

Ε₄

Λεπτότοιχα Κυλινδρικά και Σφαιρικά Κελύφη

Δρ. Σωτήρης Δέμης

Πολιτικός Μηχανικός
(Εντεταλμένος Διδάσκων)



1

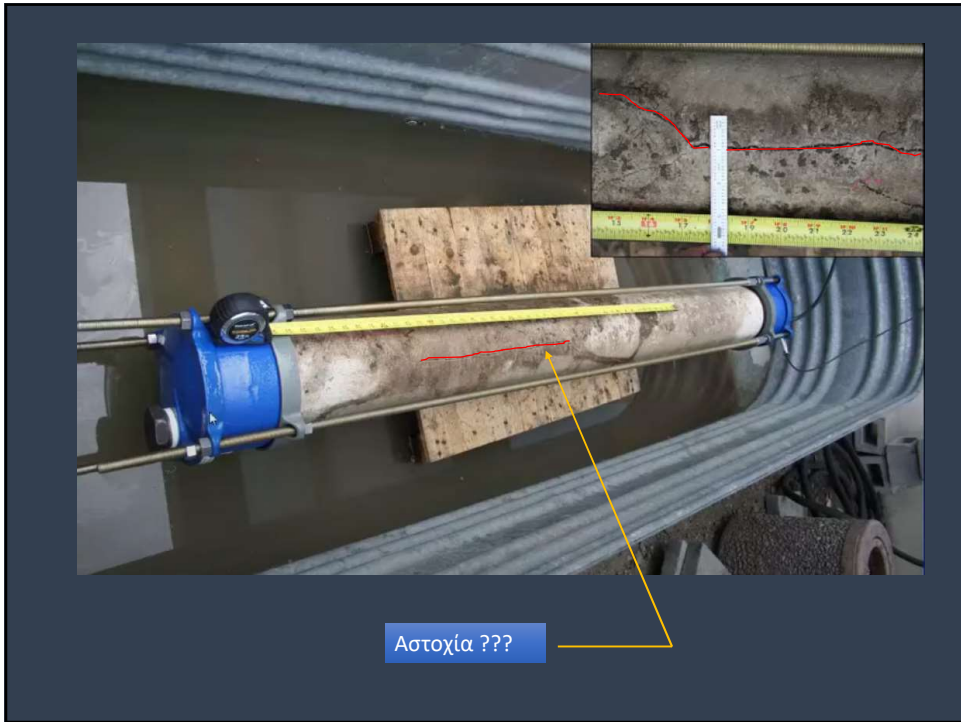


Αποθήκευση υγρών, αερίων

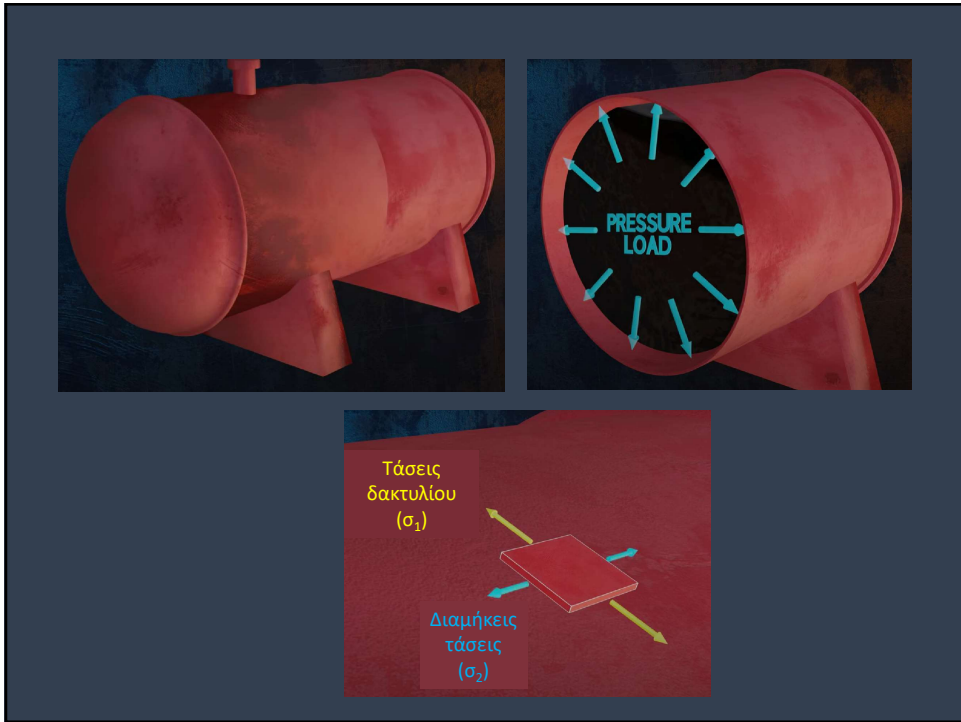
