

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΟΠΛΙΣΜΕΝΟΥ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ ΣΕ ΚΑΜΨΗ

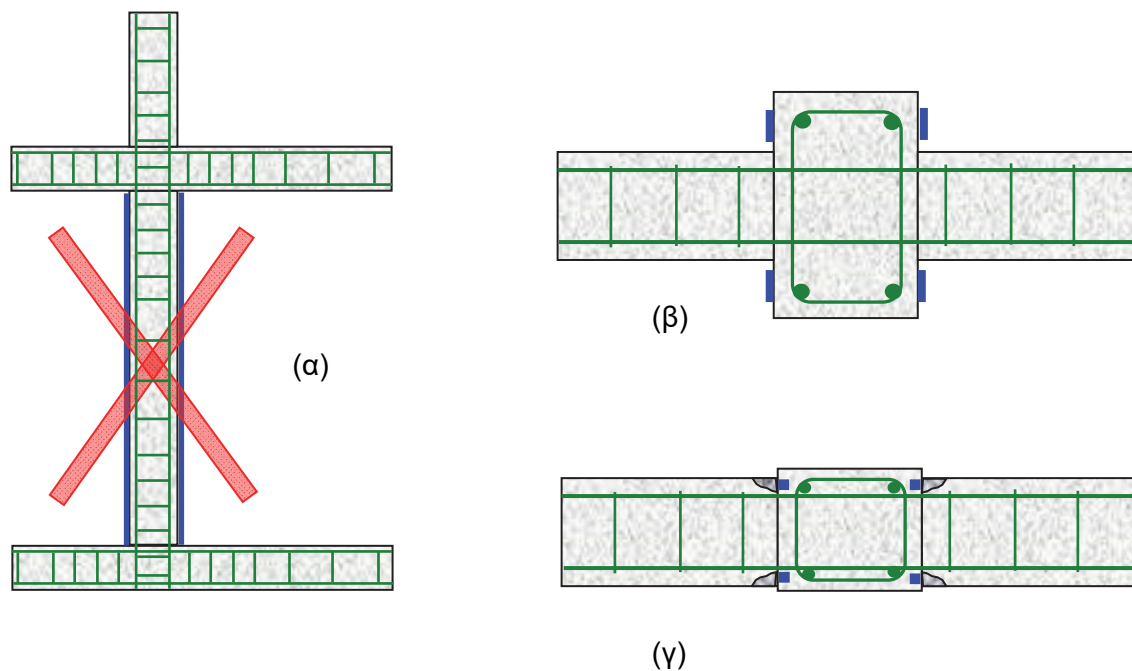
4.1 Γενικά

Η εφαρμογή συνθέτων υλικών για ενισχύσεις έναντι κάμψης (Σχ. 4.1) γίνεται κυρίως σε στοιχεία τύπου δοκού ή πλάκας, μέσω ελασμάτων ή υφασμάτων (ή ακόμα και ράβδων σε εγκοπές), τα οποία επικολλούνται στο εφελκυσμένο πέλμα με διεύθυνση των ινών τέτοια ώστε να παραλαμβάνουν τις λόγω κάμψης εφελκυστικές δυνάμεις (π.χ. παράλληλα στον άξονα του μέλους, για την περίπτωση δοκών, σε δύο κάθετες μεταξύ τους διευθύνσεις για την περίπτωση πλακών). Στην περίπτωση υποστυλωμάτων με κρίσιμες σε κάμψη τις ακραίες διατομές, η εφαρμογή των συνθέτων υλικών σε μορφή ελασμάτων ή υφασμάτων είναι γενικά δύσκολη, δεδομένου ότι στις περιπτώσεις αυτές πρέπει να εξασφαλισθεί η συνέχεια (αγκύρωση) των οπλισμών εντός των κόμβων. Τούτο γίνεται εφικτό όταν οι δοκοί έχουν μικρότερο πλάτος από τα υποστυλώματα ή όταν χρησιμοποιούνται οπλισμοί συνθέτων υλικών μικρού πλάτους (π.χ. μορφής ράβδων) σε εγκοπές, όπως δείχνει το Σχ. 4.2.



Σχ. 4.1 Παραδείγματα εφαρμογής ελασμάτων για την καμπτική ενίσχυση δοκών.

Οι υπολογισμοί για τους ελέγχους αντοχής και λειτουργικότητας σε εφαρμογές καμπτικών ενισχύσεων γίνονται κατ' αναλογία με αυτούς για συμβατικά οπλισμένα (με χαλύβδινες ράβδους) μέλη, λαμβάνοντας υπόψη όμως: (α) τις ιδιαιτερότητες της μηχανικής συμπεριφοράς των συνθέτων υλικών (π.χ. γραμμική ελαστικότητα μέχρι τη θραύση) και (β) το ενδεχόμενο πρόωρης αποκόλλησής τους από το σκυρόδεμα.



Σχ. 4.2 Ενδεικτικές διατάξεις καμπικής ενίσχυσης υποστυλωμάτων για μέγιστη ροπή στα άκρα. (α) Εσφαλμένη εφαρμογή, (β) συνέχεια οπλισμού τύπου ελάσματος μέσω της πλάκας, (γ) συνέχεια οπλισμού τύπου ράβδου σε εγκοπές μέσω του κόμβου.

4.2 Αρχική κατάσταση

Όπως θα φανεί παρακάτω, οι υπολογισμοί των απαιτούμενων ποσοτήτων συνθέτων υλικών προκειμένου να ικανοποιηθούν οι έλεγχοι για τις οριακές καταστάσεις αντοχής και λειτουργικότητας προϋποθέτουν γνώση των παραμορφώσεων (και τάσεων) στα υπό ενίσχυση δομικά στοιχεία κατά τη χρονική στιγμή που λαμβάνει χώρα η ενίσχυση (αρχική κατάσταση). Σημειώνεται δε ότι τα δομικά στοιχεία δρουν ως ενισχυμένα μόνο για τα πρόσθετα φορτία, αυτά δηλαδή τα οποία δρουν μετά την ενίσχυση.

Ας υποθέσουμε ότι κατά τη φάση της ενίσχυσης η κρίσιμη διατομή μιας δοκού (Σχ. 4.3) καταπονείται σε ροπή M_o , μεγαλύτερη από τη ροπή ρηγμάτωσης M_{cr} (αν είναι μικρότερη, η επίδραση της M_o είναι αμελητέα). Από ισορροπία δυνάμεων στην διατομή προκύπτει το ύψος της θλιβόμενης ζώνης x_o :

$$\frac{1}{2}bx_o^2 + (\alpha_s - 1)A_{s2}(x_o - d_2) = \alpha_s A_{s1}(d - x_o) \quad (4.1)$$

όπου A_{s1} = εμβαδόν εφελκόμενου χάλυβα, A_{s2} = εμβαδόν θλιβόμενου χάλυβα, d_2 = απόσταση κέντρου βάρους διατομής θλιβόμενου χάλυβα από την ακραία θλιβόμενη ίνα, d = στατικό ύψος, h = ύψος διατομής, d_1 = απόσταση κέντρου βάρους διατομής

εφελκόμενου χάλυβα από την ακραία εφελκόμενη ίνα ($=h-d$), b = πλάτος διατομής και $\alpha_s = E_s / E_c =$ λόγος μέτρου ελαστικότητας χάλυβα προς μέτρο ελαστικότητας σκυροδέματος. Η παραμόρφωση ε_{co} στην ακραία θλιβόμενη ίνα σκυροδέματος είναι

$$\varepsilon_{co} = \frac{M_o x_o}{E_c I_{o2}} \quad (4.2)$$

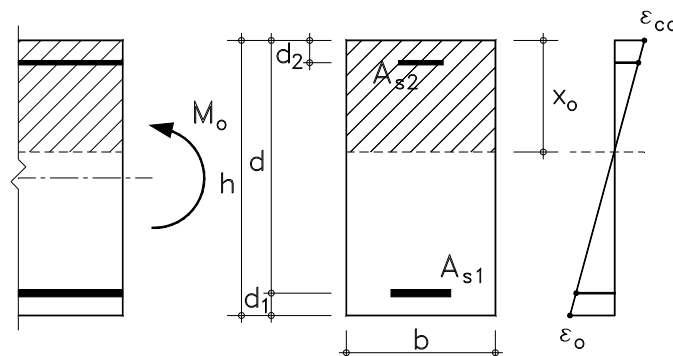
όπου I_{o2} είναι η ροπή αδράνειας της ρηγματωμένης διατομής, ίση με

$$I_{o2} = \frac{bx_o^3}{3} + (\alpha_s - 1)A_{s2}(x_o - d_2)^2 + \alpha_s A_{s1}(d - x_o)^2 \quad (4.3)$$

