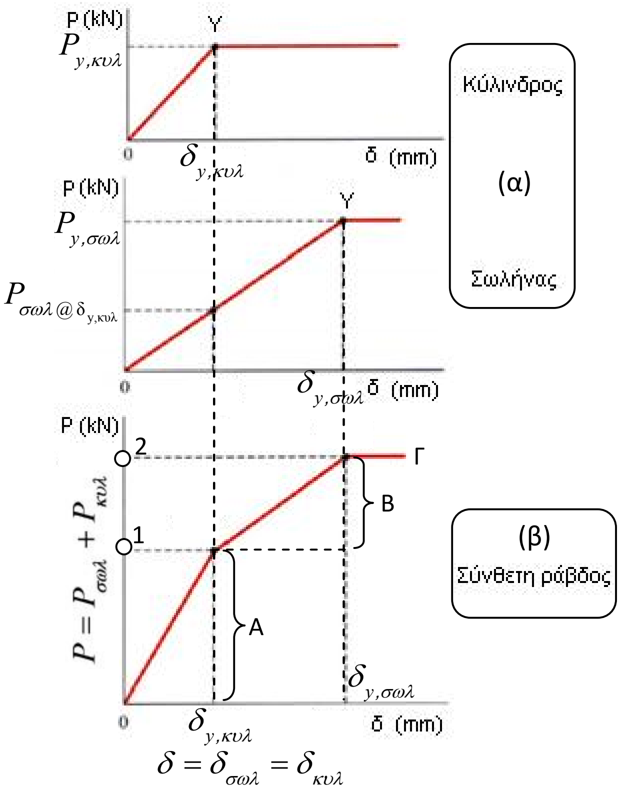
Υποδείξεις για την επίλυση των θεμάτων 1 & 2 της εξεταστικής Ιουνίου 2017-07-14

<u>ΘΕΜΑ 1^{o}</u>

Σύνθετη ράβδος αποτελούμενη από 2 ελαστοπλαστικά υλικά συνδεόμενα παράλληλα (συμπαγής κύλινδρος εντός σωλήνα), υποβαλλόμενη σε εφελκυσμό ($0 \rightarrow P_{max} \rightarrow 0$), μέσω απαραμόρφωτης πλάκας συνδεόμενης και στα 2 υλικά.

(α) P-δ του καθενός τμήματος της σύνθετης ράβδου, εάν αυτά συμπεριφέρονταν ανεξάρτητα (αν δεν υπήρχε η απαραμόρφωτη πλάκα)

(β) P-δ σύνθετης ράβδου, (γ) $\delta_{max} = ?$, (δ) $\sigma_{\sigma\omega\lambda,\pi\alpha\rho\alpha\mu\acute{\varepsilon}\nu o\upsilon\sigma\alpha} = ?$, $\sigma_{\kappa\upsilon\lambda,\pi\alpha\rho\alpha\mu\acute{\varepsilon}\nu o\upsilon\sigma\alpha} = ?$



Μορφή διαγραμμάτων για τα συγκεκριμένα αριθμητικά δεδομένα (δηλ. με $P_{y,\sigma\omega\lambda} > P_{y,\kappa\upsilon\lambda}$ & $\delta_{y,\sigma\omega\lambda} > \delta_{y,\kappa\upsilon\lambda}$)

Α: Περιοχή όπου και τα 2 υλικά συμπεριφέρονται γραμμικά ελαστικά

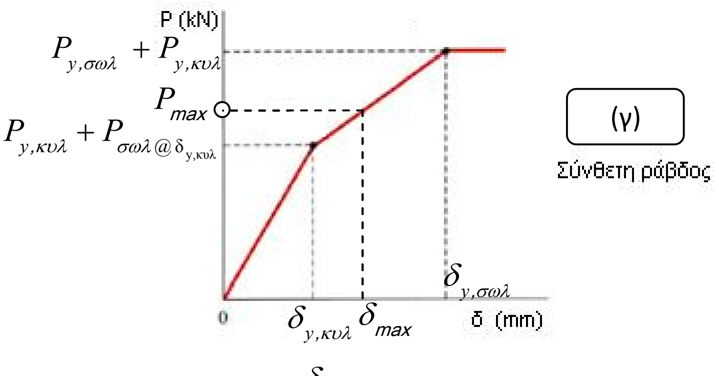
Β: Περιοχή όπου μόνο το ένα υλικό (σωλήνας) συμπεριφέρεται γραμμικά ελαστικά, ενώ το άλλο έχει διαρρεύσει (συνεισφέρει σταθερά $P_{y,\kappa\upsilon\lambda}$ στην ανάληψη φορτίου από τη σύνθετη ράβδο)

Γ: και τα 2 υλικά διαρρέουν

Οι συνθήκες για την κατασκευή του διαγράμματος P-δ της σύνθετης ράβδου έχουν σημειωθεί δίπλα στους αντίστοιχους άξονες.

