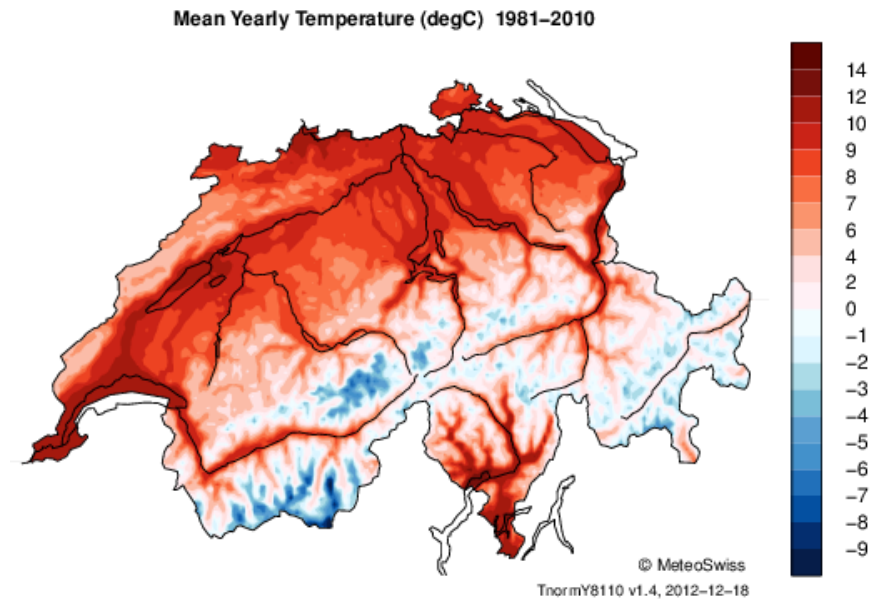
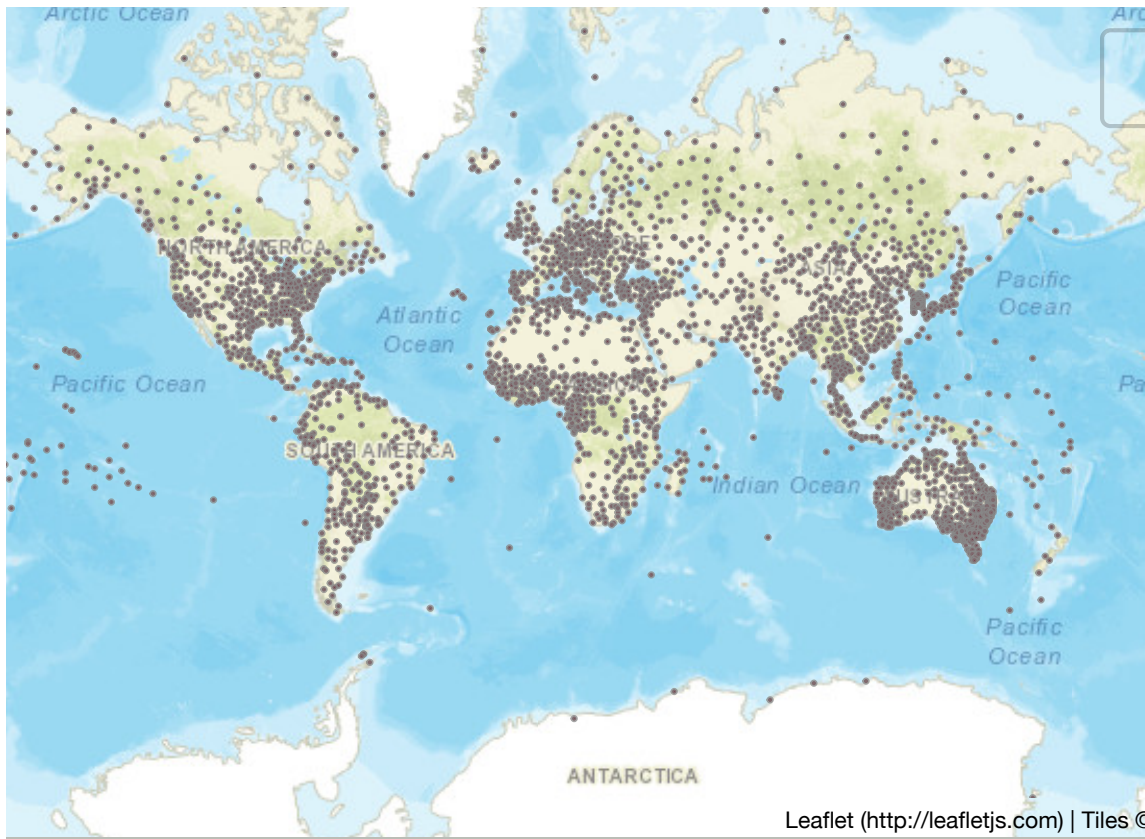


ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Σταύρος Κοσμάδης, Δημήτριος Κοσμόπουλος & Εμμανουήλ Ψαράκης

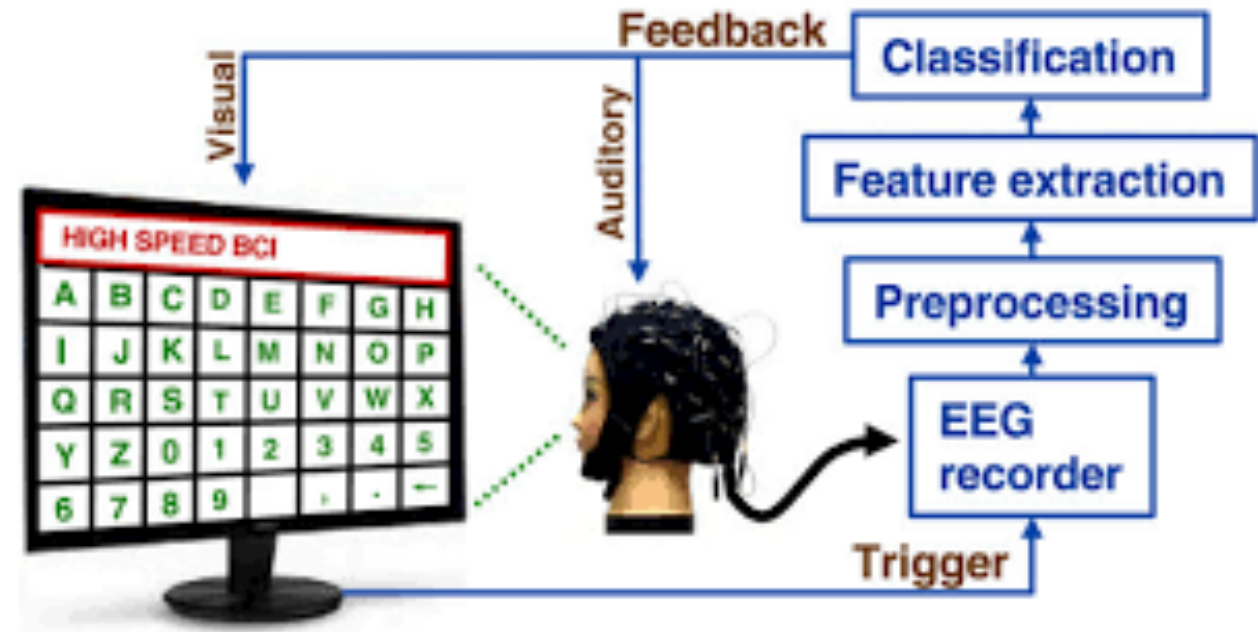
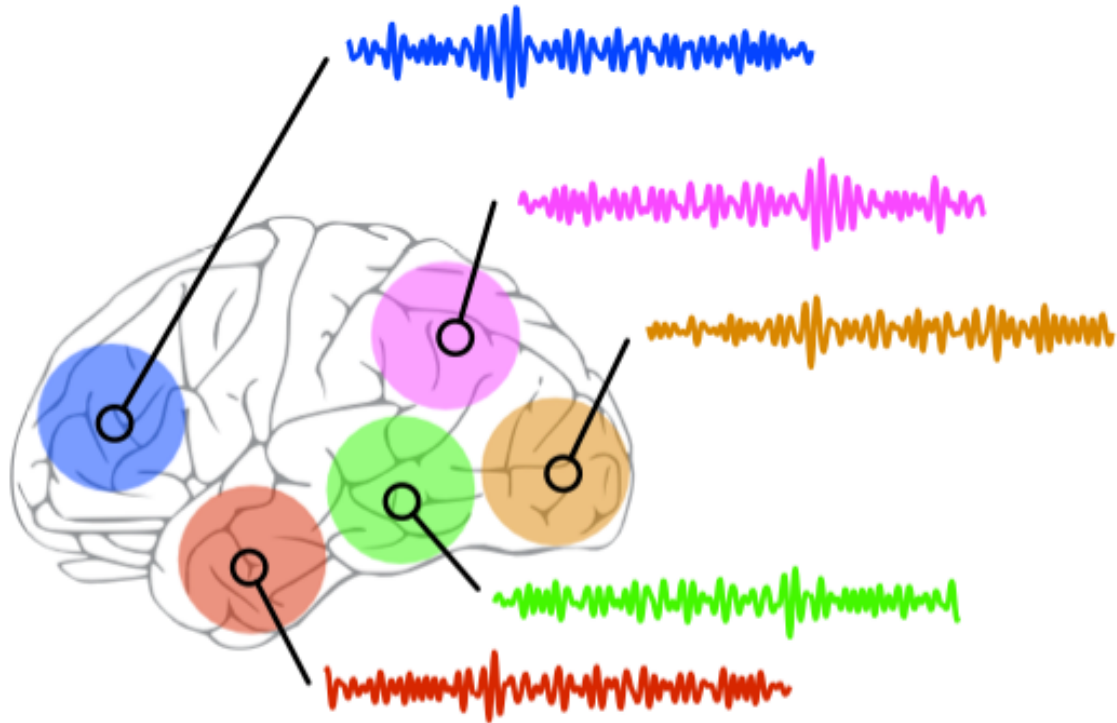
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Δεδομένα Θερμοκρασίας



