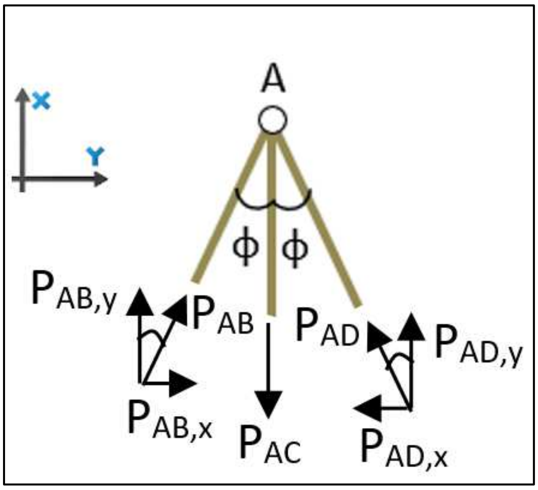
Άσκηση 2 / Θέμα 1ο

$L_1 = L_{AC}$, $L_2 = L_{AB} = L_{AD}$, $\cos\phi = L_1 / L_2$, $\boxed{\cos\phi = \delta_2 / \delta_1 \ \ [1]}$

- Το δικτύωμα είναι μία φορά υπερστατικό και παρουσιάζει υλική και γεωμετρική συμμετρία ως προς τη ράβδο AC.
- Επίσης, η αύξηση της θερμοκρασίας έχει ως αποτέλεσμα να αναπτυχθούν εσωτερικές δυνάμεις (επομένως και τάσεις) στις ράβδους, λόγω του γεγονότος ότι στον κόμβο A συντρέχουν ράβδοι διαφορετικού αρχικού μήκους και του ότι οι μεταβολές των μηκών των ράβδων πρέπει να γίνουν κατά έναν τρόπο συμβιβαστό. Λόγω υλικής και γεωμετρικής συμμετρίας, το σημείο A θα μετακινηθεί μόνο κατακόρυφα, έτσι ώστε να ισχύει η [1]. Αν οι ράβδοι ήταν ελεύθερες να αυξήσουν το μήκος τους, λόγω αύξησης θερμοκρασίας, τότε:

$\delta_{1,\Delta T\_free} = \alpha\ \Delta T\ L_1$ & $\delta_{2,\Delta T\_free} = \alpha\ \Delta T\ L_2 = \alpha\ \Delta T\ L_1 / \cos\phi$, όμως αφού οι ράβδοι συντρέχουν στο A πρέπει:

$\delta_{2,\Delta T} = \delta_{1,\Delta T} \cos\phi = \alpha\ \Delta T\ L_1 \cos\phi = \delta_{2,\Delta T\_free} \cos^2\phi < \delta_{2,\Delta T\_free}$ (εάν η ράβδος AC μπορούσε να αυξήσει το μήκος της κατά $\delta_{1,\Delta T\_free}$). Δηλαδή, οι ράβδοι 2 θα θλιβούν, ενώ η ράβδος 1 θα βρίσκεται υπό εφελκυσμό. Επομένως, η μεταβολή μήκους της κάθε μίας ράβδου θα οφείλεται κατά ένα μέρος στην αύξηση της θερμοκρασίας και κατά ένα άλλο στην εσωτερική της δύναμη.



$P_1 \equiv P_{AC}$, $P_2 \equiv P_{AB} = P_{AD}$
(γεωμετρική συμμετρία, αλλά προκύπτει και από $\Sigma F_x = 0$),

$\cos\phi = P_{AB,y} / P_{AB} \equiv P_{2,y} / P_2$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow P_1 = 2P_2 \cos\phi$ [2]

$\delta_1 = \alpha\ \Delta T\ L_1 + (P_1 L_1/AE)$ [3]

$\delta_2 = \alpha\ \Delta T\ L_1 /\cos\phi - (P_2 L_2/AE)$ [4]. Από [1] έως [4]:

$P_1 = [\alpha\ \Delta T\ 2\cos\phi\ (1-\cos^2\phi)\ AE]/(2\cos^3\phi + 1)$, $\sigma_1 = P_1 / A$

$P_2 = [\alpha\ \Delta T\ (1-\cos^2\phi)\ AE]/(2\cos^3\phi + 1)$, $\sigma_2 = P_2 / A$

Άσκηση 2 / Θέμα 2ο

Οι καταστάσεις 1 έως και 4 αναφέρονται σε κύρια επίπεδα (σ_1 , σ_2) ≡ (a , b) και για την 5η ισχύει (σ_1 , σ_2) = (a , -a). Σε όλες τις καταστάσεις, η σ_1 είναι θετική, ενώ η σ_2 λαμβάνει και θετικές και αρνητικές τιμές. Επομένως, τα τεταρτημόρια που ενδιαφέρουν είναι το 1ο και το 4ο. Κρίσιμη η διαρροή: για κριτήριο μέγιστης κύριας τάσης, επιλέγουμε σ_u = 300 MPa.

Οι συντελεστές ασφαλείας, δηλαδή οι λόγοι ομοιότητας (OX΄/OX, όπου X: A, B, C, D, E) για την περίπτωση του κριτηρίου μέγιστης κύριας τάσης είναι όλοι ίσοι με 3 (k = 3). (Για την περίπτωση 1 είναι προφανές, για τις υπόλοιπες φαίνεται από τα όμοια ορθογώνια τρίγωνα. Π.χ. για την περίπτωση 2, δείτε τα OAB & OA΄B΄). Ομοίως, για το τροποποιημένο Mohr-Coulomb, οι συντελεστές ασφαλείας, δηλαδή οι λόγοι ομοιότητας για τις περιπτώσεις 1, 2 & 4 είναι επίσης ίσοι με το 3 (k = 3). Διαφοροποιούνται οι συντελεστές ασφαλείας για τις περιπτώσεις 3 & 5. Γραφικά, βρίσκουμε τις συντεταγμένες για τα σημεία C΄΄ και E΄΄ μέσω επίλυσης του συστήματος εξισώσεων των τεμνόμενων ευθειών και μετά από Πυθαγόρειο τα μήκη OC & OC΄΄ (και, ομοίως, για την περίπτωση 5). Εναλλακτικά, αναλυτικά, θα πρέπει οι τάσεις σ_1 & σ_2 που αντιστοιχούν στα σημεία C & E να πολλαπλασιαστούν με έναν συντελεστή μεγαλύτερο της μονάδας (συντελεστής ασφαλείας) – ή, ισοδύναμα, τα f_t & f_c να διαιρεθούν με έναν τέτοιο συντελεστή - έτσι ώστε να ικανοποιούν την εξίσωση της ευθείας του κριτηρίου στο 4ο τεταρτημόριο. Δηλαδή: $(k\ \sigma_1)/|ft| - (k\ \sigma_2)/|fc| = 1$. Εφαρμογή της εξίσωσης αυτής για τις περιπτώσεις 3 & 5 δίνει k = 2.1 & k = 1.62, αντίστοιχα. Το έτερο σετ δεδομένων δίνει (προφανώς) ίδια αριθμητικά αποτελέσματα.