$$\frac{t}{R} < 0.1$$



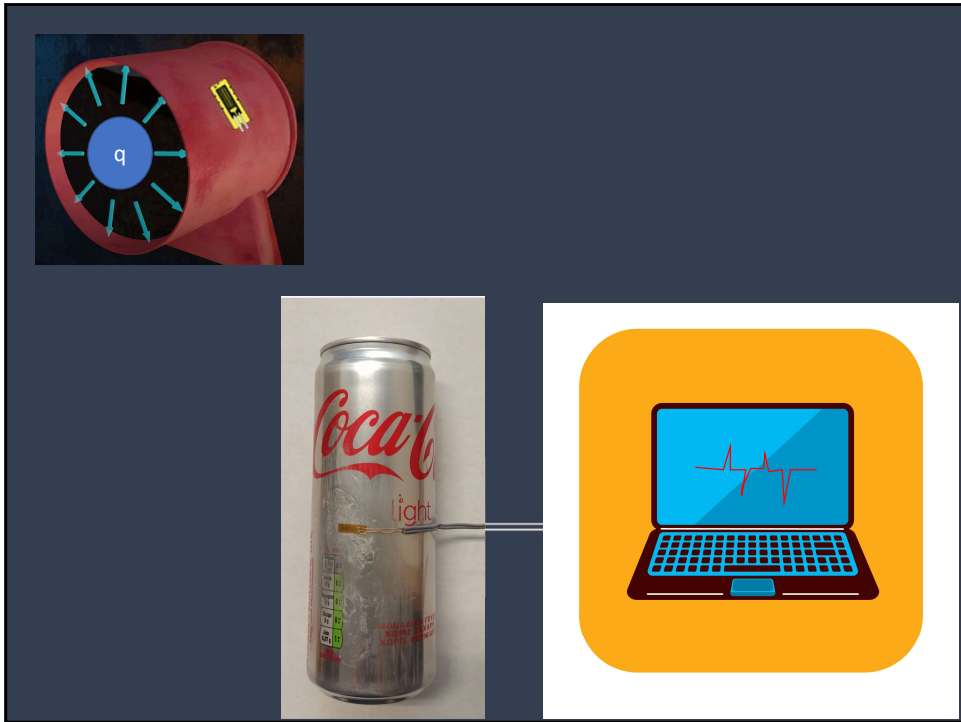
2



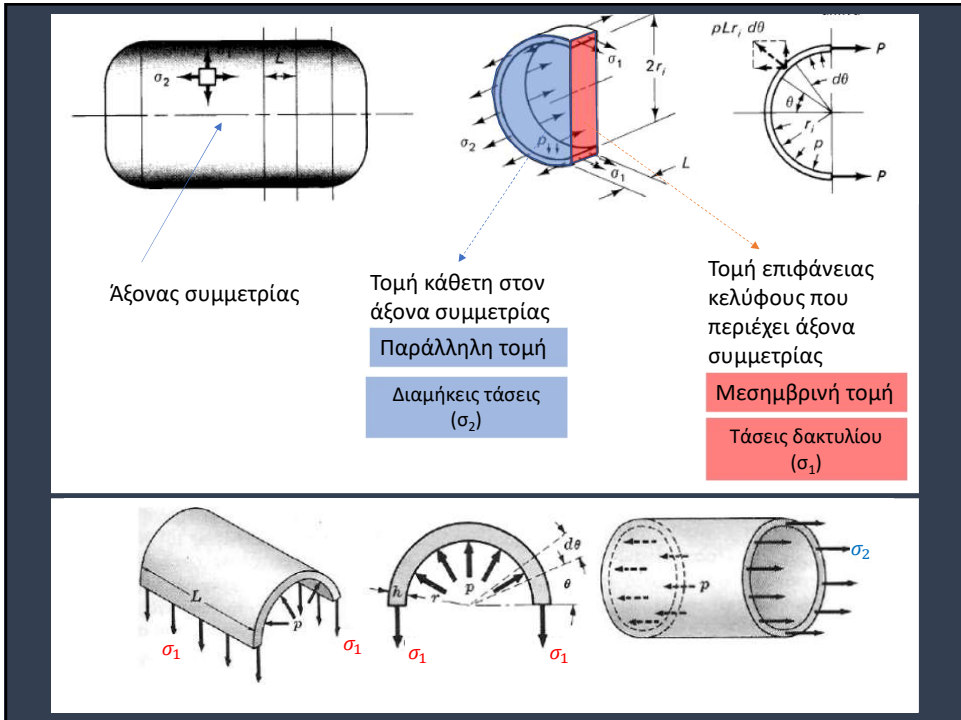
3



4



5



6

Λεπτότοιχα Κυλινδρικά Κελύφη

Home / Chapter 14: Thin-Walled Pressure Vessels / M14.2: Cylindrical Pressure Vessels