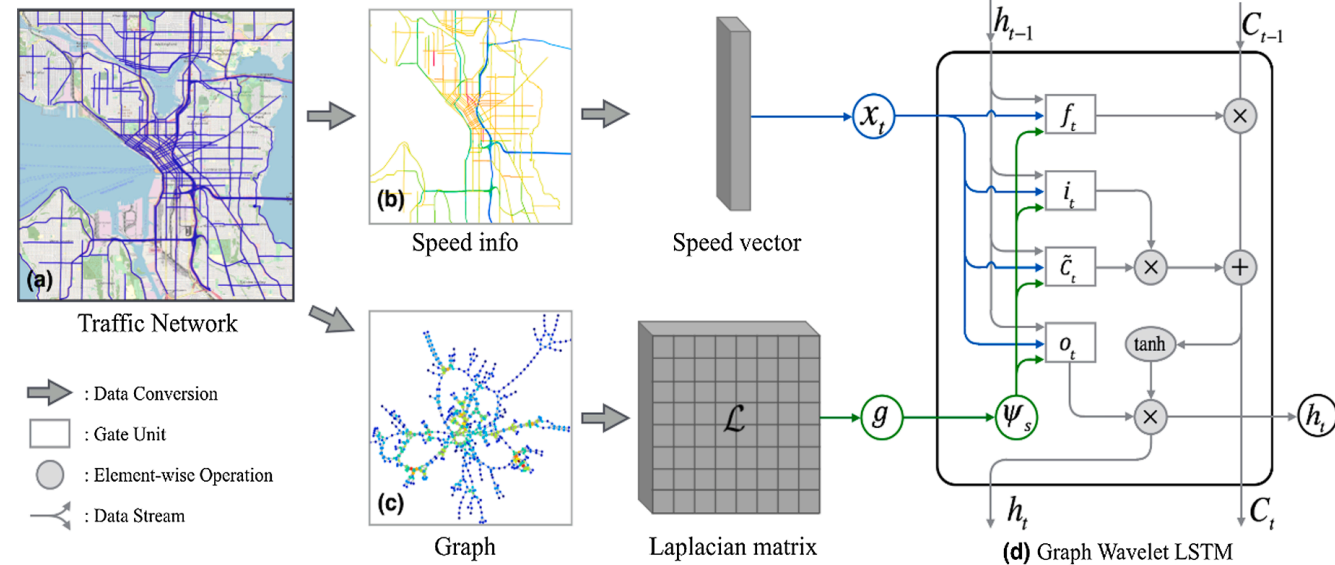
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Δεδομένα Εγκελογραφήματος