Τέλος, η παραμόρφωση ε_o στην ακραία εφελκόμενη ίνα υπολογίζεται βάσει του συμβιβαστού των παραμορφώσεων ως εξής:

$$\varepsilon_o = \varepsilon_{co} \frac{h - x_o}{x_o} \quad (4.4)$$

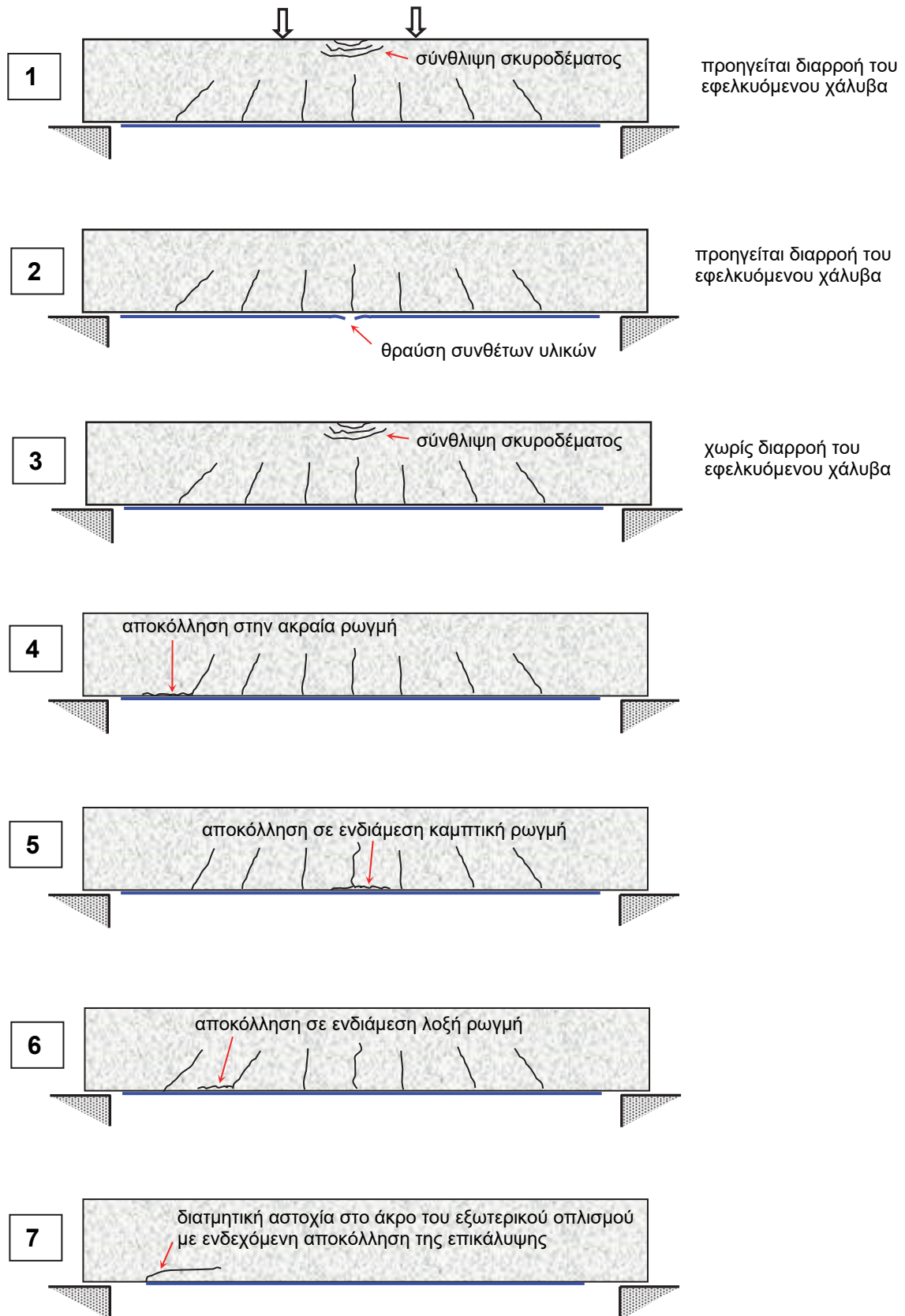
Το ε_o που προσδιορίζεται από την εξ. (4.4) αποτελεί την αρχική παραμόρφωση στη θέση επικόλλησης του οπλισμού ενίσχυσης.



Σχ. 4.3 Παραμορφώσεις σε ορθογωνική διατομή δοκού υπό ροπή M_o κατά τη φάση ενίσχυσης.

4.3 Οριακή κατάσταση αντοχής – μηχανισμοί αστοχίας

Οι πιθανότεροι μηχανισμοί αστοχίας στοιχείων οπλισμένου σκυροδέματος ενισχυμένων σε κάμψη με σύνθετα υλικά περιγράφονται παραστατικά στο Σχ. 4.4 (Triantafyllou and Plevris 1992, Matthys 2000, fib 2001, Teng et al. 2001). Η διαδικασία υπολογισμών για τον κάθε μηχανισμό δίνεται στην επόμενη ενότητα.



Σχ. 4.4 Μορφές αστοχίας δοκού ενισχυμένης σε κάμψη με σύνθετα υλικά.

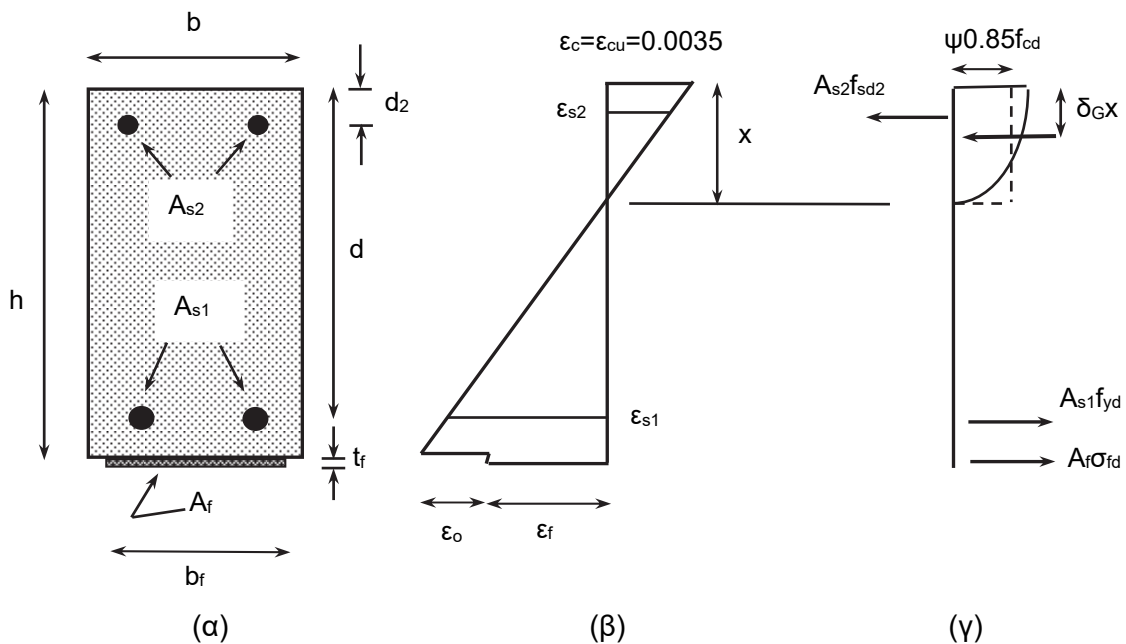
4.4 Υπολογισμοί για την οριακή κατάσταση αντοχής

Οι τρεις πρώτοι από τους παραπάνω μηχανισμούς δεν σχετίζονται με πρόωρες αστοχίες (π.χ. αποκολλήσεις των συνθέτων υλικών). Έτσι το ενισχυμένο στοιχείο μπορεί να μελετηθεί ως ένα σύμμικτο στοιχείο, στο οποίο υπάρχει *πλήρης συνεργασία* μεταξύ του σκυροδέματος και των εξωτερικών οπλισμών. Όλοι οι υπόλοιποι μηχανισμοί αντιστοιχούν σε απώλεια της πλήρους συνεργασίας και αναλύονται ξεχωριστά.