Περιφερειακή τάση (δακτυλίου) screen 4 of 7

Μεσημβρινή τομή

Τομή επιφάνειας κελύφους που περιέχει άξονα συμμετρίας

Παράλληλη τομή

Τομή κάθετη στον άξονα συμμετρίας

7

Λεπτότοιχα Κυλινδρικά Κελύφη

Περιφερειακή τάση (δακτυλίου) σ_1 screen 4 of 7

$P = p \cdot 2r \Delta x$

The resultant force magnitude due to the pressure acting in the lateral direction is:

$P = p \cdot 2r \Delta x$

where r is the inside radius of the cylinder and Δx is the length of a segment arbitrarily chosen for the free-body diagram.

σ_1

σ_{hoop}

σ_2

The internal pressure creates normal stress (called hoop stress) in the circumferential direction of the cylinder wall. The equilibrium equation for the sum of forces in the lateral direction can be written as:

$2(\sigma_{hoop} t \Delta x) - p \cdot 2r \Delta x = 0$

Therefore, the hoop stress created in the wall of the cylindrical pressure vessel can be expressed as:

$$\sigma_1 = \frac{p \cdot r}{t}$$

Περιφερειακή τάση (τάση δακτυλίου)

8

Λεπτότοιχα Κυλινδρικά Κελύφη

Εσωτερική πίεση, p

dx

$F/2$

p

$2r$

$F/2$

Πάχος τοιχώματος, t

$\Sigma F_x = 0: p(2r)dx - 2(F/2) = 0$ $F = 2prdx$ (1)

$A = 2tdx$ (2)

Substitute (1) and (2) into $\sigma = \frac{F}{A}$ $\sigma_1 = \frac{2prdx}{2tdx} = \frac{pr}{t}$

σ_{hoop}

Δx

t

9

Λεπτότοιχα Κυλινδρικά Κελύφη

$\sigma_1 = \frac{pr}{t}$

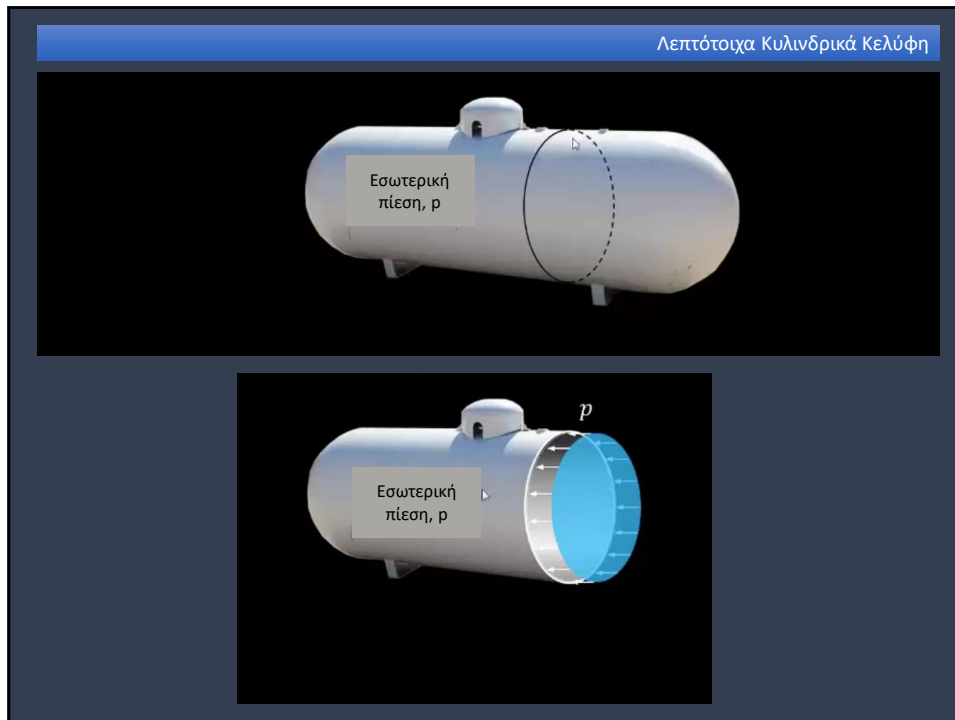
Περιφερειακή τάση (Τάση δακτυλίου)

$\sigma_1 = \frac{pr}{t}$

$\sigma_1 = \frac{pr}{t}$

Διαμήκης άξονας

10



11

Λεπτότοιχα Κυλινδρικά Κελύφη

Εσωτερική ακτίνα, r
 Resultant pressure force: $p(\pi)r^2$

Resultant resisting force of tank wall: $F = \sigma_2 A = \sigma_2(2\pi r)t$

Set resultant pressure force and resultant resisting force equal

$$p\pi r^2 = 2\pi r t \sigma_2$$

Διαμήκης τάση $\sigma_2 = \frac{p\pi r^2}{2\pi r t} = \frac{pr}{2t}$

12

Λεπτότοιχα Κυλινδρικά Κελύφη

Διαμήκης άξονας

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E}$$

Μεταβολή μήκους περιμέτρου

$$\varepsilon_1 = \frac{2\pi(r + \Delta r) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{\Delta r}{r}$$

13

Λεπτότοιχα Κυλινδρικά Κελύφη

Διαμήκη τάση σ_2 screen 3 of 7

The fluid pressure p acts horizontally against the plane circular area of the fluid remaining inside the cylinder.
The pressure is uniform in magnitude.