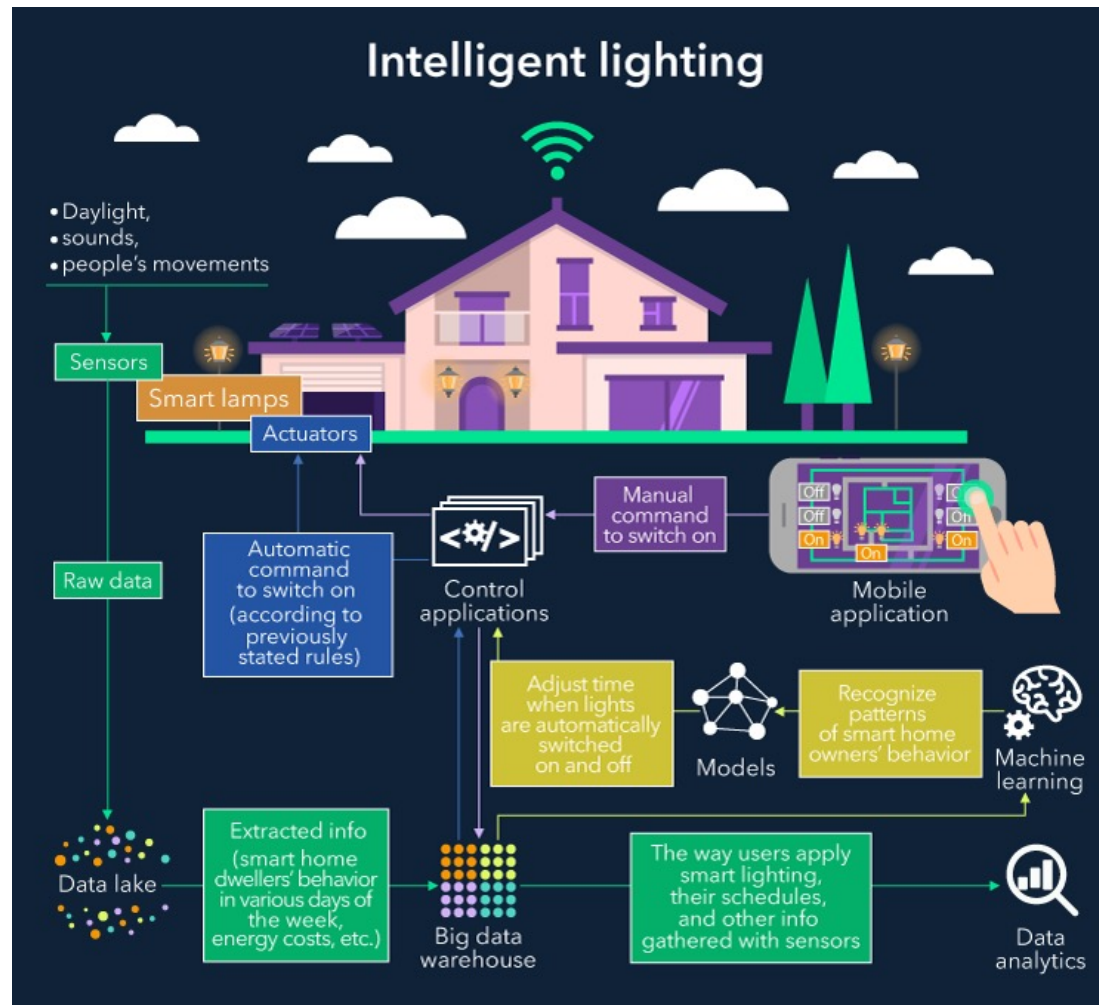


ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Δεδομένα Κίνησης

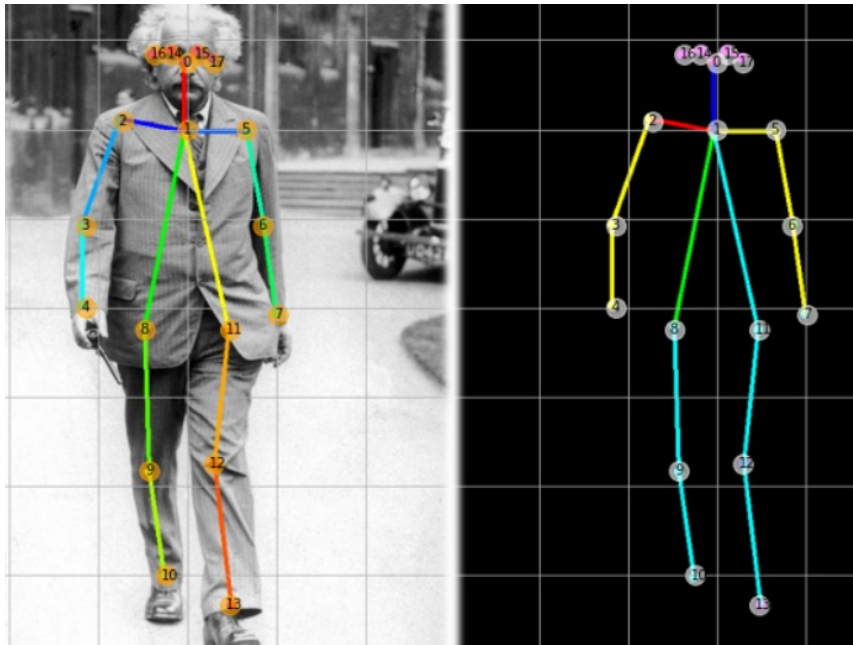


ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

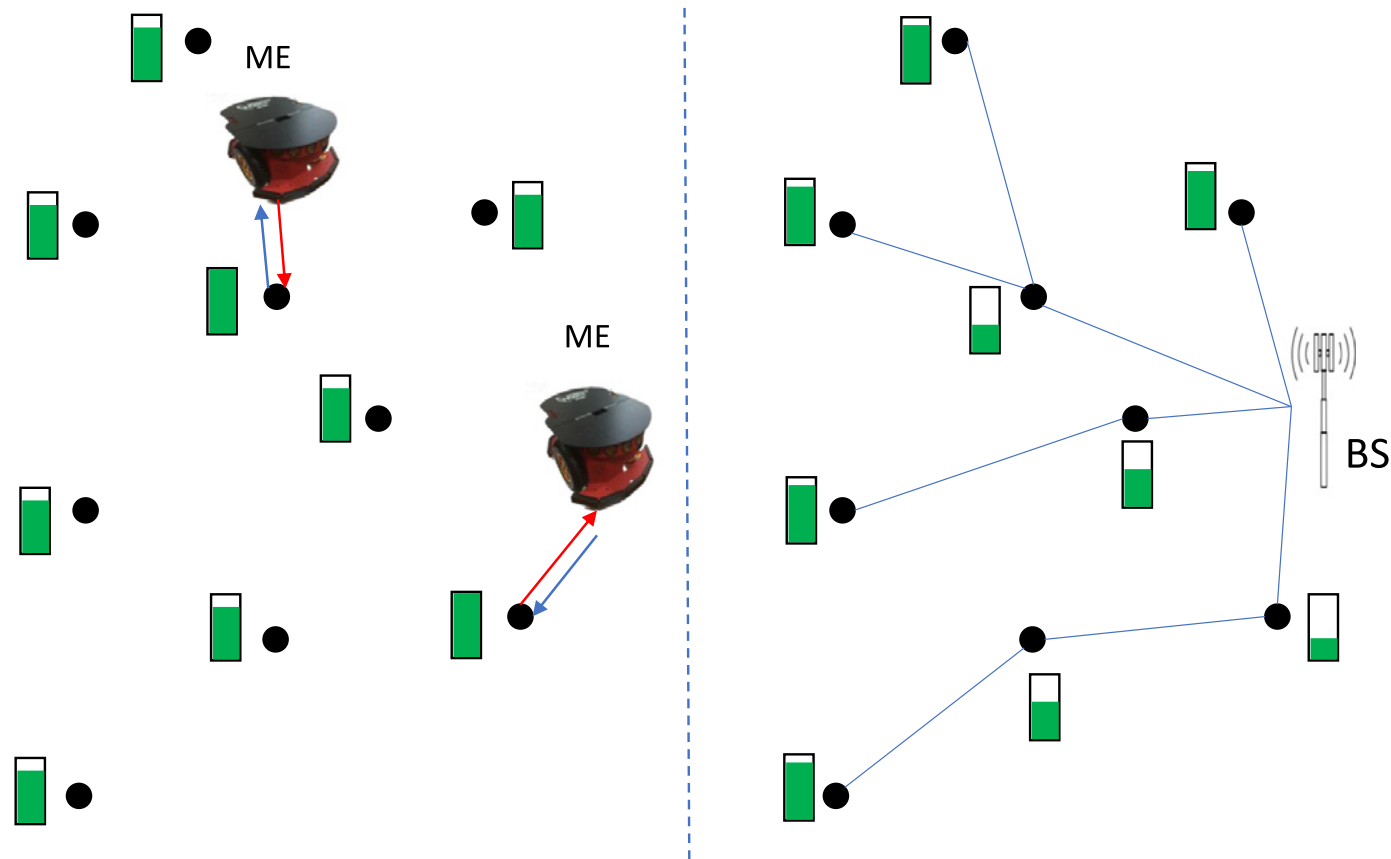


ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

MediaPipe

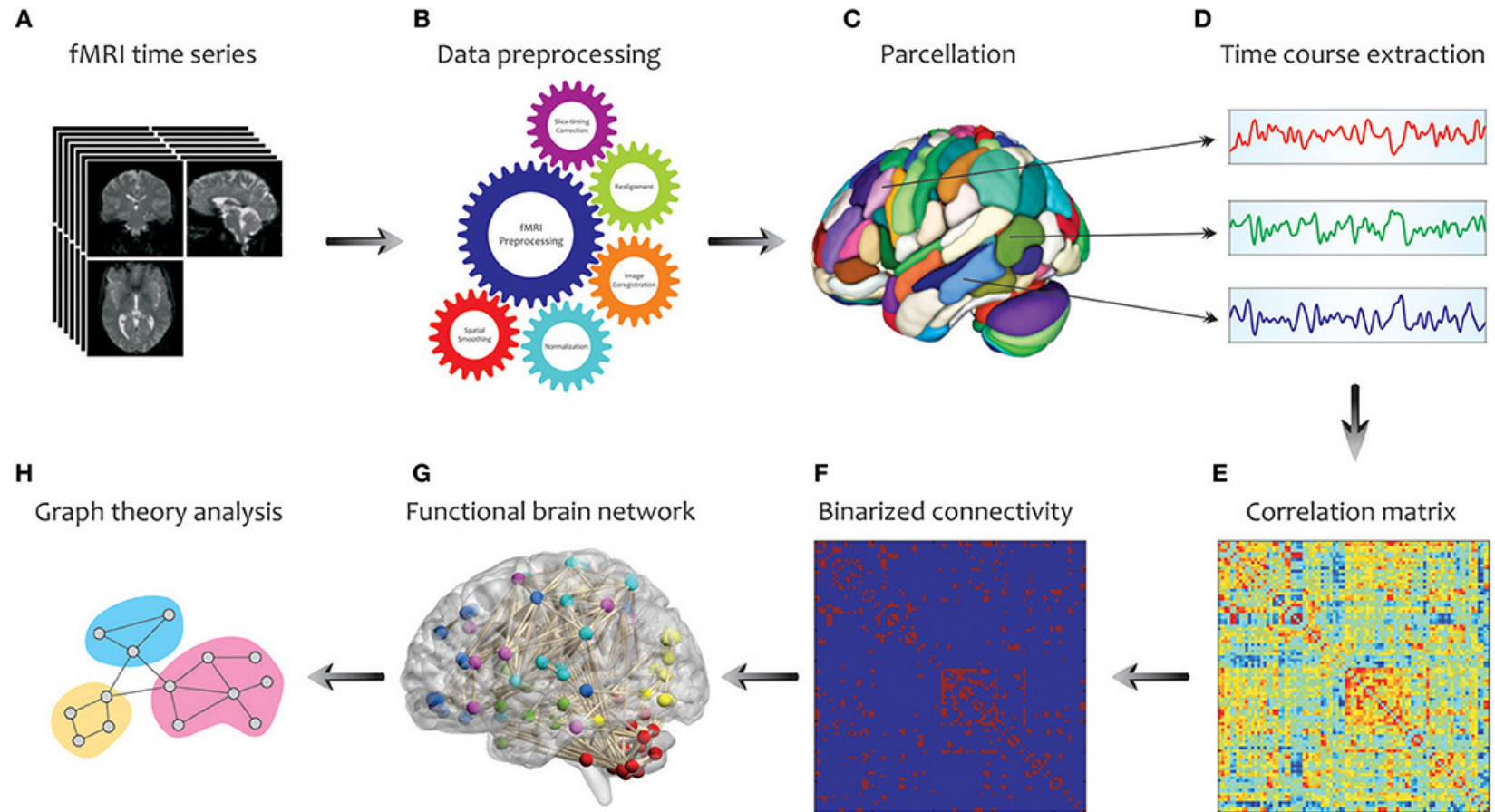


ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ



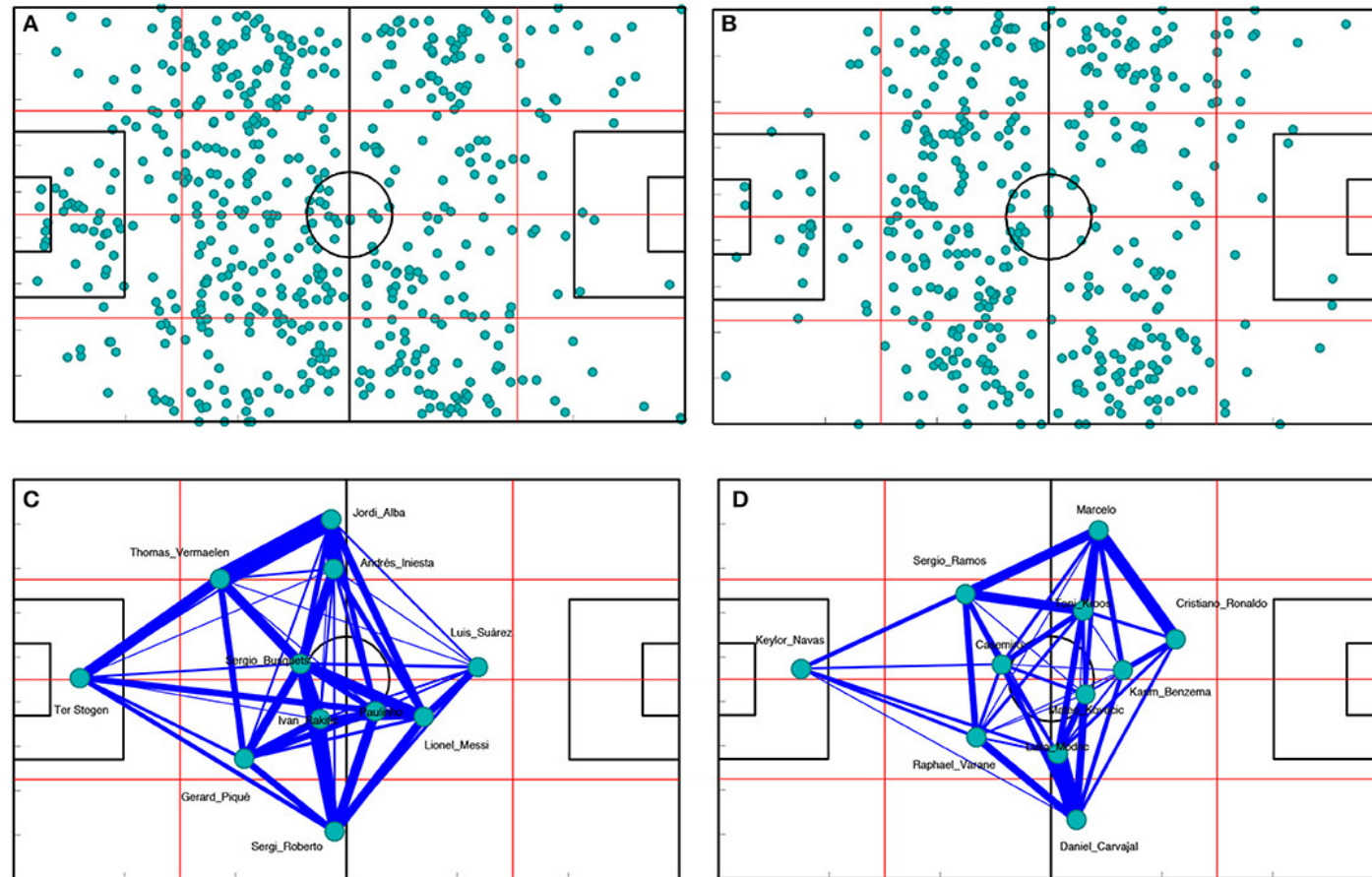
- data collection
- detection of malevolent nodes
- software update
- energy charging
- dynamic generation of security keys

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ



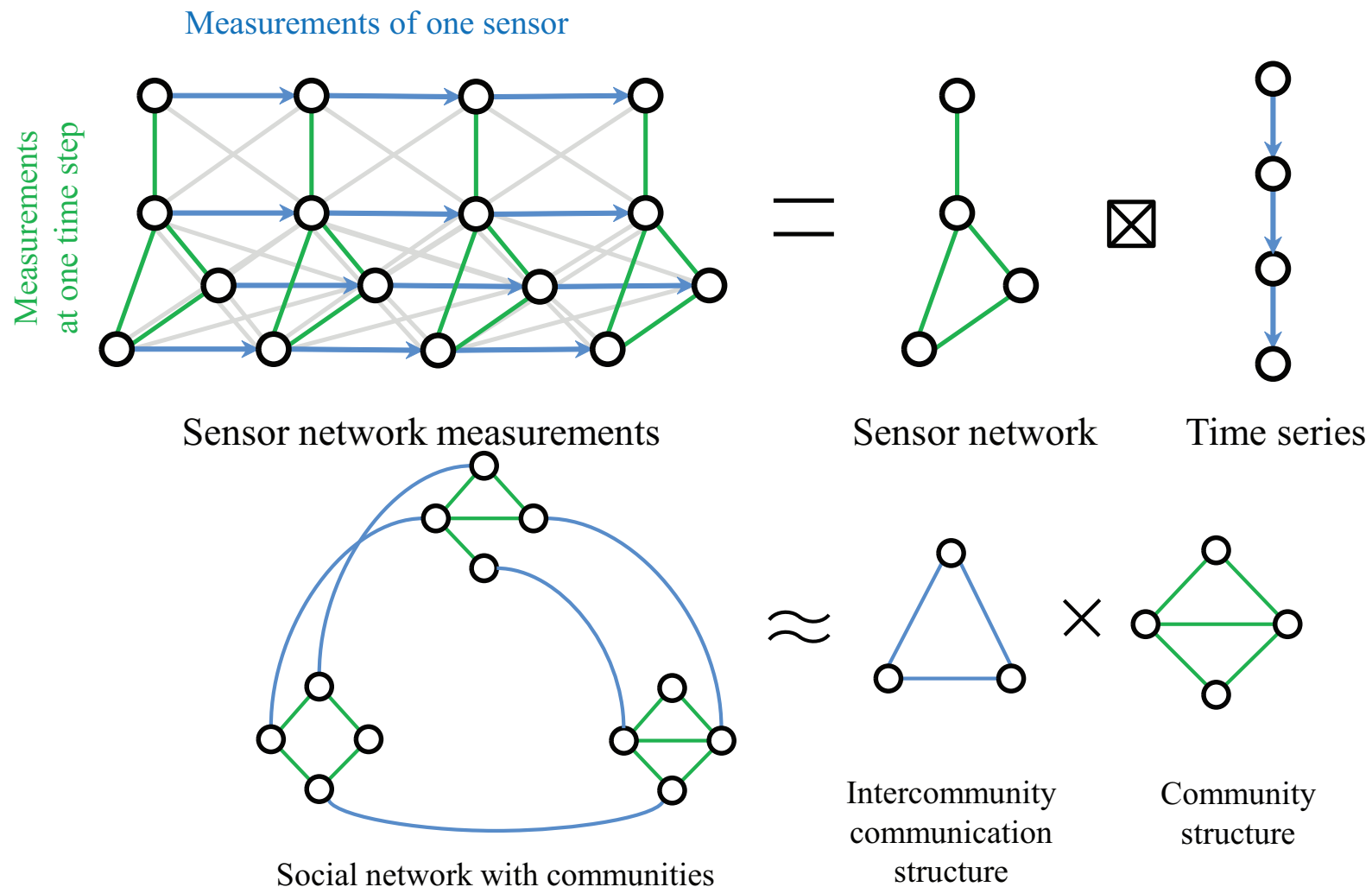
Farzad V., Karwowski W., Lighthall N. R., "[Application of Graph Theory for Identifying Connectivity Patterns in Human Brain Networks: A Systematic Review](#)," *Frontiers in Neuroscience* 2019

