

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΞΑΣΚΗΣΗΣ Νο 4

ΑΣΚΗΣΗ 1 (Μη ομογενείς, γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, με σταθερούς συντελεστές): Με χρήση της μεθόδου των προσδιοριστέων συντελεστών, να βρεθεί μια μερική λύση $y_p(x)$ των κάτωθι διαφορικών εξισώσεων:

- (i) $y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = x$ Απ. $y_p(x) = \frac{2}{9} - \frac{x}{3}$
- (ii) $9y''(x) - 12y'(x) + 4y(x) = e^{-3x}$ Απ. $y_p(x) = \frac{e^{-3x}}{121}$
- (iii) $2y''(x) + 4y'(x) - 7y(x) = 7 \cos(2x)$ Απ. $y_p(x) = \frac{56}{289} \sin(2x) - \frac{105}{289} \cos(2x)$
- (iv) $y''(x) + 4y'(x) - 5y(x) = -3e^x$ Απ. $y_p(x) = -\frac{xe^x}{2}$
- (v) $y''(x) - 4y'(x) - 5y(x) = -648x^2 e^{5x}$ Απ. $y_p(x) = (-6x + 18x^2 - 36x^3) e^{5x}$
- (vi) $y'''(x) + 10y''(x) + 34y'(x) + 40y(x) = 2e^{-3x} \cos x$ Απ. $y_p(x) = \frac{xe^{-3x}}{2} (\sin x - \cos x)$
- (vii) $y^{(4)}(x) - 8y'''(x) + 25y''(x) - 36y'(x) + 20y(x) = e^{2x} \cos x$ Απ. $y_p(x) = -\frac{x}{2} e^{2x} \sin x$
- (viii) $y^{(4)}(x) - 18y''(x) + 81y(x) = e^{3x}$ Απ. $y_p(x) = \frac{x^2}{72} e^{3x}$

ΑΣΚΗΣΗ 2 (Μη ομογενείς, γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, με σταθερούς συντελεστές): Με χρήση της μεθόδου μεταβολής των παραμέτρων, να βρεθεί μια μερική λύση $y_p(x)$ των κάτωθι διαφορικών εξισώσεων:

- (i) $y''(x) - 2y'(x) + y(x) = e^x \ln x, x > 0$ Απ. $y_p(x) = \frac{x^2 e^x}{4} (2 \ln x - 3)$
- (ii) $y''(x) - 9y(x) = \frac{1}{1 + e^{3x}}$ Απ. $y_p(x) = -\frac{1}{18} + \frac{e^{3x}}{18} \ln(1 + e^{-3x}) - \frac{e^{-3x}}{18} \ln(1 + e^{3x})$
- (iii) $y''(x) - 2y'(x) + y(x) = \frac{e^x}{x}, x > 0$ Απ. $y_p(x) = xe^x (\ln x - 1)$
- (iv) $y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}, x > 0$ Απ. $y_p(x) = -e^{2x} (\ln x + 1)$
- (v) $y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = \operatorname{cose}^x$ Απ. $y_p(x) = -e^{-2x} \operatorname{cose}^x$
- (vi) $y'''(x) - 2y''(x) = -\frac{1 + 2x}{x^2}, x > 0$ Απ. $y_p(x) = x \ln x - x - \frac{1}{2}$
- (vii) $y'''(x) - 3y''(x) + 3y'(x) - y(x) = \frac{e^x}{x}, x > 0$ Απ. $y_p(x) = \frac{x^2}{4} e^x (2 \ln x - 3)$

$x > 0$