The fluid pressure p acts horizontally against the plane circular area of the fluid remaining inside the cylinder.
The pressure is uniform in magnitude.

The resultant force due to the internal pressure is the product of the pressure p and the internal cross-sectional area of the cylinder:

$$P = p \times \pi r^2$$

where r is inside radius of the cylinder.

MecMovies 4.0 MecMovies © Timothy A. Philpot 2001-2016

14

Λεπτότοιχα Κυλινδρικά Κελύφη

Διαμήκη τάση σ_2 screen 3 of 7

$P = p \pi r^2$

Because the pressure and the shell wall are symmetrical about the axis shown, the longitudinal stress σ_{long} produced in the wall is uniform around the shell's circumference. This normal stress is assumed to be uniformly distributed across the wall thickness (because the wall is thin).

$P = p \pi r^2$

Since the wall is thin, the exposed area of the cylinder wall can be approximated by the product of the cylinder inner circumference and the wall thickness. Equilibrium in the horizontal direction requires the following:

$$\sigma_{long} (2\pi r t) - p \pi r^2 = 0$$

Therefore, the longitudinal stress created in the wall of the cylindrical pressure vessel can be expressed as:

$$\sigma_2 = \frac{p \cdot r}{2t}$$

Διαμήκης τάση

15

Σφαιρικά Κελύφη

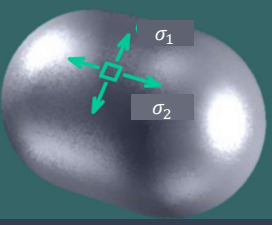
$$\sigma_2 = \frac{pr}{2t} = \sigma_1$$

Πάχος τοιχώματος, t Εσωτερική ακτίνα, r

16

Διαξονική (επίπεδη) Εντατική Κατάσταση

Διαξονική εντατική κατάσταση screen 5 of 7

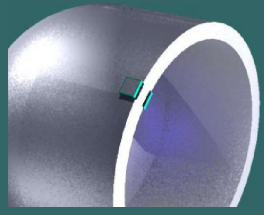


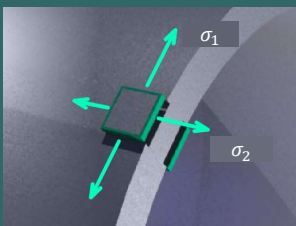
Summarizing, the stresses created in the wall of a cylindrical pressure vessel in the longitudinal direction and the circumferential direction are:

$$\sigma_{\text{long}} = \frac{pr}{2t} = \frac{pd}{4t}$$

$$\sigma_{\text{hoop}} = \frac{pr}{t} = \frac{pd}{2t}$$

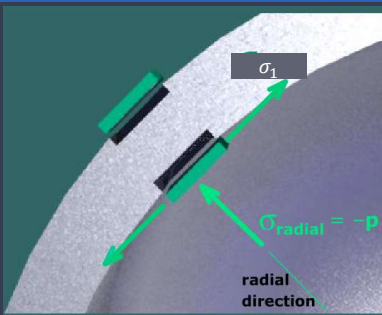
The outer surface of the shell is subjected to biaxial stress (normal stress in two directions).





17

Τριαξονική Εντατική Κατάσταση (Εσωτερικό)

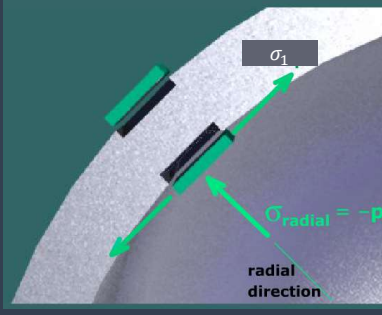


$\sigma_{\text{radial}} = -p$

radial direction

There is pressure in the radial direction on the inner surface of the cylinder. The pressure creates a normal stress, and consequently, the inner surface is in a state of triaxial stress.

(Note: The longitudinal stress is acting directly toward the viewer.)