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ



Passing networks. Passes from the match Real Madrid –Barcelona of the Spanish national league “La Liga”, season 2021/2022.

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Το **Βασικό Ερώτημα** που γεννάται και που θα προσπαθήσουμε να **απαντήσουμε** είναι:

Πώς μπορούμε να **γενικεύσουμε** τεχνικές:

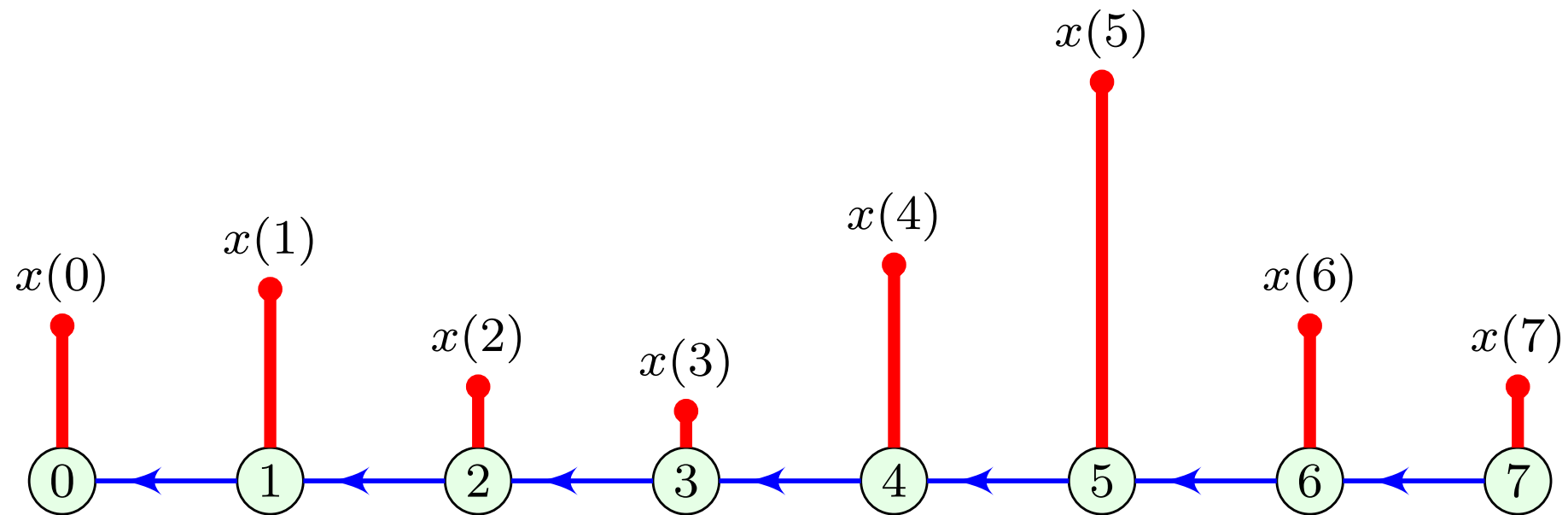
- της κλασσικής και
 - της στατιστικής επεξεργασίας σημάτων
- σε **δεδομένα** που είναι **πιο γενικά δομημένα**;

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

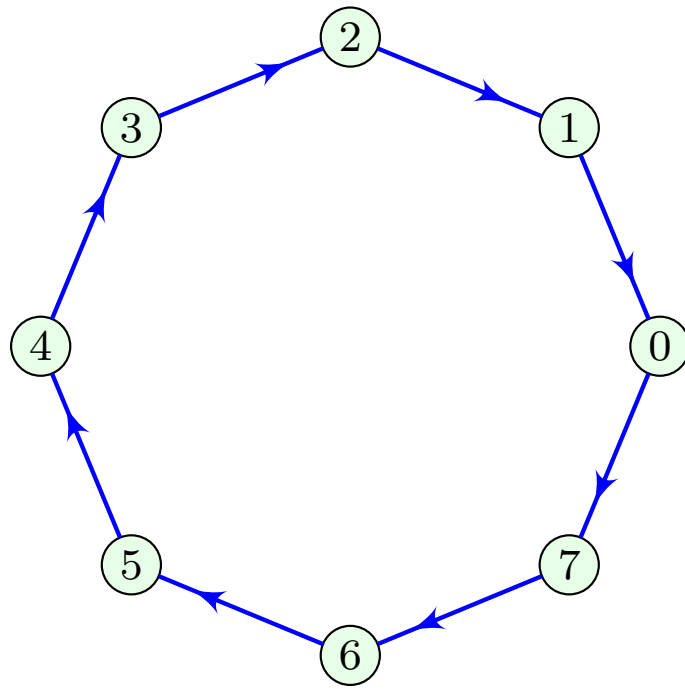
1. Ολίσθηση Σήματος σε Γράφημα
2. Ενέργεια ολισθημένου Σήματος σε Γράφημα (κανονικοποίηση)
3. Σήματα & Συστήματα σε Γραφήματα
4. Μετασχηματισμός Fourier Σήματος σε Γράφημα
5. Απόκριση Συχνότητας
6. Φασματική Κατάταξη ιδιοδιανυσμάτων
7. Φιλτράρισμα στο φασματικό χώρο & στο χώρο των ακμών
8. Δειγματοληψία
9. Τυχειότητα και Στοχαστικές Διαδικασίες σε Γραφήματα

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

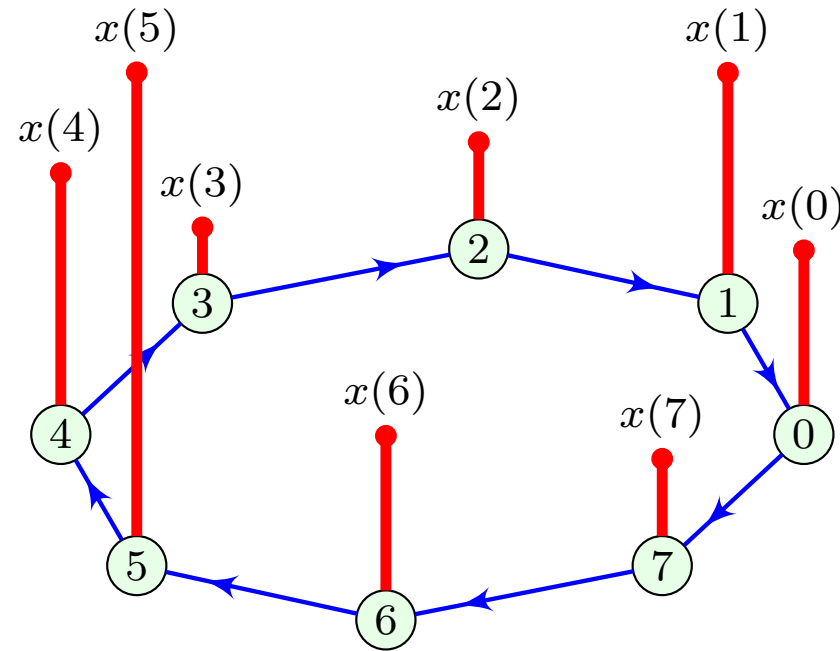
Αναπαράσταση ενός σήματος διακριτού χρόνου σε μορφή γραφήματος



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ



(α)