4.4.1 Μηχανισμοί πλήρους συνεργασίας

(1) Διαρροή εφελκόμενου χάλυβα, σύνθλιψη σκυροδέματος

Σύμφωνα με το μηχανισμό αυτό, ο οποίος είναι και ο πλέον επιθυμητός αλλά ενεργοποιείται σπάνιως, πρώτα διαρρέει ο διαμήκης οπλισμός σε εφελκυσμό και ακολούθως υφίσταται σύνθλιψη το σκυρόδεμα στη θλιβόμενη ζώνη, χωρίς να υπάρχει αστοχία ή κάποιου είδους αποκόλληση στα σύνθετα υλικά. Ο υπολογισμός της ροπής αντοχής στην κρίσιμη διατομή του μέλους (Σχ. 4.5) γίνεται βάσει ισορροπίας των εσωτερικών δυνάμεων και του συμβιβαστού των παραμορφώσεων:



Σχ. 4.5 Ανάλυση διατομής στην οριακή κατάσταση αντοχής. (α) Γεωμετρικά χαρακτηριστικά, (β) κατανομή παραμορφώσεων καθ' ύψος της διατομής, (γ) κατανομή εσωτερικών δυνάμεων.

Υπολογισμός ύψους θλιβόμενης ζώνης, x , από ισορροπία εσωτερικών δυνάμεων:

$$\psi 0.85 f_{cd} b x + A_{s2} f_{sd2} = A_{s1} f_{yd} + A_f \sigma_{fd} \quad (4.5)$$

όπου $\psi = 0.8$, f_{cd} = τιμή σχεδιασμού θλιπτικής αντοχής σκυροδέματος, x = ύψος θλιβόμενης ζώνης, f_{yd} = τάση διαρροής χάλυβα (τιμή σχεδιασμού) και A_f = εμβαδόν διατομής συνθέτων υλικών. f_{sd2} και σ_{fd} είναι οι τάσεις του θλιβόμενου χάλυβα και των συνθέτων υλικών, αντίστοιχα, οι οποίες δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις (συμβιβαστό παραμορφώσεων):

$$f_{sd2} = E_s \left(\varepsilon_c \frac{x - d_2}{x} \right) \quad (4.6)$$

$$\sigma_{fd} = E_f \left(\varepsilon_c \frac{h - x}{x} - \varepsilon_o \right) \quad (4.7)$$

Στις παραπάνω σχέσεις $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ είναι η οριακή παραμόρφωση του σκυροδέματος ($=0.0035$) και ε_o η αρχική παραμόρφωση στην ακραία εφελκυσμένη ίνα [εξ. (4.4)]. Επισημαίνεται ότι η τάση f_{sd2} στον θλιβόμενο χάλυβα δεν θα πρέπει να λαμβάνεται πάνω από f_{yd} .

Υπολογισμός καμπτικής αντίστασης (τιμή σχεδιασμού):

$$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \left[A_{s1} f_{yd} (d - \delta_G x) + A_f \sigma_{fd} (h - \delta_G x) + A_{s2} f_{sd2} (\delta_G x - d_2) \right] \quad (4.8)$$

όπου $\delta_G = 0.4$, γ_{Rd} = συντελεστής ασφάλειας για τον υπολογισμό της καμπτικής αντίστασης σχεδιασμού σε διατομή υφιστάμενου δομικού στοιχείου (γενικά $\gamma_{Rd} \geq 1$).

Προϋποθέσεις για την εφαρμογή των παραπάνω εξισώσεων είναι ότι ο εφελκυσμένος χάλυβας έχει πράγματι διαρρεύσει και ότι η παραμόρφωση στα σύνθετα υλικά είναι μικρότερη της οριακής, $\varepsilon_{f,lim}$ (αυτής δηλαδή που αντιστοιχεί στη θραύση ή αποκόλλησή τους), δηλαδή:

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_c \frac{d - x}{x} \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_c \frac{h - x}{x} - \varepsilon_o \leq \varepsilon_{f,lim} \quad (4.10)$$

όπου $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$.

(2) Διαρροή εφελκυσμένου χάλυβα, θραύση συνθέτων υλικών

Ο μηχανισμός αστοχίας κατά τον οποίο μετά τη διαρροή του εφελκυσμένου χάλυβα ακολουθεί θραύση των συνθέτων υλικών είναι γενικά σπάνιος (ενδέχεται να εμφανιστεί αν

το εμβαδόν διατομής των συνθέτων υλικών είναι πάρα πολύ μικρό). Πάντως, για λόγους πληρότητας μπορούμε να αναφέρουμε ότι η ανάλυση της κρίσιμης διατομής στην περίπτωση αυτή γίνεται όπως παραπάνω, δηλαδή ισχύουν οι εξ. (4.5) – (4.8), με τις εξής τροποποιήσεις: (α) Η μέγιστη θλιπτική παραμόρφωση στο σκυρόδεμα ε_c δεν είναι κατ' ανάγκη ίση με την οριακή. (β) Η τάση στα σύνθετα υλικά ισούται με την εφελκυστική τους αντοχή, δηλ. $\sigma_{fd} = f_{tde}$. (γ) Οι συντελεστές ψ και δ_G είναι:

$$\psi = \begin{cases} 1000\varepsilon_c \left(0.5 - \frac{1000}{12}\varepsilon_c \right) & \text{για } \varepsilon_c \leq 0.002 \\ 1 - \frac{2}{3000\varepsilon_c} & \text{για } 0.002 \leq \varepsilon_c \leq 0.0035 \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\delta_G = \begin{cases} \frac{8 - 1000\varepsilon_c}{4(6 - 1000\varepsilon_c)} & \text{για } \varepsilon_c \leq 0.002 \\ \frac{1000\varepsilon_c(3000\varepsilon_c - 4) + 2}{2000\varepsilon_c(3000\varepsilon_c - 2)} & \text{για } 0.002 \leq \varepsilon_c \leq 0.0035 \end{cases} \quad (4.12)$$

Έτσι, για τον υπολογισμό της ροπής αντοχής απαιτείται η επίλυση των εξ. (4.5) – (4.8) (αφού προηγηθούν οι προαναφερθείσες τροποποιήσεις) με αγνώστους τα x , ε_c και M_{Rd} . Τούτο μπορεί να γίνει είτε υπολογιστικά, είτε βάσει διαδοχικών δοκιμών.