$\sigma_{\text{radial}} = -p$

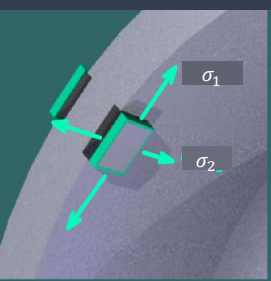
radial direction

The principal stresses on the inner surface are:

$$\sigma_{p1} = \sigma_{\text{hoop}} = \frac{pr}{t} = \frac{pd}{2t}$$

$$\sigma_{p2} = \sigma_{\text{long}} = \frac{pr}{2t} = \frac{pd}{4t}$$

$$\sigma_{p3} = \sigma_{\text{radial}} = -p$$



18

Stresses and Strains in Tank Wall ▾

In the x direction (i.e., in the longitudinal direction), the normal strain is given by:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \quad \varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E}$$

Substitute the longitudinal and hoop stress expressions for σ_x and σ_y , respectively.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \left(\frac{pr}{2t} - \nu \frac{pr}{t} \right) \quad \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E}$$

19

Άσκηση

Δίνεται δεξαμενή νερού (διαμέτρου $d = 2.2 \text{ m}$ και πάχους τοιχώματος $t = 20 \text{ mm}$).

- Να υπολογισθεί το ύψος νερού h για το οποίο προκύπτει τάση δακτυλίου 12 Mpa .
- Ποια η διαμήκης τάση στα τοιχώματα της δεξαμενής λόγω της πίεσης νερού;

Δίνεται ότι το ειδικό βάρος νερού είναι, $\gamma = 9.81 \text{ kN/m}^3$.

Πίεση λόγω υγρού (νερού); $p = \gamma_{\text{νερού}} \cdot h$

20

Στο εργαστήριο

Ηλεκτρομηκνισιόμετρο (συνδεδεμένο σε γέφυρα Wheatstone με τον υπολογιστή)

Ένδειξη μηκνισιομέτρου (ορθή παραμόρφωση)

Αποκόνιση καταγραφής μηκνισιομέτρου συναρτήσει του χρόνου

21

Πρακτική Άσκηση

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ
ΠΑΤΡΑ 26500

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
Εαρινό Εξάμηνο 2023-2024
4^η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ – Λεπτότοιχα Κυλινδρικά Κελύφη

- Να υπολογισθεί το απαιτούμενο πλάτος του t λεπτότοιχου κυλινδρικού κοτυλιού αναψυκτικού (εσωτερικής διαμέτρου d) από αλουμίνιο (με μέτρο ελαστικότητας E_w , όριο διαρροής f_y και λόγο Poisson ν) για εσωτερική πίεση q , σύμφωνα με τα δεδομένα του Πίνακα 1.


Στο κοτύλι αναψυκτικού τοποθετείται ηλεκτρομηκνισιόμετρο (strain gauge), για μέτρηση των ορθών παραμορφώσεων κατά τη διαμήκη διεύθυνση (όπως φαίνεται στο σχήμα).

- Τη στιγμή που ανοίγει το καπάκι του κοτυλιού αναψυκτικού και η τιμή της εσωτερικής πίεσης είναι πλέον q' (βλέπε Πίνακα 1), να εκτιμηθεί η τιμή της ορθής παραμόρφωσης που θα έδινε το ηλεκτρομηκνισιόμετρο του σχήματος.
- Για δεδομένη ένδειξη του ηλεκτρομηκνισιομέτρου ϵ_2 (βλέπε Πίνακα 1), να εκτιμηθεί
 - η ένδειξη ίδιου τύπου ηλεκτρομηκνισιομέτρου που τοποθετήθηκε σε διεύθυνση κάθετα στην διαμήκη
 - η μεταβολή της ακτίνας (Δr) του κοτυλιού αναψυκτικού.

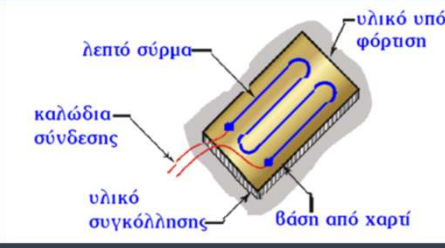
Πίνακας 1. Δεδομένα εργαστηριακής άσκησης με βάση το τελευταίο ψήφιο του Α.Μ. φοιτητών/τριών

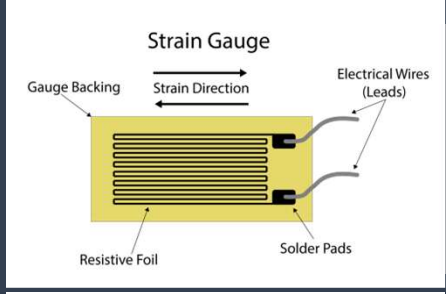
	Τελευταίο Ψήφιο Αριθμού Μητρώου (Α. Μ.)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E_w (GPa)	68	70	70	71	69	70	68	71	68	70
f_y (MPa)	49	49	50	53	48	50	51	49	51	50
ν	0,33	0,3	0,32	0,33	0,32	0,29	0,34	0,29	0,31	0,33
d (mm)	60,6	60,4	60,2	59,6	61,4	59	60,4	61	59	60
q (MPa)	0,34	0,36	0,35	0,36	0,34	0,34	0,36	0,34	0,34	0,35
q' (MPa)	0,27	0,30	0,27	0,30	0,25	0,26	0,30	0,27	0,26	0,30
ϵ_2 (%)	0,0260	0,0310	0,0159	0,0182	0,0146	0,0290	0,0175	0,0161	0,0195	0,0180