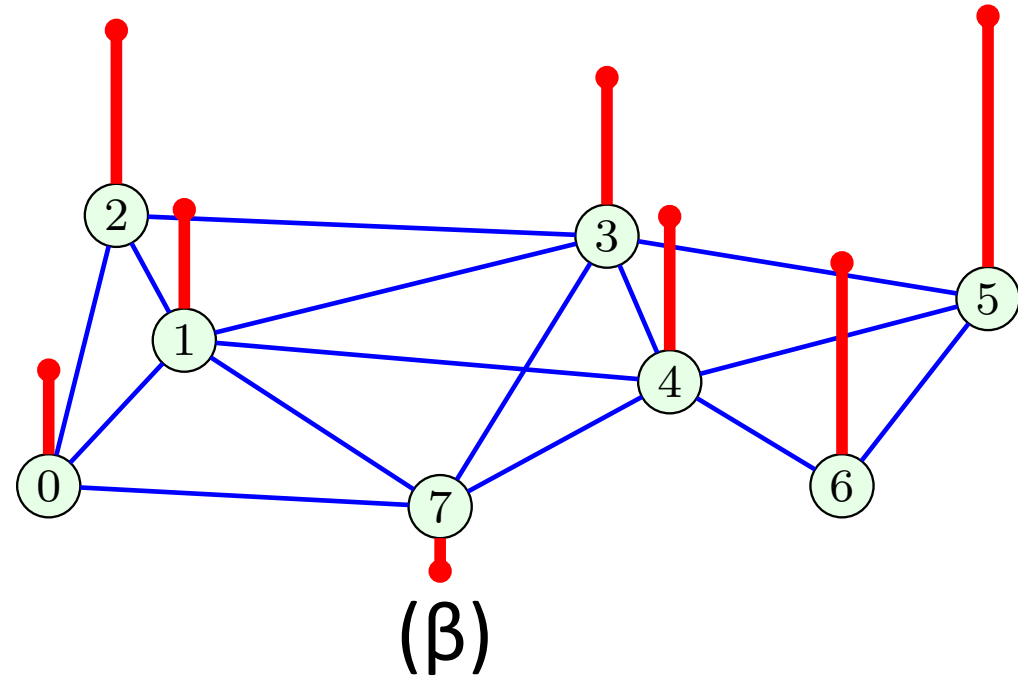
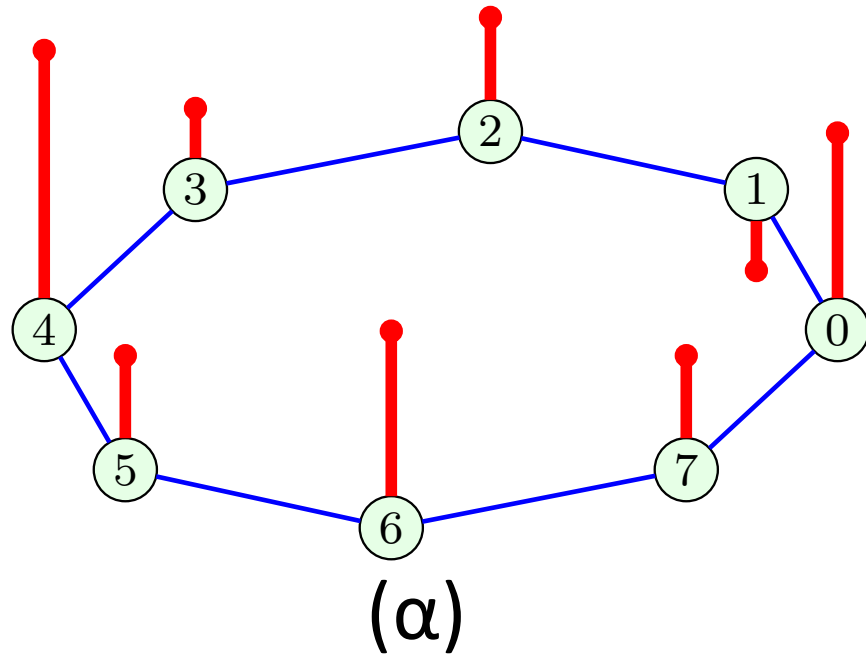


(β)

(α): **Κυκλικό** Γράφημα και

(β): η αναπαράσταση ενός **περιοδικού** σήματος διακριτού χρόνου πάνω στο γράφημα

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

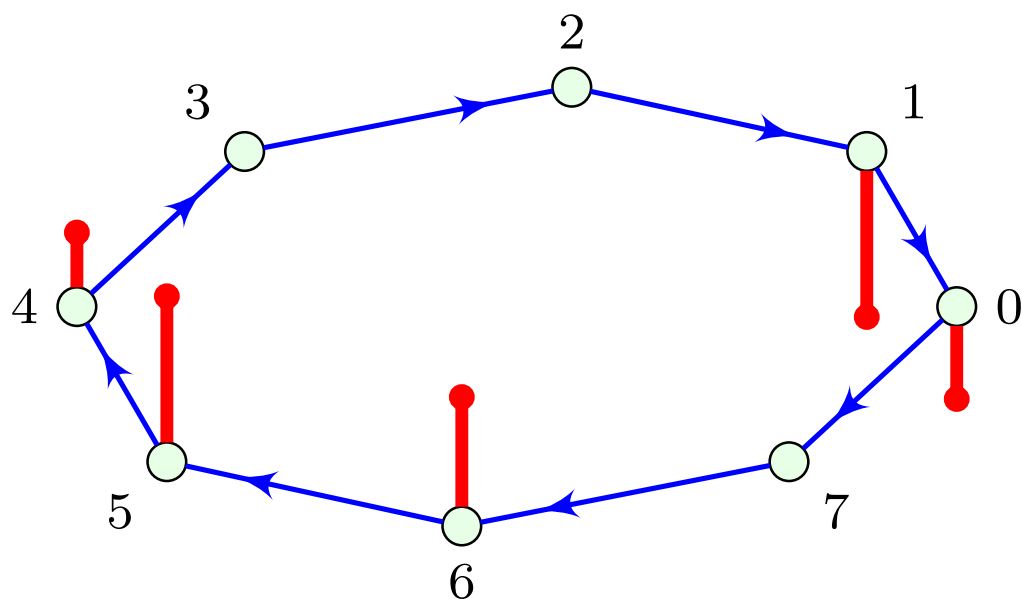


(α): **Περιοδικό** Σήμα Διακριτού Χρόνου τοποθετημένο σε ένα **μη κατευθυνόμενο Κυκλικό** Γράφημα

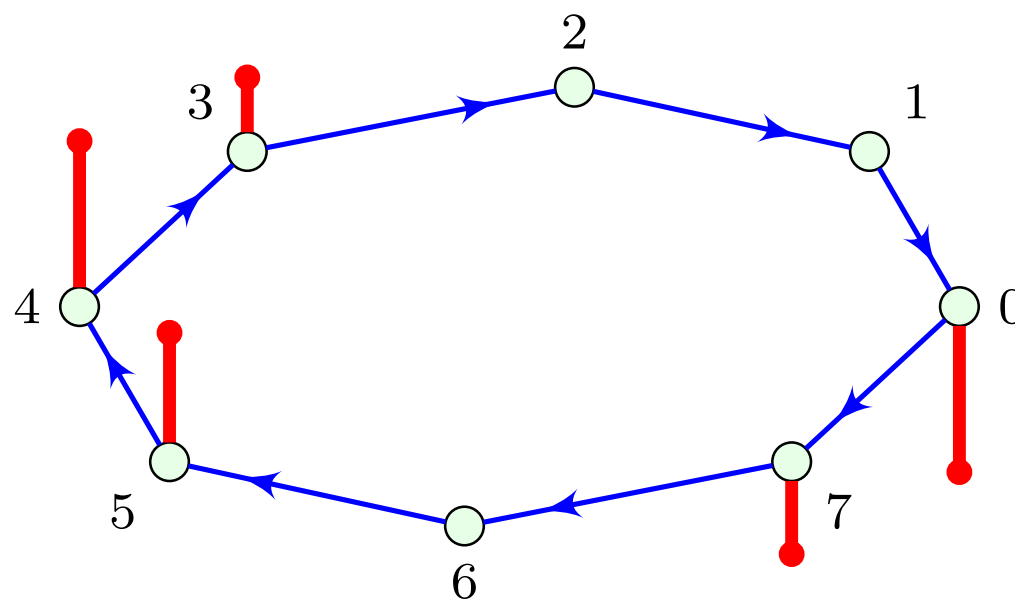
(β): **Μη κατευθυνόμενο** Γράφημα και η αναπαράσταση ενός **Περιοδικού** σήματος διακριτού χρόνου πάνω του

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αναπαράσταση Περιοδικού Σήματος
σε Κυκλικό Γράφημα



Ολίσθηση του Περιοδικού Σήματος
σε Κυκλικό Γράφημα



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Μητρώο Κυκλικής Ολίσθησης:

$$\mathcal{V}_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

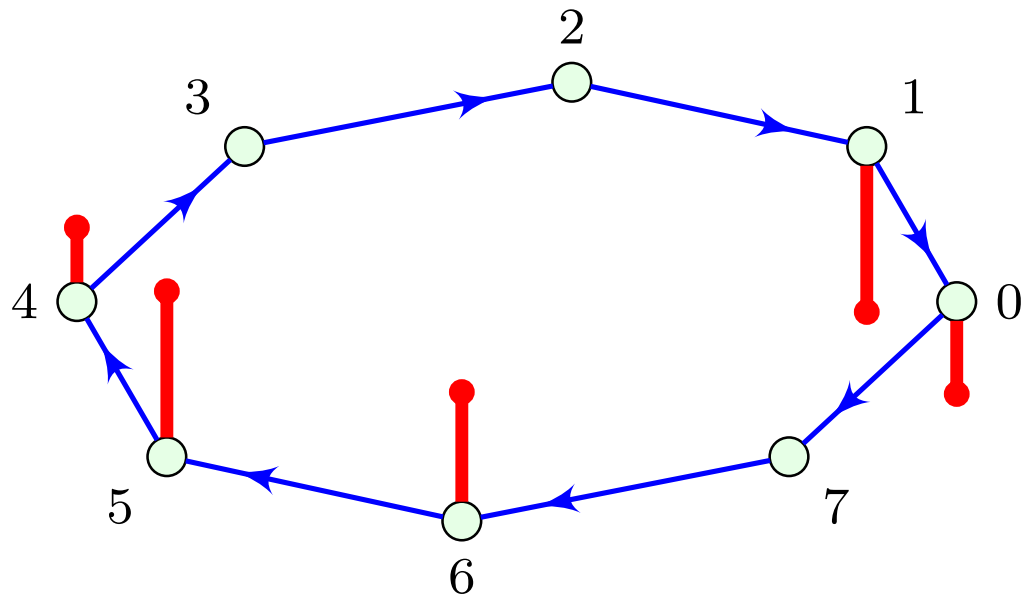
Μητρώο Κυκλικής Ολίσθησης: Κυκλική Ολίσθηση Σημάτων

Αν $\mathbf{x}_M = [x_0 \quad x_1 \quad \dots \quad x_{M-2} \quad x_{M-1}]^t$, τότε:

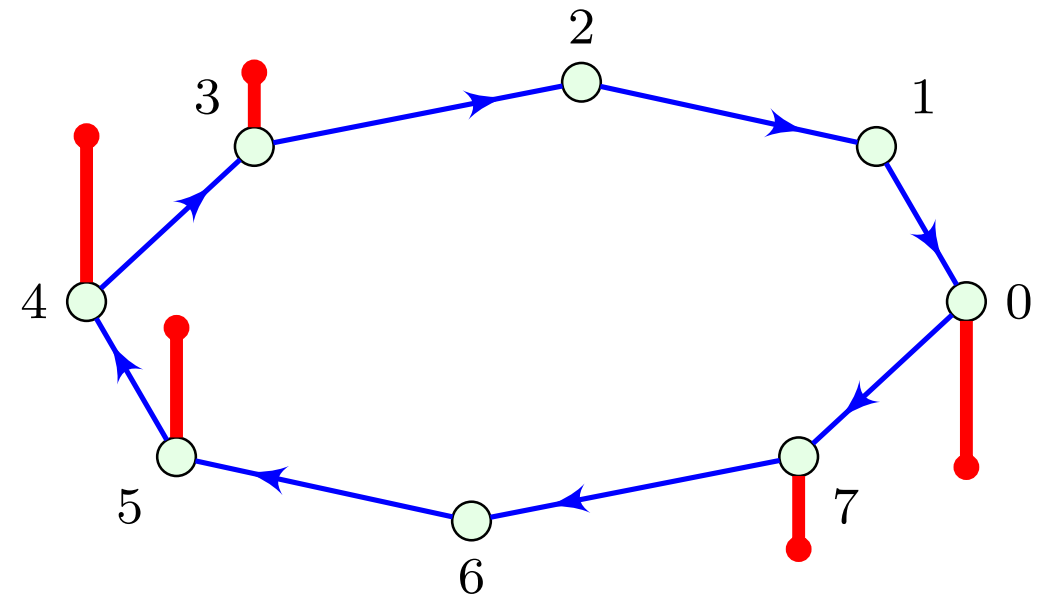
$$U_M \mathbf{x}_M = \begin{bmatrix} x_{M-1} \\ x_0 \\ x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{M-2} \end{bmatrix}$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αναπαράσταση Περιοδικού
Σήματος σε Κυκλικό Γράφημα