(3) Σύνθλιψη σκυροδέματος

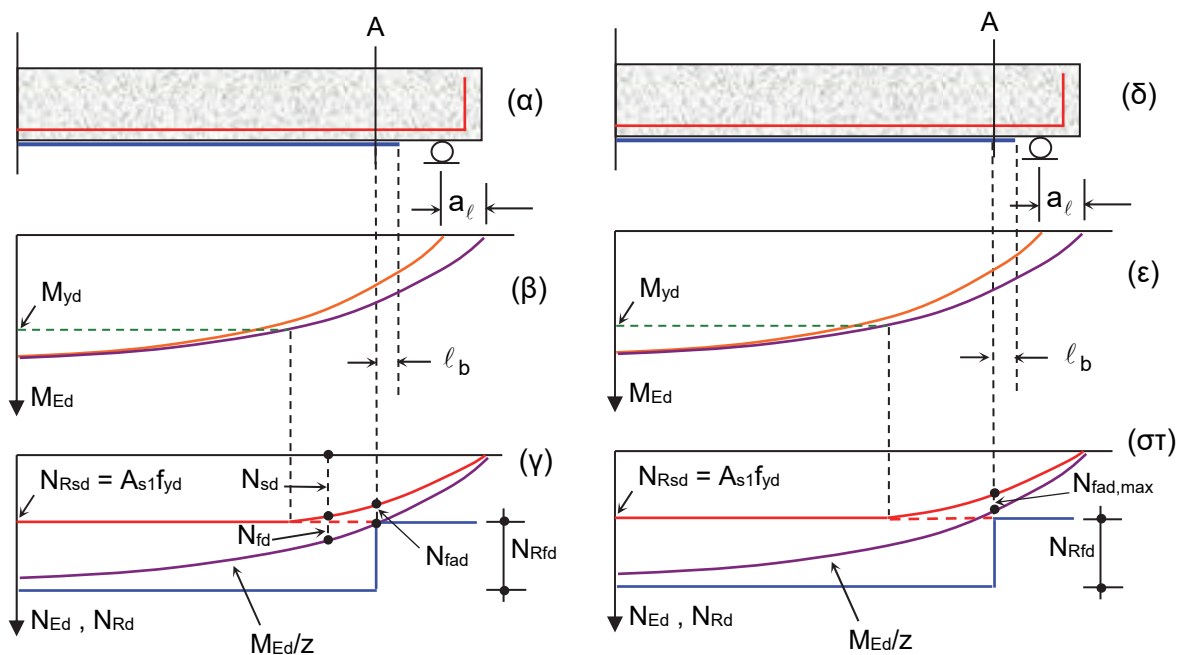
Η μηχανισμός σύμφωνα με τον οποίο η θραύση του σκυροδέματος στη θλιβόμενη ζώνη προηγείται οποιασδήποτε άλλης αστοχίας αντιστοιχεί σε ψαθυρή συμπεριφορά και δεν είναι αποδεκτός, γι' αυτό και δεν αναλύεται περαιτέρω. Η μη ενεργοποίηση του εν λόγω μηχανισμού επιτυγχάνεται περιορίζοντας το εμβαδόν των συνθέτων υλικών κάτω από μία κρίσιμη τιμή, έτσι ώστε εξασφαλισθεί η διαρροή του εφελκυσμένου χάλυβα. Περισσότερα σχετικά στοιχεία δίνονται στην Ενότητα 4.5, όπου περιγράφονται οι απαιτήσεις πλαστιμότητας.

4.4.2 Μηχανισμοί με απώλεια της πλήρους συνεργασίας

(4) Αποκόλληση στην ακραία ρωγμή

Εφαρμόζοντας το αναλυτικό προσομοίωμα που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 3.3 μπορεί να γίνει ο υπολογισμός του απαιτούμενου μήκους αγκύρωσης στα άκρα των συνθέτων υλικών ώστε να μην επέλθει αποκόλληση στην περιοχή της αγκύρωσης. Ας

θεωρήσουμε, για παράδειγμα, τη δοκό του Σχ. 4.6α, με διάγραμμα ροπών αυτό του Σχ. 4.6β (σημειώνεται ότι το διάγραμμα ροπών πρέπει να μετατεθεί κατά a_ℓ , βάσει του μηχανισμού ισοδύναμου δικτυώματος για τον μηχανισμό ανάληψης τέμνουσας). Το Σχ. 4.6γ δίνει τις δυνάμεις που ασκούνται τόσο στον εφελκυσμένο χάλυβα (N_{sd}) όσο και στα σύνθετα υλικά (N_{fd}) σε κάθε διατομή, ως αποτέλεσμα της δρώσης ροπής σχεδιασμού M_{Ed} . Προσεγγιστικά, η συνολική εφελκυστική δύναμη (σε ράβδους οπλισμού και σύνθετα υλικά), δηλαδή το άθροισμα $N_{sd} + N_{fd}$, ισούται με M_{Ed}/z , όπου z ο μοχλοβραχίονας της δύναμης αυτής, περίπου ίσος με $0.95d$.



Σχ. 4.6 Αγκύρωση συνθέτων υλικών.

Βάσει του Σχ. 4.6γ, η θέση (διατομή A) πέρα από την οποία υπολογίζεται το μήκος αγκύρωσης των συνθέτων υλικών προσδιορίζεται εκεί όπου η καμπύλη της συνολικής εφελκυστικής δύναμης M_{Ed}/z τέμνει τη μέγιστη δύναμη που μπορεί να παραληφθεί από το χάλυβα μόνο, $N_{Rsd} = A_{s1}f_{yd}$. Στη θέση αυτή η εφελκυστική δύναμη στα σύνθετα υλικά είναι N_{fad} , ενώ το αντίστοιχο μήκος αγκύρωσης είναι ℓ_b . Η προς αγκύρωση δύναμη N_{fad} (τιμή σχεδιασμού) μπορεί να προσεγγιστεί βάσει ισορροπίας εσωτερικών εντατικών μεγεθών ως εξής:

$$\frac{M_{Ed}}{z} = N_{fad} \left(1 + \frac{A_{s1}E_s\varepsilon_{s1}}{A_fE_f\varepsilon_f} \right) \approx N_{fad} \left(1 + \frac{A_{s1}E_s}{A_fE_f} \right) \quad (4.13)$$

Στην παραπάνω σχέση θεωρήθηκε ότι $\varepsilon_{s1}/\varepsilon_f \approx 1$.

Είναι αυτονόητο ότι η N_{fad} δεν πρέπει να ξεπερνά την $N_{fad,max}$ [εξ. (3.3α), με συντελεστή ασφάλειας γ_{fb}] και ότι θα πρέπει να υπάρχει επαρκής διαθέσιμος χώρος για το μήκος αγκύρωσης ℓ_b . Αν αυτό δεν συμβαίνει, η διατομή A θα πρέπει να ορισθεί παραπέρα (προς την κατεύθυνση όπου μειώνεται η ροπή κάμψης, δηλ. κοντά στη στήριξη), Σχ. 4.6δ-στ, έτσι ώστε ή να μειωθεί η N_{fad} μέχρι την τιμή $N_{fad,max}$, ή να απαιτείται μικρότερο ℓ_b (όπως φαίνεται στο Σχ. 3.5, μικρή σχετικά μείωση στη N_{fad} επιφέρει σημαντική μείωση στο ℓ_b). Αν το μήκος αγκύρωσης και πάλι δεν επαρκεί, θα πρέπει είτε να αυξηθεί το πλάτος και να μειωθεί το πάχος των ελασμάτων, είτε να βελτιωθεί η αγκύρωση με μηχανικό τρόπο (θα αναφερθούμε σε επόμενο κεφάλαιο).

(5) Αποκόλληση σε ενδιάμεση καμπτική ρωγμή

Και εδώ μπορεί να εφαρμοστεί το αναλυτικό προσομοίωμα της Ενότητας 3.3, στο οποίο όμως πρέπει να γίνει μία διόρθωση, δεδομένου ότι η πραγματική εντατική κατάσταση στη διεπιφάνεια συνθέτων υλικών – σκυροδέματος στις περιοχές δοκών με κατακόρυφη ρηγματώση (χαμηλή τιμή τέμνουσας δύναμης) διαφέρει ως προς αυτήν της πειραματικής διάταξης του Σχ. 3.2. Λεπτομερείς αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία αλλά και πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν ότι για αποκολλήσεις σε περιοχές πολύ μικρής ή μηδενικής τέμνουσας η μέγιστη διατμητική τάση στη διεπιφάνεια είναι αισθητά μικρότερη σε σχέση με αυτήν της διάταξης του Σχ. 3.2. Με βάση λοιπόν διαθέσιμα αποτελέσματα από τη διεθνή βιβλιογραφία (π.χ. Teng et al. 2001), προτείνεται μία τροποποίηση του προσομοιώματος της Ενότητας 3.3.2, η οποία συνίσταται στην προσαύξηση της δύναμης που προκαλεί αποκόλληση κατά 150%.

Συμπερασματικά, η οριακή παραμόρφωση στα σύνθετα υλικά για αποκόλληση σε περιοχές καμπτικών ρωγμών (όπου η τέμνουσα είναι πρακτικά μηδέν) είναι:

$$\text{για } \ell_b \geq \ell_{b,max} : \quad \varepsilon_{fb,fl} = \frac{\alpha_{fl}}{\gamma_{fb}} \sqrt{\frac{0.6f_{ctm}k_b}{E_f t_f}} \quad (4.14\alpha)$$

$$\text{για } \ell_b < \ell_{b,max} : \quad \varepsilon_{fb,fl} = \frac{\alpha_{fl}}{\gamma_{fb}} \sqrt{\frac{0.6f_{ctm}k_b}{E_f t_f}} \frac{\ell_b}{\ell_{b,max}} \left(2 - \frac{\ell_b}{\ell_{b,max}} \right) \quad (4.14\beta)$$

όπου $\alpha_{fl} = 2.5$.