22



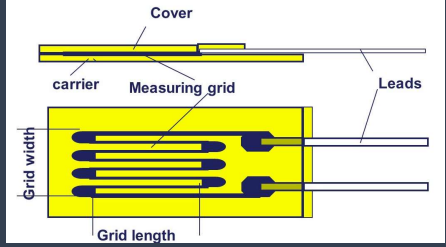
Τοποθετείται στη διεύθυνση της μετρούμενης ορθής παραμόρφωσης






Λεπτό μεταλλικό πλέγμα που επικολλάται με ειδικές κόλλες που δρουν ως μήτρα μεταφοράς παραμόρφωσης

Οι παραμορφώσεις μεταφέρονται στο μεταλλικό πλέγμα και προκαλούν αλλαγή στην αντίσταση του



23

Η αλλαγή της αντίστασης του μηκυσιόμετρου λόγω παραμόρφωσης του σώματος (παράλληλα στη διεύθυνση του πλέγματος) είναι ανάλογη των παραμορφώσεων που δημιουργεί η εξωτερική φόρτιση



Principles of Strain Gages

If external tensile force or compressive force increases or decreases, the resistance proportionally increases or decreases. Suppose that original resistance R changes by ΔR because of strain ε; the following equation is set up.

$$\frac{\Delta R}{R} = K_s \cdot \epsilon$$

Where, K_s is a gage factor, expressing the sensitivity coefficient of strain gages. General-purpose strain gages use copper-nickel or nickel-chrome alloy for the resistive elements, and the gage factor provided by these alloys is approximately 2.

Types of Strain Gages

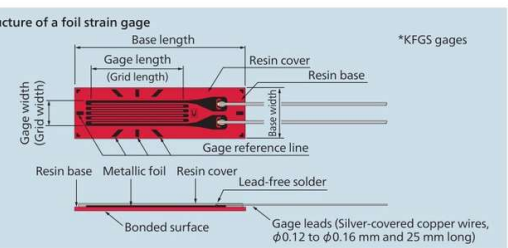
Types of strain gages are classified into foil strain gages, wire strain gages, and semiconductor strain gages, etc.

Structure of a Strain Gage

The foil strain gage has metal foil on the electric insulator of the thin resin, and gage leads attached, as shown in Fig. 2 below.

The strain gage is bonded to the measuring object with a dedicated adhesive. Strain occurring on the measuring site is transferred to the strain sensing element via adhesive and the resin base. For accurate measurement, the strain gage and adhesive should be compatible with the measuring material and operating conditions such as temperature, etc.

Fig. 2 Structure of a foil strain gage



24

1. Preparing the surface.
2. Applying the adhesive.
3. Pressing the gauge onto the surface.
4. Final surface preparation.
5. Applying the conductive paste.
6. Final surface preparation.
7. Final surface preparation.
8. Final surface preparation.

Για αξιόπιστη λειτουργία πρέπει να ακολουθείται συγκεκριμένη διαδικασία προετοιμασίας επιφάνειας και επικόλλησης μηχανομετρητή