Ολίσθηση του Περιοδικού
Σήματος σε Κυκλικό Γράφημα



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Μητρώο Κυκλικής Συνέλιξης H_M

Αν $\mathbf{h}_M = [h_0 \ h_1 \ \dots \ h_{M-2} \ h_{M-1}]^t$, τότε το μητρώο Κυκλικής Συνέλιξης μπορεί να γραφεί ως ακολούθως :

$$H_M = [U_M^0 \mathbf{h}_M \quad U_M^1 \mathbf{h}_M \quad \dots \quad U_M^{M-2} \mathbf{h}_M \quad U_M^{M-1} \mathbf{h}_M]$$

Κυκλική Συνέλιξη

Αν $\mathbf{x}_M = [x_0 \ x_1 \ \dots \ x_{M-2} \ x_{M-1}]^t$ ένα σήμα και H_M το μητρώο Κυκλικής Συνέλιξης, τότε :

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_M \circledast \mathbf{x}_M = H_M \mathbf{x}_M = \sum_{m=0}^{M-1} U_M^m \mathbf{h}_M x_m$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Κυκλική Συνέλιξη:

Όμως:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_M \circledast \mathbf{x}_M = H_M \mathbf{x}_M = \mathbf{x}_M \circledast \mathbf{h}_M = X_M \mathbf{h}_M = \mathbf{y}$$

όπου:

$$H_M = [U_M^0 \mathbf{h}_M \quad U_M^1 \mathbf{h}_M \quad \dots \quad U_M^{M-2} \mathbf{h}_M \quad U_M^{M-1} \mathbf{h}_M]$$

$$X_M = [U_M^0 \mathbf{x}_M \quad U_M^1 \mathbf{x}_M \quad \dots \quad U_M^{M-2} \mathbf{x}_M \quad U_M^{M-1} \mathbf{x}_M]$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Κυκλική Συνέλιξη:

ή ισοδύναμα:

$$\mathbf{h}_M \circledast \mathbf{x}_M = \sum_{m=0}^{M-1} U_M^m \mathbf{h}_M \mathbf{x}_m = \sum_{m=0}^{M-1} U_M^m \mathbf{x}_M h_m = \mathbf{x}_M \circledast \mathbf{h}_M$$

$$\mathbf{h}_M \circledast_{U_M} \mathbf{x}_M = \dots \quad \dots = \mathbf{x}_M \circledast_{U_M} \mathbf{h}_M$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Κυκλικής Ολίσθησης $U_M = W\Lambda_M W^H$ όπου

...

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

1. Ολίσθηση Σήματος σε Γράφημα
2. Ενέργεια ολισθημένου Σήματος σε Γράφημα (κανονικοποίηση)
3. Σήματα & Συστήματα σε Γραφήματα
4. Μετασχηματισμός Fourier Σήματος
5. Απόκριση Συχνότητας-Συνάρτηση Μεταφοράς
6. Φασματική Κατάταξη ιδιοδιανυσμάτων
7. Φιλτράρισμα στο φασματικό χώρο & στο χώρο των ακμών
8. Δειγματοληψία
9. Τυχειότητα και Στοχαστικές Διαδικασίες σε Γραφήματα

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Κυκλικής Ολίσθησης:

$$\begin{matrix} U_M^0 \mathbf{x}_M \\ U_M^1 \mathbf{x}_M \\ U_M^2 \mathbf{x}_M \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ U_M^{M-1} \\ \mathbf{x}_M \end{matrix}$$

Το Μητρώο είναι
ΔΙΑΓΩΝΟΠΟΙΗΣΙΜΟ:

$$U_M = W \Lambda_M W^H$$

$$\begin{matrix} I_M \mathbf{x}_M \\ W \Lambda_M^1 W^H \mathbf{x}_M \\ W \Lambda_M^2 W^H \mathbf{x}_M \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ W \Lambda_M^{M-1} W^H \mathbf{x}_M \end{matrix}$$

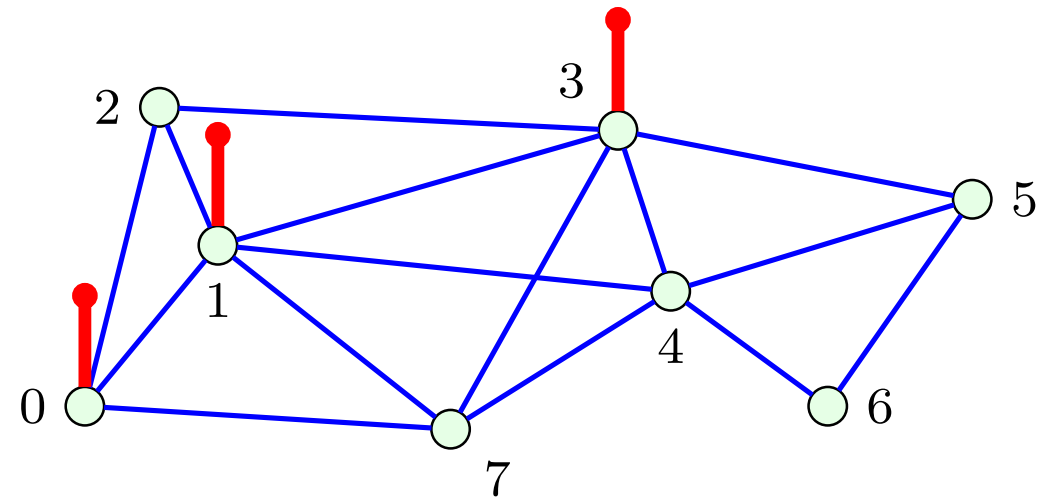
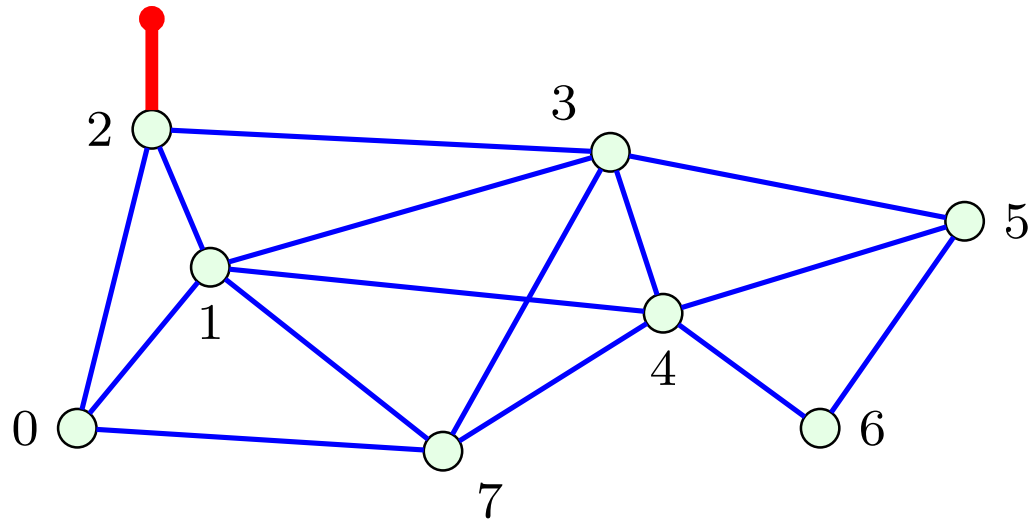
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

1. Ολίσθηση Σήματος σε Γράφημα
2. Ενέργεια ολισθημένου Σήματος σε Γράφημα (κανονικοποίηση)
3. Σήματα & Συστήματα σε Γραφήματα
4. Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier Σήματος (DFT)
5. Η Σχέση του με την Απόκριση Συχνότητας-Συνάρτηση Μεταφοράς
6. Φασματική Κατάταξη ιδιοδιανυσμάτων
7. Φιλτράρισμα στο φασματικό χώρο & στο χώρο των ακμών
8. Δειγματοληψία
9. Τυχειότητα και Στοχαστικές Διαδικασίες σε Γραφήματα

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

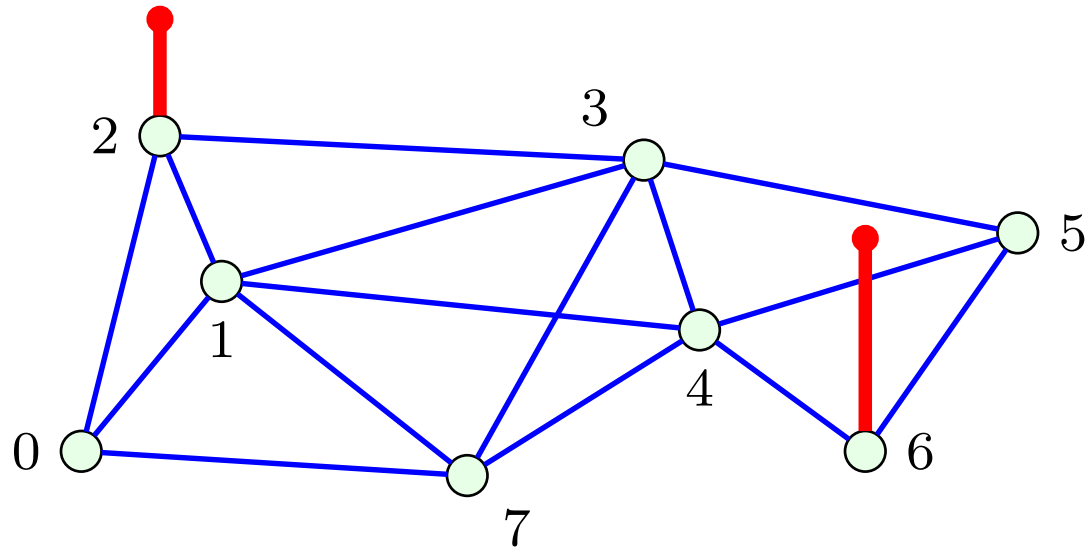
Αναπαράσταση δεξιά ολισθημένης ακολουθίας Kronecker ($\delta(n-2)$) σε Γράφημα