Κατά τα λοιπά, οι υπολογισμοί για τη ροπή αντοχής γίνονται όπως ακριβώς στην παραπάνω περίπτωση (2), με $\sigma_{fd} = E_f \varepsilon_{fb,fl}$.

(6) Αποκόλληση σε ενδιάμεση λοξή ρωγμή

Για αποκολλήσεις σε καμπτο-διατμητικές ρωγμές ισχύουν οι παρατηρήσεις της προηγούμενης παραγράφου, με τη διαφορά ότι η προσαύξηση της δύναμης αποκόλλησης είναι μικρότερη, της τάξης του 100%. Έτσι η οριακή παραμόρφωση στα σύνθετα υλικά είναι:

$$\text{για } \ell_b \geq \ell_{b,\max} : \quad \varepsilon_{fb,fl-sh} = \frac{\alpha_{fl-sh}}{\gamma_{fb}} \sqrt{\frac{0.6f_{ctm}k_b}{E_f t_f}} \quad (4.15\alpha)$$

$$\text{για } \ell_b < \ell_{b,\max} : \quad \varepsilon_{fb,fl-sh} = \frac{\alpha_{fl-sh}}{\gamma_{fb}} \sqrt{\frac{0.6f_{ctm}k_b}{E_f t_f}} \frac{\ell_b}{\ell_{b,\max}} \left(2 - \frac{\ell_b}{\ell_{b,\max}} \right) \quad (4.15\beta)$$

όπου $\alpha_{fl-sh} = 2$.

Κατά τα λοιπά, οι υπολογισμοί για τη ροπή αντοχής γίνονται όπως ακριβώς στην παραπάνω περίπτωση (2), με $\sigma_{fd} = E_f \varepsilon_{fb,fl-sh}$.

(7) Διατμητική αστοχία στο άκρο – αποκόλληση της επικάλυψης

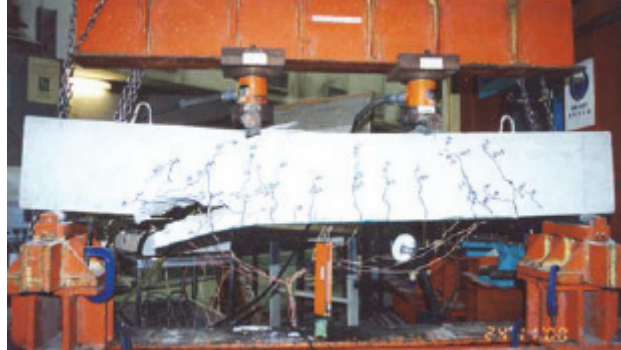
Η αποκόλληση των συνθέτων υλικών λόγω της ανάπτυξης διατμητικής ρωγμής (Σχ. 4.7) στο άκρο με κατεύθυνση επέκτασης περίπου οριζόντια (κάπου μεταξύ της κάτω στρώσης οπλισμού χάλυβα και της κόλλας), αποτελεί έναν από τους πιο συνηθισμένους μηχανισμούς αστοχίας δοκών (και πλακών) ενισχυμένων σε κάμψη. Ο μηχανισμός αυτός, ο οποίος οφείλει τη γένεσή του κατά βάση στην ανάπτυξη σημαντικών οριζοντίων διατμητικών αλλά και κάθετων στον άξονα του οπλισμού ενίσχυσης εφελκυστικών τάσεων, στη στρώση επικάλυψης του σκυροδέματος, έχει αποτελέσει αντικείμενο μελέτης δεκάδων ερευνητών (π.χ. Oehlers 1992, Ziraba et al. 1994, Jansze 1997, Raof and Hassanen 2000). Μία απλή, συντηρητική και σχετικά αξιόπιστη μέθοδος αντιμετώπισης περιλαμβάνει την παρακάτω σειρά ελέγχων:

$$V_{Ed,end} \leq 1.4V_{Rd,c} \quad (4.16)$$

$$M_{Ed,end} \leq \frac{2}{3}M_{Rd} \quad (4.17)$$

όπου $V_{Ed,end}$ και $M_{Ed,end}$ είναι η δρώσα τέμνουσα και ροπή (τιμές σχεδιασμού), αντίστοιχα, στην διατομή απόληξης των συνθέτων υλικών, $V_{Rd,c}$ είναι η διατμητική αντοχή του μέλους αγνοώντας την συμβολή οπλισμών διάτμησης (συνδετήρες) και M_{Rd} είναι η ροπή αντοχής του μέλους [δηλαδή η ελάχιστη τιμή εξ αυτών που αντιστοιχούν στους μηχανισμούς (1), (2), (5) και (6)]. Επισημαίνεται ότι η ικανοποίηση της συνθήκης

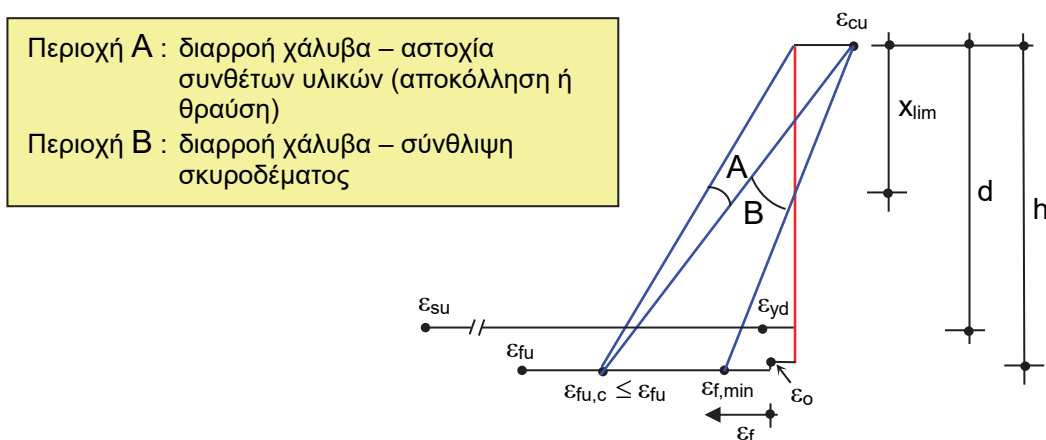
(4.17) γίνεται εύκολα, π.χ. ρυθμίζοντας τη θέση απόληξης των συνθέτων υλικών. Αν όμως δεν ικανοποιείται η συνθήκη (4.16), τότε απαιτείται ενίσχυση του μέλους (στην περιοχή κοντά στα άκρα των συνθέτων υλικών) έναντι τέμνουσας.



Σχ. 4.7 Διαμητική αστοχία στη θέση τερματισμού των εξωτερικών οπλισμών.

4.5 Απαιτήσεις πλαστιμότητας

Βασική απαίτηση πλαστιμότητας αποτελεί η ενεργοποίηση μηχανισμού αστοχίας κατά τον οποίο η διαρροή του εφελκόμενου χάλυβα θα προηγείται σαφώς οποιασδήποτε άλλης αστοχίας, ούτως ώστε να εξασφαλίζεται μία ελάχιστη τιμή πλαστιμότητας καμπυλοτήτων (μ_ϕ). Τούτο σημαίνει ότι η εφελκυστική παραμόρφωση των συνθέτων υλικών στην κρίσιμη διατομή κατά την οριακή κατάσταση αντοχής, $\varepsilon_{fu,c}$, θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από μία ελάχιστη τιμή, $\varepsilon_{f,min}$, ενώ έχει ως άνω όριο είτε την παραμόρφωση θραύσης, ε_{fu} , είτε την παραμόρφωση εκείνη η οποία αντιστοιχεί σε αποκόλληση (όχι όμως κατ' ανάγκη στην κρίσιμη διατομή σε κάμψη). Σχετικό είναι το Σχ. 4.8.



Σχ. 4.8 Κατανομή παραμορφώσεων καθ' ύψος της κρίσιμης διατομής.