25

Strain-gauge Selection Chart for Each Measurement Application

Measurement Environment	Models	Pages
General Stress Measurement		
Under general environment	KFGS	1-18
Max. elongation 5%	KFGS	1-18
Usable at up to 150°C	KFRB	1-27
Simply waterproofed	KFWB	1-29
Simply waterproofed, long-term stability	KFWB	1-30
Simply waterproofed, rugged	KCN	1-45
Semi-automatic measurement of strain and temperature	KFGT	1-26
Applicable to Sensing Element of Transducers		
Distal	KFGS	1-24
High resistance 500, 100, 1000 Ω	KFGS-C15, C16	1-22
Universal, for shearing strain	KFGS-D2, D31	1-20
Biaxial, for torque measurement	KFGS-D2, D31	1-20
Residual Stress Measurement		
Installation by cutting method	KFGS-F7	1-15
Installation by bonding method	KFGS-D2B	1-25
Measurement under Hydrogen Gas Environment		
Measurement under high pressure hydrogen environment	KV	1-44
Internal Strain Measurement		
A strain indicator attached to the strain gauge to be bonded on the inside of a hole	KV	1-44
Crack Gages		
Measurement of displacement and propagation speed of crack	KV	1-44
Measurement at High Temperature		
Up to 950°C	KNCV	1-38
Up to 800°C	KNCV	1-38
Up to 750°C	KNCV	1-38
Up to 750°C	KNCV	1-38
Up to 650°C	KNCV	1-38
Up to 550°C	KNCV	1-38
Up to 350°C	KNCV	1-39
Up to 350°C	KNCV	1-39
Up to 250°C	KNCV	1-40
Measurement at Low Temperature		
Measurement at low temperature	KFLB	1-41
Measurement under High Electric Field		
Measurement under high electric field accompanying induction loads	KFSB	1-43
Measurement of Axial Tension of Bolts		
Measurement of Axial Tension	KFB	1-28
Concrete, Mortar, etc.		
General Stress Measurement		
Simply waterproofed	KFWB	1-29
Simply waterproofed, long-term stability	KFWB	1-30
Surface strain	KFSB	1-31
Max. elongation 20%	KFSB	1-31
Internal strain measurement	KAM	1-32
Self-shrinkage strain measurement	KAC	1-32
Composite Materials, Printed Boards, and Plastics		
General Stress Measurement		
Application from 0 to 100°C	KFSB	1-33
Application from 0 to 100°C	KFSB	1-34
Application from 0 to 100°C	KFP	1-35
Application from 0 to 100°C	KFP	1-35
Metal, Plastics, Lumber and Rubber		
High-elongation Gages		
Max. elongation 20%	KFEM	1-42
Max. elongation 20%	KFEM	1-42
Max. elongation 20%	KFEM	1-42
Wood [Lumber], Plaster, Paper, etc.		
General Stress Measurement		
Measurement under high pressure hydrogen environment	KFGS	1-18

26

General-purpose Foil Strain Gages (KFGS)

Patterns Gage Resistance, Gauge Factors	Models	Base Color	Dimensions (mm)			Remarks	
			Gage (Grid) Length	Width	Base Length		
Uniaxial Resistance: 120 Ω Gage factor: Approx. 2.1						<ul style="list-style-type: none"> Common steel Stainless steel Aluminum alloy Magnesium alloy (Base color stands for different linear expansion.) 	
KFGS-30-120-C1	KFGS-30-120-C1-11	Red	30	3.3	37	5.2	
KFGS-20-120-C1	KFGS-20-120-C1-11	Red	20	5	28	8	
KFGS-10-120-C1	KFGS-10-120-C1-11	Red	10	3	16	5.2	
KFGS-6-120-C1	KFGS-6-120-C1-11	Red	6	1.7	10	3.4	
KFGS-5-120-C1	KFGS-5-120-C1-11	Red	5	1.4	9.4	2.8	For wood
KFGS-4N-120-C1	KFGS-4N-120-C1-11	Red	4	0.7	8	1.4	
KFGS-3-120-C1	KFGS-3-120-C1-11	Red	3	1.3	7.4	2.8	
KFGS-2-120-C1	KFGS-2-120-C1-11	Red	2	1.2	6.3	2.8	For wood
KFGS-2N-120-C1	KFGS-2N-120-C1-11	Red	2	0.84	5.3	1.4	
KFGS-1N-120-C1	KFGS-1N-120-C1-11	Red	1	1.1	4.9	2.4	
KFGS-1N-120-C1	KFGS-1N-120-C1-11	Red	1	0.65	4.2	1.4	
KFGS-03-120-C1	KFGS-03-120-C1-11	Red	0.3	1.4	3.5	2.4	
KFGS-02-120-C1	KFGS-02-120-C1-11	Red	0.2	1.4	3.3	2.4	

General-purpose Foil Strain Gages (KFGS)

Patterns Gage Resistance, Gauge Factors	Models	Base Color	Dimensions (mm)			Remarks
			Gage (Grid) Length	Width	Base Length	
Biaxial, 0°/90° stacked rosette Resistance: 120 Ω Gage factor: Approx. 2.1						
	KFGS-10-120-D16-11	Red	10	3		φ21
	KFGS-5-120-D16-11	Red	5	1.4		φ11
	KFGS-3-120-D16-11	Red	3	1.3		φ10
	KFGS-2-120-D16-11	Red	2	1.2		φ8
	KFGS-1-120-D16-11	Red	1	1.1		φ5
Triaxial, 0°/90°/45° stacked rosette (For stress analysis) Resistance: 120 Ω Gage factor: Approx. 2.1						
	KFGS-10-120-D17-11	Red	10	3		φ21
	KFGS-5-120-D17-11	Red	5	1.4		φ11
	KFGS-3-120-D17-11	Red	3	1.3		φ10
	KFGS-2-120-D17-11	Red	2	1.2		φ8
	KFGS-1-120-D17-11	Red	1	1.1		φ5
Biaxial, 0°/90° plane arrangement Resistance: 120 Ω Gage factor: Approx. 2.1						
	KFGS-2-120-D11-11	Red	2	3.2		10 8.5
Biaxial, 0°/90° plane arrangement (For torque measurement) Resistance: 120 Ω Gage factor: Approx. 2.1						
	KFGS-2-120-D22-11	Red	2	3.4		12 7