Ολίσθηση (πώς;) ενός βήματος της ακολουθίας στο Γράφημα (αποδείξτε το)

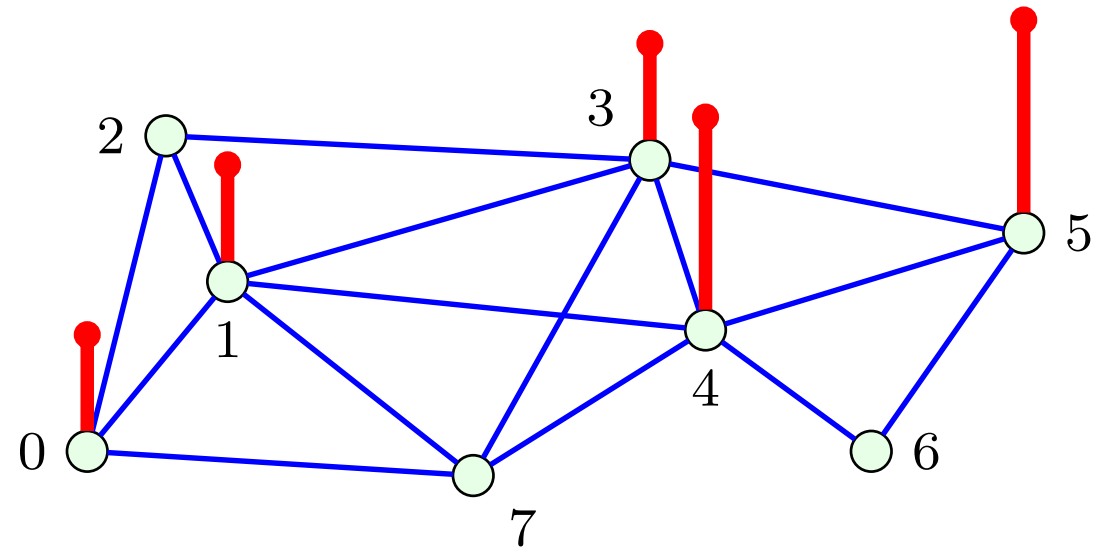


ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αναπαράσταση Περιοδικού Σήματος
σε Γράφημα



Ολίσθηση του Περιοδικού Σήματος
στο Γράφημα

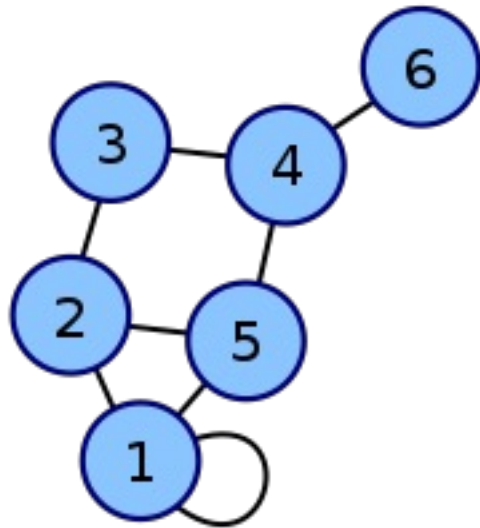


ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

1. Ολίσθηση Σήματος σε Γράφημα
2. Ενέργεια ολισθημένου Σήματος σε Γράφημα (κανονικοποίηση)
3. Σήματα & Συστήματα σε Γραφήματα
4. Μετασχηματισμός Fourier Γραφο-Σήματος (GFT)
5. Απόκριση Συχνότητας-Συνάρτηση Μεταφοράς
6. Φασματική Κατάταξη ιδιοδιανυσμάτων
7. Φιλτράρισμα στο φασματικό χώρο & στο χώρο των ακμών
8. Δειγματοληψία
9. Τυχειότητα και Στοχαστικές Διαδικασίες σε Γραφήματα

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Γράφημα



Μητρώο Γειτνίασης

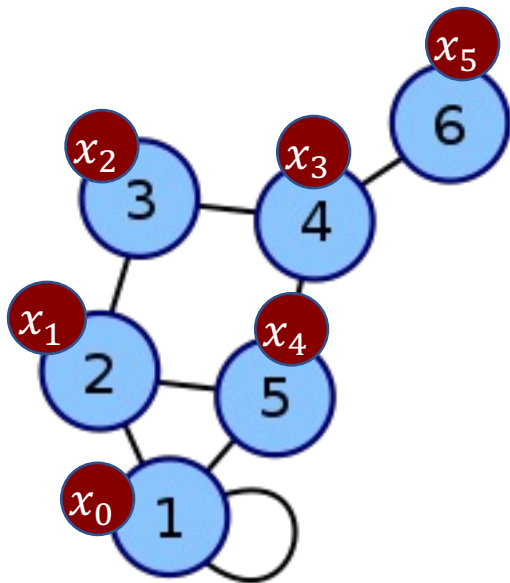
	1	2	3	4	5	6
1	1	1	0	0	1	0
2	1	0	1	0	1	0
3	0	1	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1	1
5	1	1	0	1	0	0
6	0	0	0	1	0	0

Το μητρώο γειτνίασης A έχει διαστάσεις $M \times M$ (6×6 στο παράδειγμά μας) και η τιμή του στοιχείου a_{ij} του μητρώου υποδηλώνει την ύπαρξη ή όχι της κατευθυνόμενης ακμής (i, j) , δηλαδή:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν υπάρχει η ακμή} \\ 0, & \text{αν δεν υπάρχει} \end{cases}$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Μητρώο Ολίσθησης Γραφημάτων:



$$A\mathbf{x}_6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

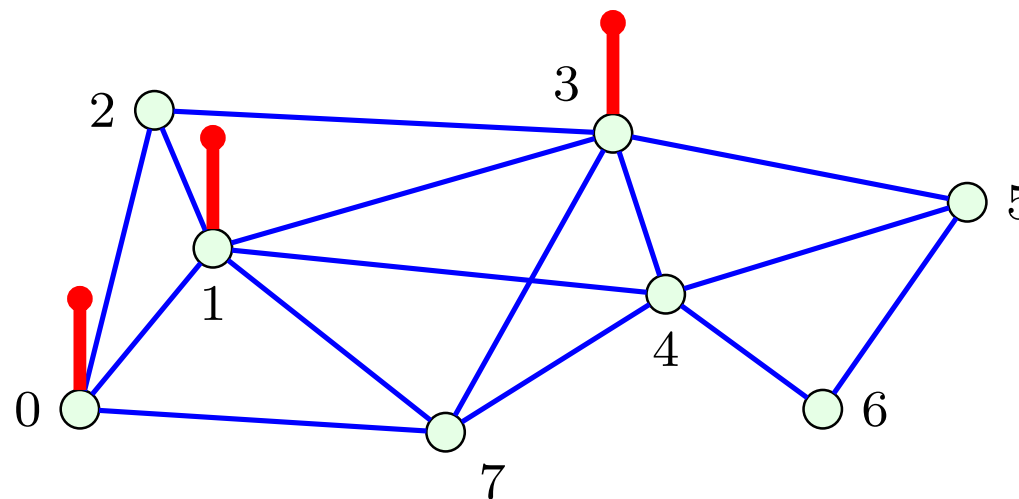
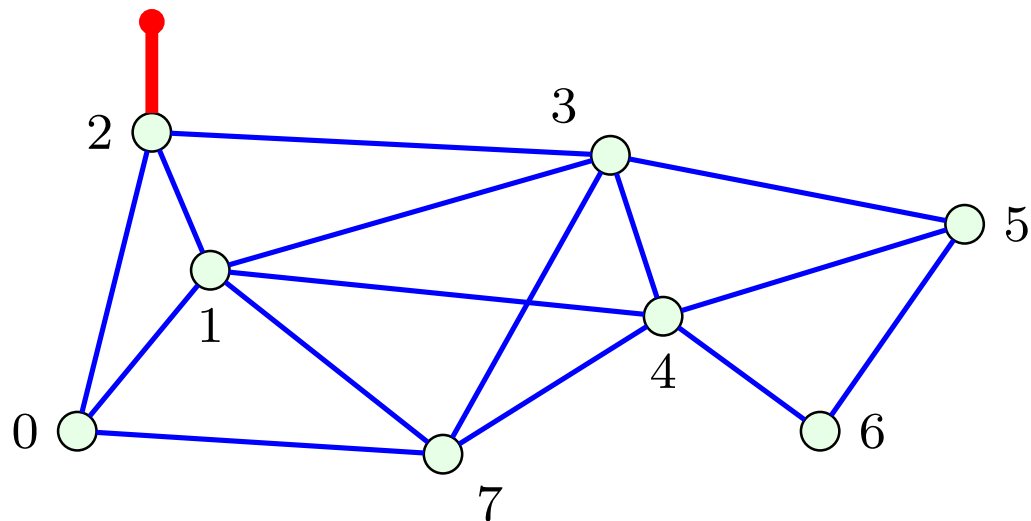
Μητρώο “Ολίσθησης” Γραφημάτων:

$$A\mathbf{x}_6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + x_1 + x_4 \\ x_0 + x_2 + x_4 \\ x_1 + x_3 \\ x_2 + x_4 + x_5 \\ x_0 + x_1 + x_3 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

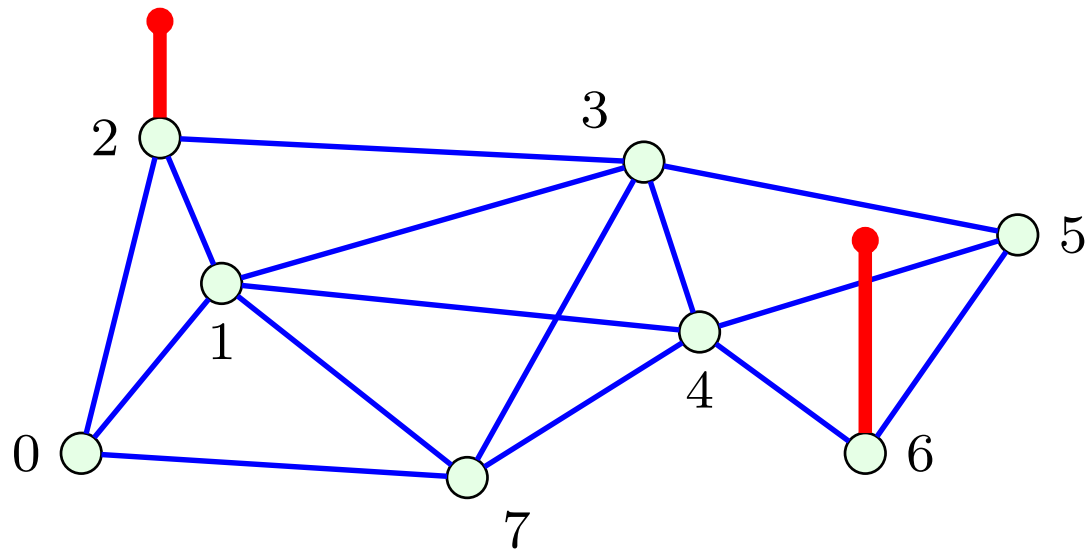
Αναπαράσταση δεξιά ολισθημένης ακολουθίας Kronecker ($\delta(n-2)$) σε Γράφημα

