J/g} \cdot \text{grad}$. Επίσης, για τον ατμό νερού $C_p = 30,54 + 1,03 \times 10^{-2} T (\text{J/mole} \cdot \text{grad})$
13. Να σχεδιαστεί με ακρίβεια ένας κύκλος Carnot με απόδοση 80% , που λειτουργεί χρησιμοποιώντας το περιβάλλον, θερμοκρασίας 20°C , σαν δεξαμενή θερμότητας χαμηλής θερμοκρασίας.
14. Ένα mole μονατομικού ιδανικού αερίου μεταβάλλεται διπλασιάζοντας τον όγκο και την πίεσή του με δυο διαφορετικές διεργασίες: (1) ισοβαρώς και αμέσως μετά ισόχωρα, (2) ισόθερμα μέχρι διπλασιασμού της πίεσεως και μετά ισοβαρώς. Δείξτε την πορεία κάθε διεργασίας σ' ένα διάγραμμα $p-V$ και σε ένα $T-S$.
15. Η εσωτερική ενέργεια ενός πραγματικού αερίου δίνεται από τη σχέση:

Κεφάλαιο ς. Οι Νόμοι της Θερμοδυναμικής

ς. 7

Ένα γραμμομόριο ιδανικού αερίου υποβάλλεται στον παρακάτω θερμοδυναμικό κύκλο. α) Να ευρεθεί εάν είναι μονατομικό, διατομικό ή πολυατομικό β) Ποιο είναι το συνολικό έργο που παράγεται κατά τον κύκλο;



Λύση:

Στην ισόθερμη 1→2 ισχύει

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 10 \times 2 = P_2 \times 4 \Rightarrow P_2 = 5 \text{ atm}$$

Στην αδιαβατική 2→3 ισχύει

$$P_2 V_2^\gamma = P_3 V_3^\gamma \Rightarrow 5 \times 4^\gamma = 2 \times 7.7^\gamma \Rightarrow \left(\frac{7.7}{4}\right)^\gamma = \frac{5}{2} \Rightarrow 1.925^\gamma = 2.5$$

Λογαριθμίζοντας και τις δυο πλευρές οδηγεί στο

$$\gamma \log(1.925) = \log(2.5) \Rightarrow \gamma = 1.4$$

Από τον ορισμό του γ έχουμε

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = \frac{\frac{q}{2}R + R}{\frac{q}{2}R} = \frac{q + 2}{q}$$

όπου q οι βαθμοί ελευθερίας. Θέτοντας $\gamma = 1.4$ η παραπάνω εξίσωση δίνει $q = 5$ που οι συνήθεις βαθμοί ελευθερίας ενός διατομικού αερίου

β) Τα επιμέρους έργα ισούνται με (όλες οι μονάδες σε $\text{atm} \times \text{lit}$)

Στην ισόθερμη 1→2

$$W_{12} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 10 \times 2 \times \ln\left(\frac{4}{2}\right) = 13.9$$

Στην αδιαβατική 2→3

$$W_{23} = \frac{1}{1 - \gamma} (P_3 V_3 - P_2 V_2) = \frac{1}{1 - 1.4} (2 \times 7.7 - 5 \times 4) = 11.5$$