Η ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή παραμόρφωσης στα σύνθετα υλικά κατά την οριακή κατάσταση αντοχής, $\varepsilon_{f,min}$, για δεδομένη πλαστιμότητα καμπυλοτήτων, μ_ϕ , υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\varepsilon_{f,min} = \varepsilon_{yd} \frac{\mu_\phi}{\left(\frac{d}{h} - \frac{x_y}{h}\right)} - \varepsilon_{cu} - \varepsilon_o \quad (4.18)$$

όπου x_y το ύψος της θλιβόμενης ζώνης κατά την εκκίνηση διαρροής του χάλυβα. Σημειώνεται πάντως ότι η επίτευξη μεγάλης πλαστιμότητας δεν είναι πάντα εφικτή, ιδιαίτερα όταν η απαιτούμενη ποσότητα συνθέτων υλικών καθορίζεται από τις απαιτήσεις της οριακής κατάστασης λειτουργικότητας, οπότε το μέλος είναι υπερ-διαστασιοποιημένο σε όρους αντοχής.

4.6 Σύνοψη διαδικασίας υπολογισμών – οριακή κατάσταση αντοχής

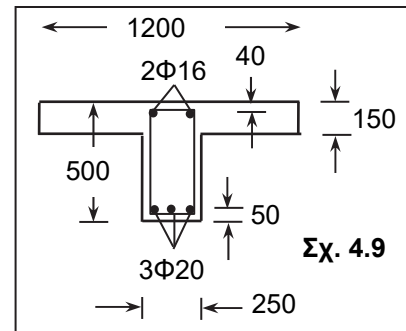
Η προτεινόμενη διαδικασία ελέγχων για την οριακή κατάσταση αντοχής συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα:

1. Υπολογισμός ροπής αντοχής πριν από την ενίσχυση ($M_{o,Rd}$).
2. Υπολογισμός της αρχικής παραμόρφωσης ε_o στην ακραία εφελκυσμένη ίνα βάσει της ροπής M_o που ασκείται στην κρίσιμη διατομή κατά τη φάση της ενίσχυσης.
3. Υπολογισμός απαιτούμενης ποσότητας οπλισμού συνθέτων υλικών A_f (για δεδομένη M_{Rd}) για τις περιπτώσεις αστοχίας (1), (2) και (6) [ή (5), αν δεν δρα τέμνουσα δύναμη] στην κρίσιμη διατομή, βάσει των εξ. (4.5)-(4.12). Σημειώνεται ότι οι εξισώσεις αυτές με $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ και $\varepsilon_f \leq \varepsilon_{f,lim} = \min(\varepsilon_{fu}, \varepsilon_{fb,fl-sh})$ περιγράφουν ταυτοχρόνως τρεις πιθανούς μηχανισμούς αστοχίας (διαρροή χάλυβα – σύνθλιψη σκυροδέματος, διαρροή χάλυβα – θραύση συνθέτων υλικών, διαρροή χάλυβα – αποκόλληση σε ενδιάμεση ρωγμή) [προσεγγιστικά η $\varepsilon_{f,lim}$ μπορεί να θεωρηθεί σταθερή και ίση με 0.004-0.005]. Ακολουθεί ο έλεγχος των απαιτήσεων πλαστιμότητας.
4. Υπολογισμός μήκους αγκύρωσης και γενικά οριστικοποίηση της διάταξης των συνθέτων υλικών βάσει του ελέγχου αγκύρωσης – [μηχανισμός (4)].

5. Έλεγχος μηχανισμού [7] (διατμητική αστοχία στο άκρο). Αν ο έλεγχος δεν ικανοποιείται γίνεται ενίσχυση σε τέμνουσα (βλ. επόμενο κεφάλαιο).
6. Έλεγχος της οριακής κατάστασης αστοχίας του μέλους από διάτμηση (δεδομένου ότι έχει αυξηθεί η καμπτική αντοχή). Αν ο έλεγχος δεν ικανοποιείται απαιτείται ενίσχυση (βλ. επόμενο κεφάλαιο).

4.7 Παράδειγμα

Θεωρούμε αμφιέριστη πλακοδοκό ανοίγματος 5 m με γεωμετρία διατομής όπως φαίνεται στο Σχ. 4.9. Η δοκός φορτίζεται με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο 65 kN/m. Υλικά: $f_{cd} = 20/1.5 = 13.5$ MPa, $f_{ctm} = 2.2$ MPa, $f_{yd} = 500/1.15 = 435$ MPa. Να γίνουν οι υπολογισμοί καμπτικής ενίσχυσης για δρώσα ροπή $M_{Ed} = 203$ kNm. Θεωρούμε ελάσματα συνθέτων υλικών πάχους $t_f = 1.1$ mm, πλάτους 50 mm, μέτρου ελαστικότητας $E_f = 150$ GPa και οριακής παραμόρφωσης αστοχίας (τιμή σχεδιασμού) $\varepsilon_{fu} = 0.01$. Η ροπή κάμψης κατά την διάρκεια των εργασιών ενίσχυσης θεωρείται $M_o = 45$ kNm. Να ληφθεί $\gamma_{Rd} = 1$.



Γεωμετρικά στοιχεία: $A_{s1} = 940$ mm², $A_{s2} = 400$ mm², $h = 500$ mm, $d = 450$ mm, $d_1 = 50$ mm, $d_2 = 40$ mm και $b = 1200$ mm. Ο λόγος $\alpha_s = E_s / E_c$ είναι $200/29 = 6.9$. Επιλύοντας τις εξ. (4.1)-(4.4) βρίσκουμε $\varepsilon_o = 0.00064$.

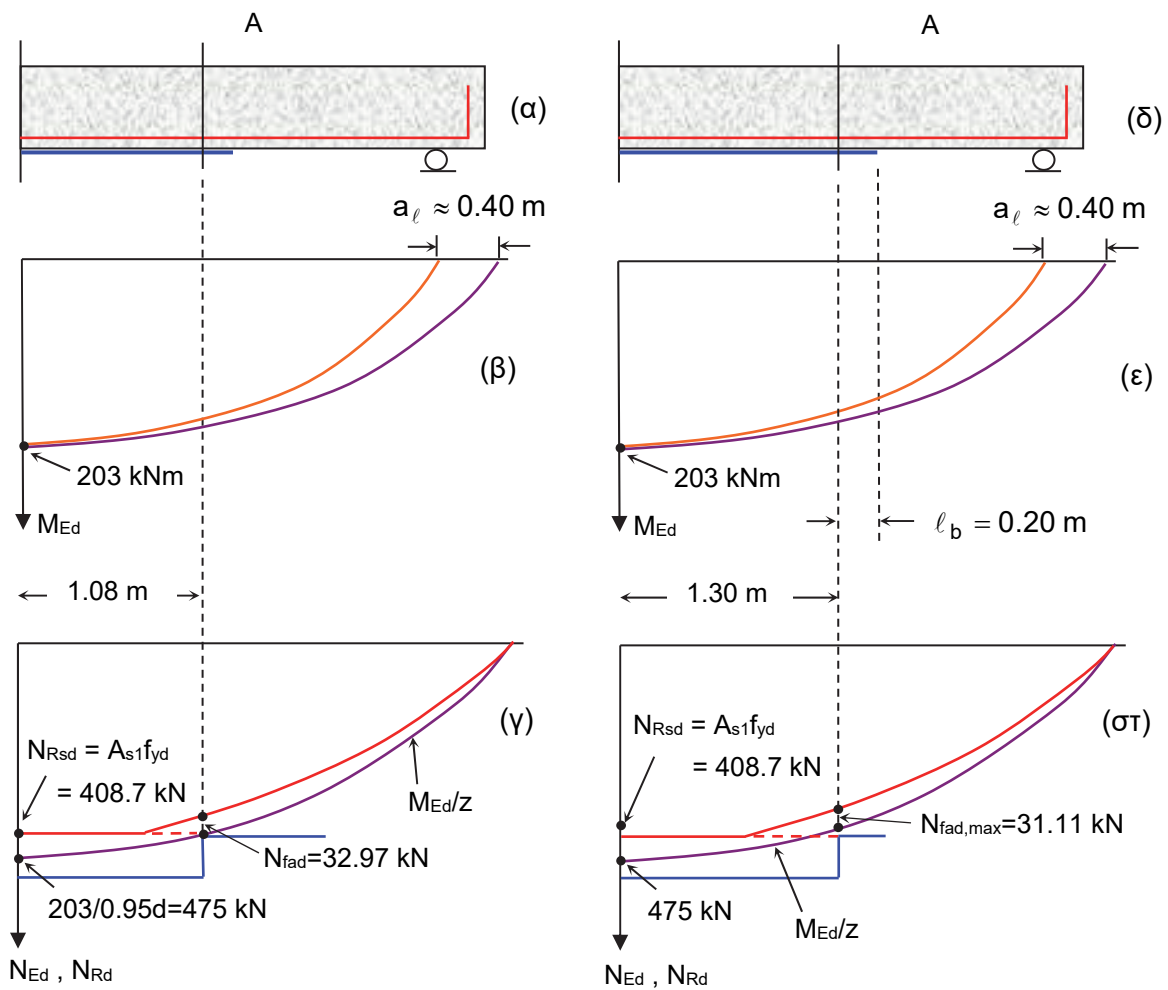
Θεωρώντας $k_b \approx 1$, η εξ. (4.14α) για αποκόλληση στην περιοχή της μεσαίας διατομής (όπου η ροπή είναι μέγιστη και η τέμνουσα μηδέν) δίνει:

$$\varepsilon_{fb,fl} = \frac{2.5}{1.5} \sqrt{\frac{0.6 \times 2.2 \times 1.0}{150000 \times 1.1}} = 0.0047, \text{ οπότε } \varepsilon_{f,lim} = \min(0.01, 0.0047) = 0.0047. \text{ Αυτή}$$