27

Εργαστηριακή Άσκηση

Να υπολογισθεί το απαιτούμενο πάχος t λεπτότοιγου κυλινδρικού κουτιού αναψυκτικού, εσωτερικής διαμέτρου d , από αλουμίνιο (με μέτρο ελαστικότητας E_{al} , όριο διαρροής f_u και λόγο Poisson ν) για εσωτερική πίεση q , σύμφωνα με τα δεδομένα του Πίνακα 1.

Πίνακας 1. Δεδομένα εργαστηριακής άσκησης με βάση το τελευταίο ψηφίο του Α.Μ. φοιτητών/τριών

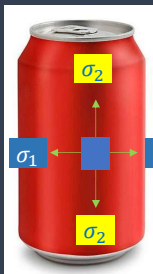
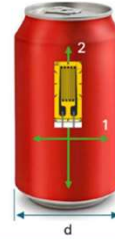
	Τελευταίο Ψηφίο Αριθμού Μητρώου (Α. Μ.)								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
E_{al} (GPa)	$t = \dots$								
f_u (MPa)									
d (mm)									
q (MPa)									
q' (MPa)									
ϵ_2 (%)									

28

Εργαστηριακή Άσκηση

Στο κουτί αναψυκτικού τοποθετείται ηλεκτρομηκυνσιόμετρο (strain gauge), για μέτρηση των ορθών παραμορφώσεων κατά τη διαμήκη διεύθυνση (όπως φαίνεται στο σχήμα).

- Τη στιγμή που ανοίγει το καπάκι του κουτιού αναψυκτικού και η τιμή της εσωτερικής πίεσης είναι πλέον q' (βλέπε Πίνακα 1), να εκτιμηθεί η τιμή της ορθής παραμόρφωσης που θα έδινε το ηλεκτρομηκυνσιόμετρο του σχήματος.



Πίνακας 1. Δεδομένα εργαστηριακής άσκησης με βάση το τελευταίο ψηφίο του Α.Μ. φοιτητών/τριών

	Τελευταίο Ψηφίο Αριθμού Μητρώου (Α. Μ.)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E_{st} (GPa)										
f_y (MPa)										
ν										
d (mm)										
q (MPa)										
q' (MPa)										
ϵ_2 (%)										

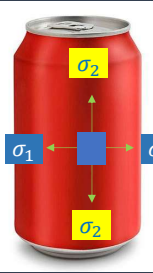
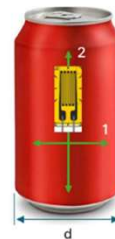
$\sigma_1, \sigma_2 = \dots \quad \epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E}$

29

Εργαστηριακή Άσκηση

Στο κουτί αναψυκτικού τοποθετείται ηλεκτρομηκυνσιόμετρο (strain gauge), για μέτρηση των ορθών παραμορφώσεων κατά τη διαμήκη διεύθυνση (όπως φαίνεται στο σχήμα).

- Τη στιγμή που ανοίγει το καπάκι του κουτιού αναψυκτικού και η τιμή της εσωτερικής πίεσης είναι πλέον q' (βλέπε Πίνακα 1), να εκτιμηθεί η τιμή της ορθής παραμόρφωσης που θα έδινε το ηλεκτρομηκυνσιόμετρο του σχήματος.
- Για δεδομένη ένδειξη του ηλεκτρομηκυνσιόμετρου ϵ_2 (βλέπε Πίνακα 1), να εκτιμηθεί
 - η ένδειξη ιδίου τύπου ηλεκτρομηκυνσιόμετρου που τοποθετήθηκε σε διεύθυνση κάθετα στην διαμήκη
 - η μεταβολή της ακτίνας (Δr) του κουτιού αναψυκτικού.



Πίνακας 1. Δεδομένα εργαστηριακής άσκησης με βάση το τελευταίο ψηφίο του Α.Μ. φοιτητών/τριών

	Τελευταίο Ψηφίο Αριθμού Μητρώου (Α. Μ.)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E_{st} (GPa)										
f_y (MPa)										
ν										
d (mm)										
q (MPa)										
q' (MPa)										
ϵ_2 (%)										

$\epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E} \rightarrow p = \dots \quad \epsilon_1 = ??$
 $\Delta r = ??$

Προσοχή: ϵ_2 δίνεται %

30



Τρίτη 9:00 – 10:00 & Παρασκευή 10:00 – 12:00 (γραφείο
στο χώρο εργαστηρίου)

sdemis@upatras.gr