Τεταγμένη σημείου 1: $P_{y,\kappa\upsilon\lambda} + P_{\sigma\omega\lambda @ \delta_{y,\kappa\upsilon\lambda}}$

Τεταγμένη σημείου 2: $P_{y,\sigma\omega\lambda} + P_{y,\kappa\upsilon\lambda}$



(γ)

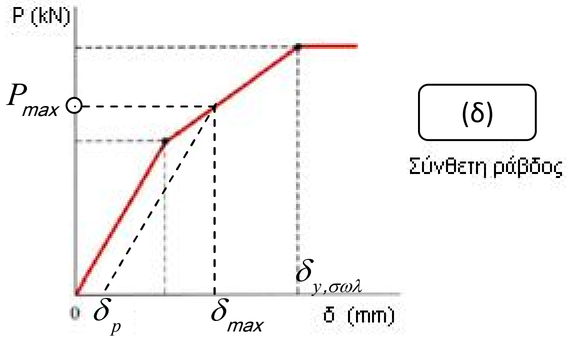
Σύνθετη ράβδος

$$P_{\sigma\omega\lambda @ \delta_{max}} = P_{max} - P_{y,\kappa\upsilon\lambda}$$

$$\delta_{max} = \frac{P_{\sigma\omega\lambda @ \delta_{max}} \times L}{A_{\sigma\omega\lambda} \times E_{\sigma\omega\lambda}}$$

Ελαστική η παραμόρφωση για τον σωλήνα, ο κύλινδρος ακολουθεί παραμορφούμενος πλαστικά

Εναλλακτικά, δ_{max} από γραμμική παρεμβολή.



δ_p : πλαστική (μόνιμη, παραμένουσα) παραμόρφωση, κοινή και για τα 2 τμήματα της σύνθετης ράβδου. Αποφόρτιση (κατά τρόπο ελαστικό) // στον αρχικό κλάδο του διαγράμματος P-δ της σύνθετης ράβδου: $\dfrac{P_{y,\kappa\upsilon\lambda} + P_{\sigma\omega\lambda @ \delta_{y,\kappa\upsilon\lambda}}}{\delta_{y,\kappa\upsilon\lambda}} = \dfrac{P_{max}}{\delta_{max} - \delta_p}$

Παραμένουσα τάση σε κάθε τμήμα = Υπάρχουσα τάση σε κάθε τμήμα (αντιστοιχούσα στο P_{max}) + την τάση στο εν λόγω τμήμα η οποία αντιστοιχεί σε ελαστική παραμόρφωση $-\dfrac{(\delta_{max} - \delta_p)}{L}$ (αποφόρτιση = φόρτιση στην αντίθετη διεύθυνση).

Υπάρχουσα τάση σε κάθε τμήμα (αντιστοιχούσα στο P_{max}):

$$\sigma_{\kappa\upsilon\lambda @ P_{max}} = \sigma_{y,\kappa\upsilon\lambda} \quad , \quad \sigma_{\sigma\omega\lambda @ P_{max}} = \frac{P_{\sigma\omega\lambda @ P_{max}}}{A_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{P_{\sigma\omega\lambda @ \delta_{max}}}{A_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{P_{max} - P_{y,\kappa\upsilon\lambda}}{A_{\sigma\omega\lambda}}$$

Τάση σε κάθε τμήμα η οποία αντιστοιχεί σε ελαστική παραμόρφωση $-\dfrac{(\delta_{max} - \delta_p)}{L}$:

$$\sigma_{\kappa\upsilon\lambda @ -P_{max}} = \mathrm{E}_{\kappa\upsilon\lambda} \times \left(-\frac{\delta_{max} - \delta_p}{L} \right) \quad , \quad \sigma_{\sigma\omega\lambda @ -P_{max}} = \mathrm{E}_{\sigma\omega\lambda} \times \left(-\frac{\delta_{max} - \delta_p}{L} \right)$$

Θέμα 2^o

Κύλινδρος κοίλης διατομής με εξωτερική και εσωτερική διάμετρο d_o και d_i, αντίστοιχα, που υπακούει σε συγκεκριμένο νόμο τ-γ. α) Πόση η ροπή στρέψης που πρέπει να εφαρμοστεί στον κύλινδρο ώστε η μέγιστη διατμητική παραμόρφωση που αναπτύσσεται να είναι ίση με μία συγκεκριμένη τιμή, β) ποιά η κατανομή των διατμητικών τάσεων πάνω στη διατομή του κυλίνδρου.

(α) Εάν το υλικό συμπεριφέρεται γραμμικά ελαστικά (ακολουθώντας έναν νόμο τ=Gγ για όλη τη διατομή) , τότε: $\tau_{\max} = \dfrac{Tc}{J}$. Εάν, όμως, το υλικό διαρρεύσει (π.χ. ακολουθώντας έναν δι- ή πολυ-γραμμικό νόμο) ή εάν το υλικό έχει μία μη-γραμμική σχέση διατμητικών τάσεων λόγω στρέψης – παραμόρφωσης, τότε ή παραπάνω σχέση δεν ισχύει !!! Η παραμόρφωση λόγω στρέψης (γ) μεταβάλλεται γραμμικά συναρτήσει της απόστασης από το κέντρο της διατομής, ανεξάρτητα από τις ιδιότητες (τον νόμο τ-γ) του υλικού (0 στο κέντρο, γ_{max} στην περιφέρεια). Για τις τιμές της διατμητικής παραμόρφωσης σε απόσταση $d_o/2$ και $d_i/2$ από το κέντρο της διατομής, αναζητούνται οι αντίστοιχες τιμές της διατμητικής τάσης (από τον νόμο του υλικού), ώστε να γίνει δυνατή η εξαγωγή της σχέσης τ(ρ). Η σχέση αυτή αποτυπώνει και την κατανομή των διατμητικών τάσεων πάνω στη διατομή του κυλίνδρου (β). Το ολοκλήρωμα των ροπών που προκύπτουν από την κατανομή των διατμητικών τάσεων στη διατομή είναι ίσο με τη ροπή στρέψης που εφαρμόζεται στον κύλινδρο στην εν λόγω διατομή: $T = \int_0^c \rho\tau(2\pi\rho\, d\rho) = 2\pi \int_0^c \rho^2 \tau\, d\rho$ (όπου τ, τ(ρ)).