είναι η τιμή της παραμόρφωσης στα σύνθετα υλικά στη διατομή όπου η ροπή είναι μέγιστη (μέσον ανοίγματος), κατά την οριακή κατάσταση αστοχίας (λόγω αποκόλλησης).

Ακολούθως, θέτοντας $M_{Rd} = 203$ kNm (και $\gamma_{Rd} = 1$) από τις εξ. (4.5) – (4.12) υπολογίζεται $x = 78$ mm, $\varepsilon_c = 0.00099$ και $A_f = 93$ mm². Το εμβαδόν ενός ελάσματος είναι 55 mm², οπότε απαιτούνται δύο ελάσματα, το ένα δίπλα στο άλλο, τα οποία αντιστοιχούν σε ροπή αντοχής = 208.9 kNm, $x = 79$ mm και $\varepsilon_c = 0.0010$.

Ακολουθεί ο υπολογισμός της αγκύρωσης στα άκρα (Σχ. 4.10). Βάσει αυτού προκύπτει ότι το έλασμα θα πρέπει να επικολληθεί σε μήκος 3 m.



$$408.7 \approx N_{fad} \left(1 + \frac{940 \times 200}{110 \times 150} \right) \Rightarrow N_{fad} = 32.97 \text{ kN}$$

$$N_{fad,max} = \frac{100}{1.50} \sqrt{0.6 \times 1.0 \times 150000 \times 2.2 \times 1.1 \times 10^{-3}} = 31.11 \text{ kN}$$

$$\ell_{b,max} = 0.6 \sqrt{\frac{150000 \times 1.1}{\sqrt{2.2 \times 1.0}}} = 200.1 \text{ mm} \rightarrow 0.20 \text{ m}$$

Σχ. 4.10 Υπολογισμός αγκύρωσης.

Τέλος, γίνεται ο έλεγχος διατμητικής αστοχίας στην απόληξη των οπλισμών:

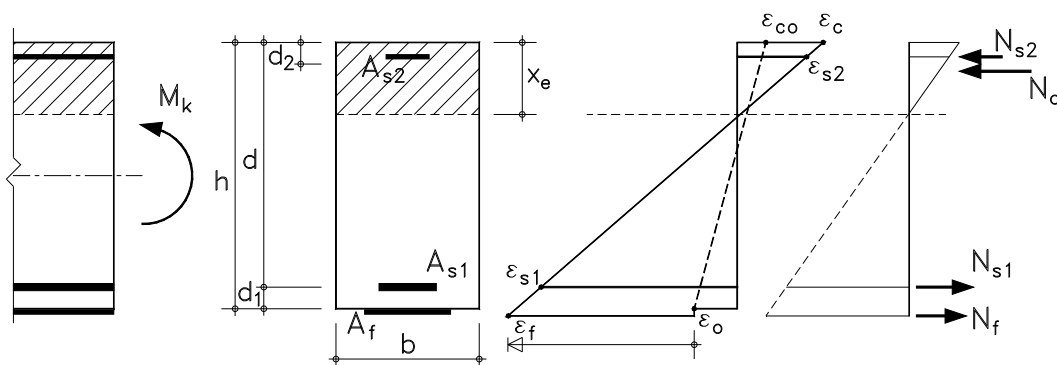
$$V_{Ed,end} = 65 \left(\frac{5.00}{2} - 1.00 \right) = 97.5 \text{ kN}, \quad M_{Ed,end} = 65 \times 1.00 \times \left(\frac{5.00}{2} - \frac{1.00}{2} \right) = 130 \text{ kNm}$$

Έστω $V_{Rd,c} = 40 \text{ kN}$, οπότε $1.4 \times 40 = 56 \text{ kN}$.

Παρατηρούμε ότι η σχέση (4.17) ικανοποιείται ($2 \times 208.9/3 > 130$) αλλά η σχέση (4.16) παραβιάζεται, οπότε απαιτείται ενίσχυση στα άκρα για τέμνουσα δύναμη $97.5 - 56 = 41.5$ kN (σύμφωνα με το Κεφ. 5).

4.8 Οριακή κατάσταση λειτουργικότητας

Οι υπολογισμοί για την οριακή κατάσταση λειτουργικότητας μπορούν να βασισθούν σε γραμμικά ελαστική συμπεριφορά των υλικών (εξαιρουμένου βεβαίως του σκυροδέματος σε εφελκυσμό), όπως δίνει το Σχ. 4.11.



Σχ. 4.11 Ανάλυση ρηγματωμένης διατομής βάσει γραμμικά ελαστικής συμπεριφοράς των υλικών.

Το ύψος της θλιβόμενης ζώνης x_e της ρηγματωμένης διατομής υπολογίζεται βάσει των συνθηκών ισορροπίας και του συμβιβαστού των παραμορφώσεων:

$$\frac{1}{2}bx_e^2 + (\alpha_s - 1)A_{s2}(x_e - d_2) = \alpha_s A_{s1}(d - x_e) + \alpha_f A_f \left[h - \left(1 + \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_c} \right) x_e \right] \quad (4.19)$$

$$E_c \varepsilon_c = \frac{M_k}{\frac{1}{2}bx_e \left(h - \frac{x_e}{3} \right) + (\alpha_s - 1)A_{s2} \frac{(x_e - d_2)}{x_e} (h - d_2) - \alpha_s A_{s1} \frac{d - x_e}{x_e} (h - d)} \quad (4.20)$$

όπου $\alpha_f = E_f / E_c$ και M_k η χαρακτηριστική ροπή κάμψης στη διατομή. Οι παραπάνω δύο εξισώσεις μπορούν να επιλυθούν για τους αγνώστους x_e και ε_c .

Η ροπή αδράνειας της ρηγματωμένης διατομής δίνεται από τη σχέση:

$$I_2 = \frac{bx_e^3}{3} + (\alpha_s - 1)A_{s2}(x_e - d_2)^2 + \alpha_s A_{s1}(d - x_e)^2 + \alpha_f A_f (h - x_e)^2 \quad (4.21)$$

ενώ της αρηγμάτωσης μπορεί προσεγγιστικά να ληφθεί ως:

$$I_1 \approx \frac{bh^3}{12} \quad (4.22)$$

Σε ότι αφορά ελέγχους **τάσεων**, πλέον αυτών για το σκυρόδεμα και το χάλυβα, θα πρέπει να ελεγχθεί ότι η τάση στα σύνθετα υλικά, σ_f , για το μακροχρόνιο συνδυασμό δράσεων ικανοποιεί τη συνθήκη:

$$\sigma_f = E_f \left(\varepsilon_c \frac{h - x_e}{x_e} - \varepsilon_o \right) \leq \eta f_{fk}$$

(4.22)

όπου ο μειωτικός συντελεστής $\eta < 1$ αντανακλά την πτωχή συμπεριφορά (μείωση αντοχής) ορισμένων τύπων συνθέτων υλικών (π.χ. αυτών με ίνες γυαλιού) όταν βρίσκονται υπό μακροχρόνια ένταση. Βάσει πειραματικών δεδομένων (π.χ. Yamaguchi et al. 1998), ενδεικτικές τιμές για το συντελεστή η είναι 0.8, 0.5 και 0.3 για υλικά με ίνες άνθρακα, αραμιδιού και γυαλιού, αντίστοιχα. Γενικά πάντως ο παραπάνω έλεγχος είναι κρίσιμος σπανίως.