Στην ισόχωρη 3→4

$$W_{34} = P(V_4 - V_3) = 2(2 - 7.7) = 11.4$$

Στην ισόχωρη 4→1

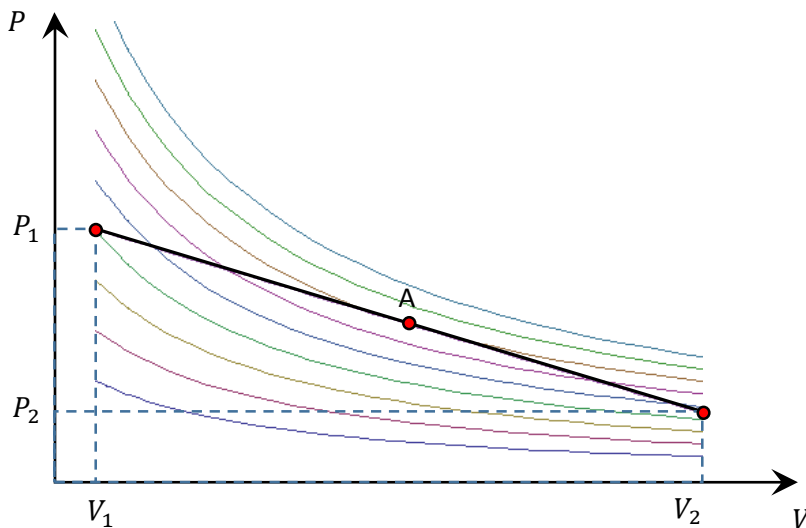
$$W_{41} = 0$$

Επομένως το συνολικό έργο ισούται με $W_{12341} = 13.9 + 11.5 + 11.4 = 36.8 \text{ atm} \times \text{lit}$

ζ. 9

Μονατομικό ιδανικό αέριο υποβάλλεται σε μια μεταβολή η οποία στο διάγραμμα $P - V$ εμφανίζεται ως μια ευθεία γραμμή. Η αρχική πίεση ήταν 3 atm και ο αρχικός όγκος 1 lit . Η τελική πίεση γίνεται 1 atm και ο τελικός όγκος 3 lit . Να βρεθεί σε ποιο σημείο του διαγράμματος (τιμές P, V) η θερμοκρασία του αερίου είναι μέγιστη.

Λύση: Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η ευθεία μεταξύ των σημείων (P_1, V_1) και (P_2, V_2) και μια σειρά από ισόθερμες (η ευθεία φαίνεται να καμπυλώνει λόγω οφθαλμαπάτης). Ξεκινώντας από το (P_1, V_1) και πηγαίνοντας προς το (P_2, V_2) βλέπουμε ότι αρχικά η ευθεία τέμνει ισόθερμες με συνεχώς υψηλότερες θερμοκρασίες αλλά μετά από το σημείο A η ευθεία τέμνει ισόθερμες με χαμηλότερες θερμοκρασίες και άρα στο A υπάρχει η μέγιστη θερμοκρασία.



Η εξίσωση της ευθείας που περνάει από τα σημεία (P_1, V_1) και (P_2, V_2) δίνεται από τα Μαθηματικά από την:

$$P = \frac{P_2 - P_1}{V_2 - V_1}(V - V_1) + P_1$$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα $(P_1, V_1) = (3, 1)$ και $(P_2, V_2) = (1, 3)$ οδηγεί στην

$$P = \lambda(V - 1) + 3$$

όπου $\lambda = -1 \text{ atm/lit}$. Σε κάθε σημείο της ευθείας ισχύει η καταστατική εξίσωση

$$PV = nRT$$

Συνδυάζοντας τις δυο παραπάνω έχουμε

$$\frac{nRT}{V} = \lambda(V - 1) + 3 \Rightarrow nRT = \lambda V^2 + (3 - \lambda)V$$

Όταν η θερμοκρασία γίνει μέγιστη τότε και το γινόμενο nRT γίνεται μέγιστο. Η παραπάνω έκφραση είναι δευτεροβάθμια ως προς V και παρουσιάζει ακρότατο εκεί που η παράγωγός της γίνεται μηδέν. Παραγωγίζοντας έχουμε:

$$2\lambda V + (3 - \lambda) = 0 \Rightarrow V = \frac{3 - \lambda}{-2\lambda} = \frac{3 + 1}{2} = 2 \text{ lit}$$

Από την εξίσωση ευθείας βρίσκουμε για την αντίστοιχη πίεση:

$$P = \lambda(V - 1) + 3 = -(2 - 1) + 3 = 2 \text{ atm}$$