

# Μαθηματικά για Χημικούς

## Πρώτο Έτος Τμήματος Χημείας

### Φυλλάδιο 5

#### Άσκηση 1.

Να αναλυθούν σε άθροισμα απλών κλασμάτων τα κλάσματα:

$$1. \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 + 4x + 7}{(x+2)(x+3)^2} \quad (\text{Απ. } A_1 = 3, A_2 = -2, A_3 = -4)$$

$$2. \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^5 + 1}{(x^2 - x + 1)^3} \quad (\text{Απ. } A_1 = 1, B_1 = 2, A_2 = 1, B_2 = -3, A_3 = -1, B_3 = 2)$$

$$3. \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^3 - 3x}{(x+1)^2(x^2 + x + 2)} \quad (\text{Απ. } A_1 = \frac{1}{2}, A_2 = 1, A_3 = \frac{1}{2}, B_3 = -3)$$

#### Άσκηση 2.

Να υπολογισθούν τα ολοκληρώματα:

$$1. \int \frac{dx}{x^2 - 4} \quad (\text{Απ. } \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C)$$

$$2. \int \frac{x+1}{x^3 + x^2 - 6x} dx \quad (\text{Απ. } \ln \frac{|x-2|^{3/10}}{|x|^{1/6} |x+3|^{2/15}} + C)$$

$$3. \int \frac{3x+5}{x^3 - x^2 - x + 1} dx \quad (\text{Απ. } \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| - \frac{4}{x-1} + C)$$

$$4. \int \frac{x^4 - x^3 - x - 1}{x^3 - x^2} dx \quad (\text{Απ. } \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + 2 \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C)$$

$$5. \int \frac{x^3 + x^2 + x + 2}{x^4 + 3x^2 + 2} dx \quad (\text{Απ. } \arctan x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2) + C)$$

#### Άσκηση 3.

Να υπολογισθούν τα ολοκληρώματα:

$$1. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4+x^2}} \quad (\text{Απ. } -\frac{\sqrt{4+x^2}}{4x} + C)$$

$$2. \int \frac{dx}{(x^2+1)^{3/2}} \quad (\text{Απ. } \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + C)$$

$$3. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{9-x^2}}, \quad |x| < 3 \quad (\text{Απ. } -\frac{\sqrt{9-x^2}}{9x} + C)$$

$$4. \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-4}} dx, \quad x > 2 \quad (\text{Απ. } \frac{x}{2}\sqrt{x^2-4} + 2\ln(x + \sqrt{x^2-4}) + C)$$

$$5. \int_{\sqrt{3}}^2 \frac{\sqrt{x^2-3}}{x} dx \quad (\text{Απ. } 1 - \frac{\pi\sqrt{3}}{6} \simeq 0.0931)$$

#### Άσκηση 4.

Να λυθούν τα ολοκληρώματα:

$$1. I_1 = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} \quad (\text{Απ. } 2)$$

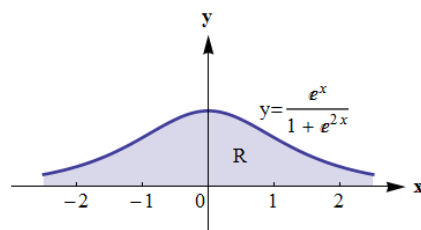
$$2. I_2 = \int_0^2 \frac{dx}{x-2} \quad (\text{Απ. } -\infty)$$

$$3. I_3 = \int_1^\infty \frac{dx}{x} \quad (\text{Απ. } \infty)$$

#### Άσκηση 5.

Να υπολογισθεί το εμβαδόν της περιοχής  $R$  του παρακάτω σχήματος.

$$(\text{Απ. } \frac{\pi}{2})$$



#### Άσκηση 6.

Να υπολογισθεί το εμβαδόν της περιοχής  $R$  του παρακάτω σχήματος.

$$(\text{Απ. } 1)$$