Η διαδικασία υπολογισμών **βέλους κάμψης** και **ανοίγματος ρωγμών** είναι αντίστοιχη αυτής για στοιχεία οπλισμένου σκυροδέματος (π.χ. *fib* 2001).

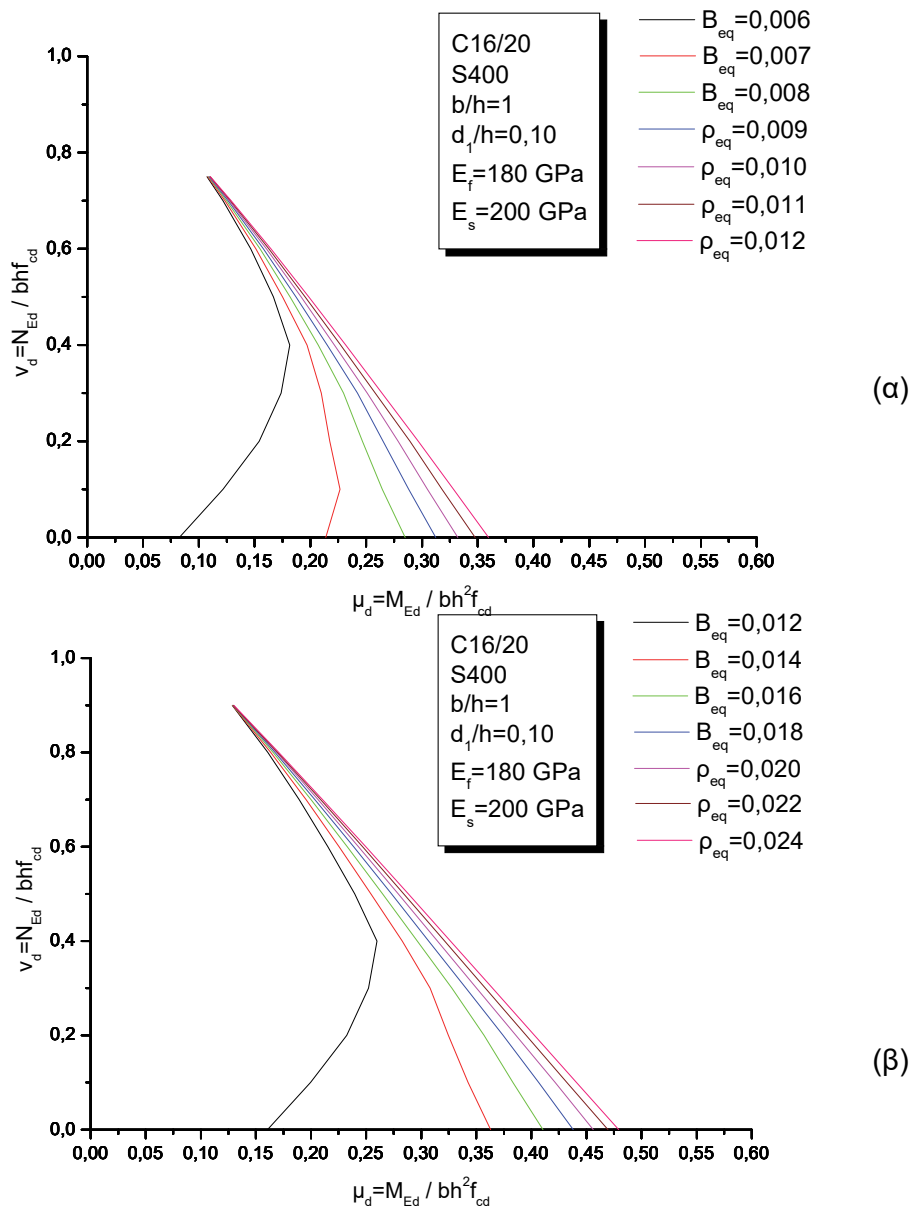
4.9 Υποστυλώματα

Η ανάλυση διατομών για τις οποίες πρέπει να ληφθεί υπόψη η αλληλεπίδραση ροπής κάμψης – αξονικής δύναμης (υποστυλώματα) γίνεται σε πλήρη αντιστοιχία με τα προαναφερθέντα, με βασική διαφορά την προσθήκη ενός επί πλέον όρου στις εξισώσεις ισορροπίας δυνάμεων και υπολογισμού ροπών, αυτού που αντιστοιχεί στην αξονική δύναμη (τιμή σχεδιασμού) που ασκείται στη διατομή, δηλ. N_{Ed} στο δεξιό μέλος της εξ. (4.5) και $N_{Ed}[(h/2) - \delta_G x]$ στο δεξιό μέλος της εξ. (4.8). Επί πλέον μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα η συμβολή των συνθέτων υλικών σε θλίψη.

Ο μηχανισμός αστοχίας στην περίπτωση αυτή θα είναι ένας από τους παρακάτω:

- διαρροή εφελκόμενου χάλυβα ($\varepsilon_{s1} \geq f_{yd} / E_s$), σύνθλιψη σκυροδέματος ($\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$)
- διαρροή εφελκόμενου χάλυβα ($\varepsilon_{s1} \geq f_{yd} / E_s$), αποκόλληση ή θραύση συνθέτων υλικών [$\varepsilon_f = \varepsilon_{f,lim} = \min(\varepsilon_{fu}, \varepsilon_{fb,fl-sh})$]
- σύνθλιψη σκυροδέματος ($\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$)

Ο συνδυασμός ροπής – αξονικής δύναμης κατά την αστοχία της κρίσιμης διατομής μπορεί να παρασταθεί γραφικά μέσω διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης, όπως για παράδειγμα αυτά του Σχ. 4.12α-β.



Σχ. 4.12 Διάγραμμα αλληλεπίδρασης τετραγωνικής διατομής ($b=h$) για μονοαξονική κάμψη με αξονική δύναμη. Σκυρόδεμα C16/20, χάλυβας S400, $d_1/h=0.10$, $E_f=180$ GPa. (α) $A_{s,tot} = 0.006$, (β) $A_{s,tot} = 0.012$.

Στα παραπάνω διαγράμματα το ισοδύναμο γεωμετρικό ποσοστό διαμήκους οπλισμού, ρ_{eq} , ορίζεται ως

$$\rho_{eq} = \rho_s + \rho_f \frac{E_f}{E_s} = \frac{A_{s,tot}}{bd} + \frac{A_{f,tot}}{bd} \frac{E_f}{E_s} \quad (4.23)$$

όπου $A_{s,tot} = 2A_{s1} = 2A_{s2}$ (συμμετρικά τοποθετημένος οπλισμός χάλυβα) και $A_{f,tot} = 2A_f$ (συμμετρικά τοποθετημένος οπλισμός ενίσχυσης). Επίσης, απλουστευτικά έχει υποτεθεί ότι $\varepsilon_{f,min} = 0.008$.

Από τα παραπάνω διαγράμματα αλληλεπίδρασης φαίνεται ότι η αποτελεσματικότητα των συνθέτων υλικών στην αύξηση της ροπής αντοχής εξαρτάται σημαντικά από το μέγεθος του αξονικού φορτίου, και πάντως μειώνεται όσο αυτό αυξάνεται. Επίσης φαίνεται ότι οι καμπύλες αλληλεπίδρασης συγκλίνουν προς σημείο πάνω από το οποίο ολόκληρη η διατομή βρίσκεται σε θλίψη, και επομένως η δράση των συνθέτων υλικών μπορεί (προσεγγιστικά) να θεωρηθεί αμελητέα (οπότε όλες οι καμπύλες ταυτίζονται).

Ως γενικό συμπέρασμα μπορούμε να αναφέρουμε ότι η εφαρμογή των συνθέτων υλικών για την αύξηση της καμπτικής αντοχής υποστυλωμάτων δεν είναι πάντοτε πρακτικά (κατασκευαστικά) εφικτή, ενώ είναι γενικά περιορισμένης αποτελεσματικότητας, εκτός αν η αξονική δύναμη διατηρείται σε χαμηλά επίπεδα (π.χ. $v_d < 0.2$).