Αναπλ. Καθηγήτρια

# ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗ Νο 8

**ΑΣΚΗΣΗ 1 (Μετασχηματισμός Laplace):** Να βρεθεί ο μετασχηματισμός Laplace των κάτωθι συναρτήσεων με χρήση μόνο του ορισμού:

(i) $f(t)=\begin{cases}0, & 0\le t<4\\ (t-4)^2, & t\ge 4\end{cases}$ Απ. $F(s)=\dfrac{2e^{-4s}}{s^3}$

(ii) $f(t)=\begin{cases}t^2+2, & 0\le t\le 2\\ 6, & t>2\end{cases}$ Απ. $F(s)=\dfrac{2+2s^2}{s^3}-\dfrac{2e^{-2s}\left(1+2s\right)}{s^3}$

(iii) $f(t)=\begin{cases}\cos t, & 0\le t\le \pi/2\\ 0, & t>\pi/2\end{cases}$ Απ. $F(s)=\dfrac{e^{-s\pi/2}+s}{s^2+1}$

**ΑΣΚΗΣΗ 2 (Μετασχηματισμός Laplace):** Μόνο με χρήση των ιδιοτήτων και του πίνακα των βασικών μετασχηματισμών Laplace, να βρεθεί ο μετασχηματισμός Laplace των κάτωθι συναρτήσεων:

(i) $f(t)=2t^2-3t+4$ Απ. $F(s)=\dfrac{4}{s^3}-\dfrac{3}{s^2}+\dfrac{4}{s}$

(ii) $f(t)=2\sin t+3\cos(2t)$ Απ. $F(s)=\dfrac{2}{s^2+1}+\dfrac{3s}{s^2+4}$

(iii) $f(t)=2e^{5t}\sin t$ Απ. $F(s)=\dfrac{2}{(s-5)^2+1}$

(iv) $f(t)=\cos^2(kt)$ Απ. $F(s)=\dfrac{s^2+2k^2}{s\left(s^2+4k^2\right)}$

**ΑΣΚΗΣΗ 3 (Μετασχηματισμός Laplace):** Να βρεθεί ο μετασχηματισμός Laplace των συναρτήσεων της Άσκησης 1 με χρήση της συνάρτησης Heaviside και των ιδιοτήτων του μετασχηματισμού Laplace.

**ΑΣΚΗΣΗ4 (Αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace):** Να βρεθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace των κάτωθι συναρτήσεων:

(i) $F(s)=\dfrac{1}{s^2+15s+56}$ Απ. $f(t)=e^{-7t}-e^{-8t}$

(ii) $F(s)=\dfrac{1}{s^2+12s+61}$ Απ. $f(t)=\dfrac{1}{5}e^{-6t}\sin(5t)$

(iii) $F(s)=\dfrac{s-1}{s^2-2s+50}$ Απ. $f(t)=e^{t}\cos(7t)$

(iv) $F(s)=\dfrac{s^3+3s}{\left(s^2-1\right)^3}$ Απ. $f(t)=\dfrac{t^2}{4}\left(e^{t}+e^{-t}\right)$

(v) $F(s)=\dfrac{10s}{s^4+17s^2+16}$ Απ. $f(t)=\dfrac{2}{3}\cos t-\dfrac{2}{3}\cos(4t)$

(vi) $F(s)=\dfrac{8s}{e^{3s}\left(s^2+1\right)}$ Απ. $f(t)=8\cos(t-3)H(t-3)$