

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗ Νο 9

ΑΣΚΗΣΗ 1 (Μετασχηματισμός Fourier): Μόνο με χρήση του ορισμού, να βρεθεί ο μετασχηματισμός Fourier των κάτωθι συναρτήσεων:

$$(i) \quad f_1(t) = \begin{cases} 0, & |t| > 2 \\ 1, & |t| \leq 2 \end{cases} \quad \text{Απ. } F_1(\omega) = \frac{2 \sin(2\omega)}{\omega}$$

$$(ii) \quad f_2(t) = \begin{cases} 0, & |t| > 1 \\ 1-t^2, & |t| \leq 1 \end{cases} \quad \text{Απ. } F_2(\omega) = 4 \frac{\sin \omega - \omega \cos \omega}{\omega^3}$$

$$(iii) \quad f_3(t) = \begin{cases} e^t, & |t| \leq \pi \\ 0, & |t| > \pi \end{cases} \quad \text{Απ. } F_3(\omega) = \frac{ie^{-\pi(1+i\omega)}(-1 + e^{2\pi(1+i\omega)})}{i - \omega}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2 (Επίλυση Σ.Δ.Ε. με τη μέθοδο του μετασχηματισμού Fourier): Με χρήση της μεθόδου του μετασχηματισμού Fourier, να λυθούν οι κάτωθι διαφορικές εξισώσεις:

$$(i) \quad y''(t) + y'(t) + y(t) = f_1(t)$$

$$(ii) \quad y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f_2(t)$$

$$(iii) \quad y''(t) + y'(t) + 3y(t) = f_3(t)$$

όπου $f_1(t)$, $f_2(t)$ και $f_3(t)$ οι συναρτήσεις της άσκησης 6. (Υπ. Μπορείτε να αφήσετε τη λύση σε ολοκληρωτική μορφή.)