Ολίσθηση (πώς;) ενός βήματος της ακολουθίας στο Γράφημα (αποδείξτε το)

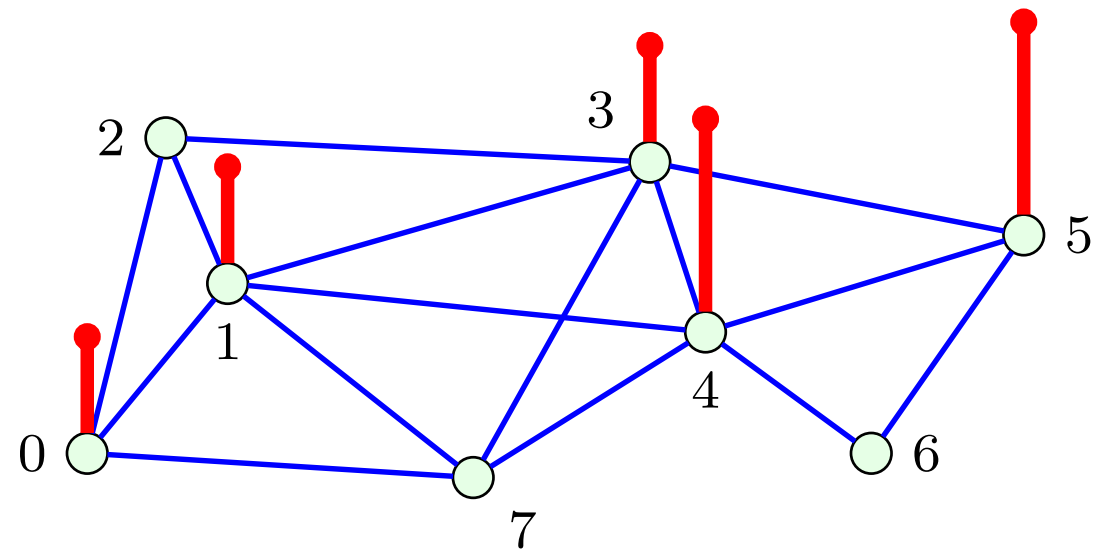


ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αναπαράσταση Περιοδικού Σήματος
σε Γράφημα



Ολίσθηση του Περιοδικού Σήματος
στο Γράφημα



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

1. Ολίσθηση Σήματος σε Γράφημα
2. Ενέργεια ολισθημένου Σήματος σε Γράφημα (κανονικοποίηση)
3. Σήματα & Συστήματα σε Γραφήματα
4. Μετασχηματισμός Fourier Γραφο-Σήματος (GFT)
5. Απόκριση Συχνότητας(;) - Συνάρτηση Μεταφοράς (;)
6. Φασματική Κατάταξη ιδιοδιανυσμάτων
7. Φιλτράρισμα στο φασματικό χώρο & στο χώρο των ακμών
8. Δειγματοληψία
9. Τυχειότητα και Στοχαστικές Διαδικασίες σε Γραφήματα

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Συνέλιξη Γειτνίασης:

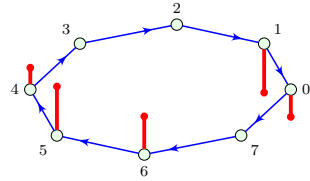
ή ισοδύναμα:

$$\mathbf{h}_M \circledast \mathbf{x}_M = \sum_{m=0}^{M-1} A_M^m \mathbf{h}_M \mathbf{x}_m = \sum_{m=0}^{M-1} A_M^m \mathbf{x}_M h_m = \mathbf{x}_M \circledast \mathbf{h}_M$$

$$\mathbf{h}_M \circledast_{A_M} \mathbf{x}_M = \dots \quad \dots = \mathbf{x}_M \circledast_{A_M} \mathbf{h}_M$$

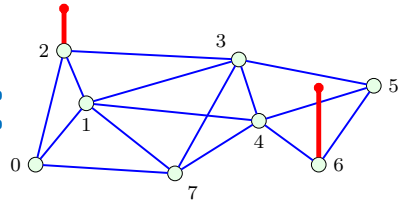
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Κυκλική Συνέλιξη:



$$\mathbf{h}_M \circledast_U \mathbf{x}_M = \sum_{m=0}^{M-1} U_M^m \mathbf{h}_M \mathbf{x}_m = \sum_{m=0}^{M-1} U_M^m \mathbf{x}_M h_m = \mathbf{x}_M \circledast_U \mathbf{h}_M$$

Συνέλιξη Γειτνίασης:



$$\mathbf{h}_M \circledast_A \mathbf{x}_M = \sum_{m=0}^{M-1} A_M^m \mathbf{h}_M \mathbf{x}_m = \sum_{m=0}^{M-1} A_M^m \mathbf{x}_M h_m = \mathbf{x}_M \circledast_A \mathbf{h}_M$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Κυκλικής Ολίσθησης $U_M = W\Lambda_M W^H$ όπου

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Μητρώο Ολίσθησης Γραφημάτων:

$$\begin{aligned} & A_M^0 \mathbf{x}_M \\ & A_M^1 \mathbf{x}_M \\ \cdot & A_M^2 \mathbf{x}_M \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & A_M^{M-1} \mathbf{x}_M \end{aligned}$$

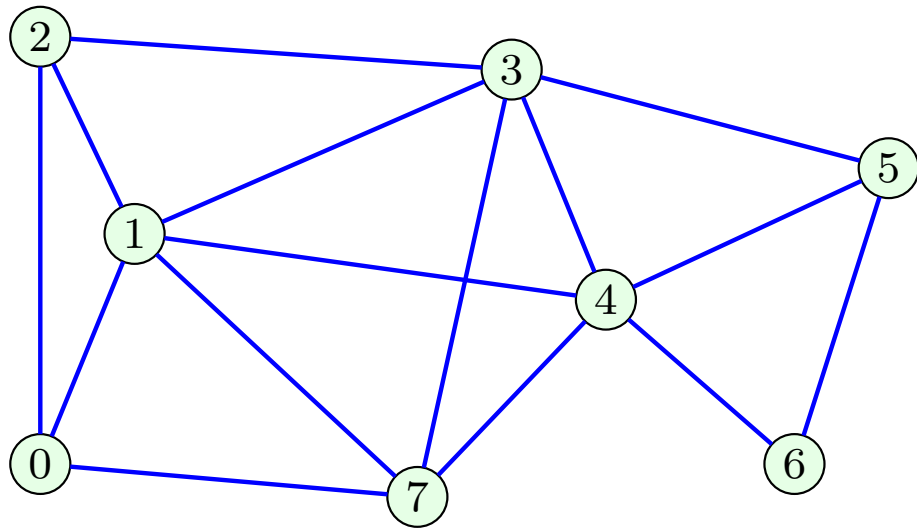
Αν το Μητρώο Γειτνίασης
είναι ΔΙΑΓΩΝΟΠΟΙΗΣΙΜΟ:

$$A_M = V \Lambda_M V^T$$

$$\begin{aligned} & I_M \mathbf{x}_M \\ & V \Lambda_M^1 V^T \mathbf{x}_M \\ & V \Lambda_M^2 V^T \mathbf{x}_M \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & V \Lambda_M^{M-1} V^T \mathbf{x}_M \end{aligned}$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Συνδεδεμένο Γράφημα

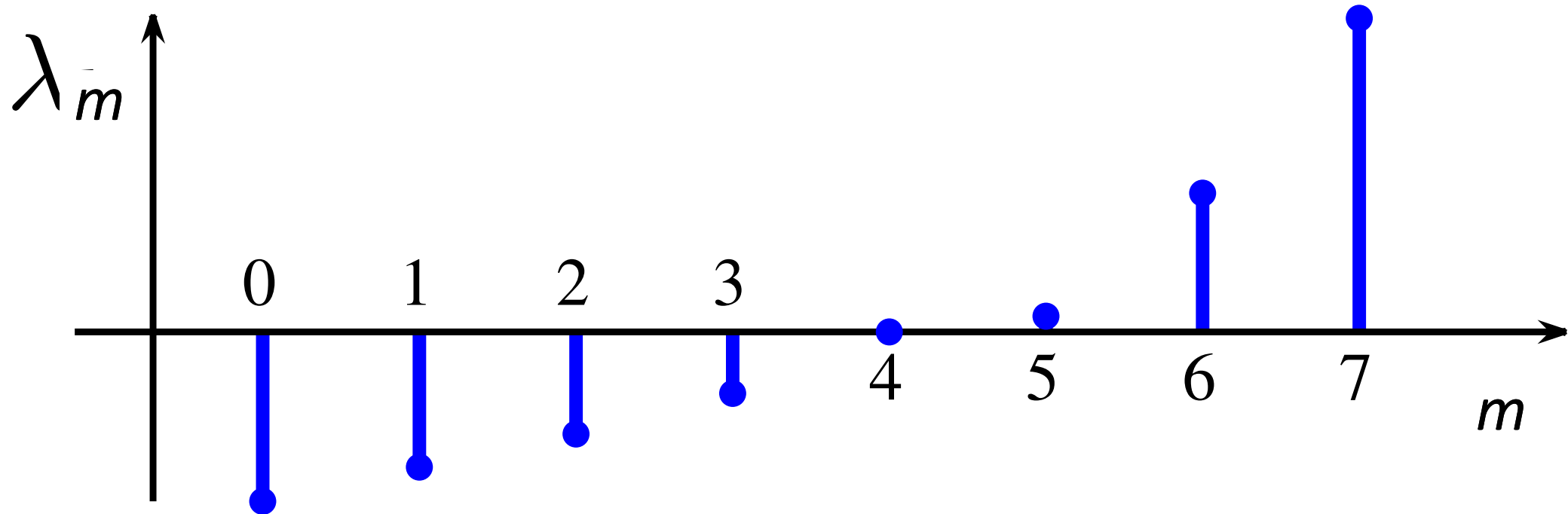


Μητρώο Γειτνίασης

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

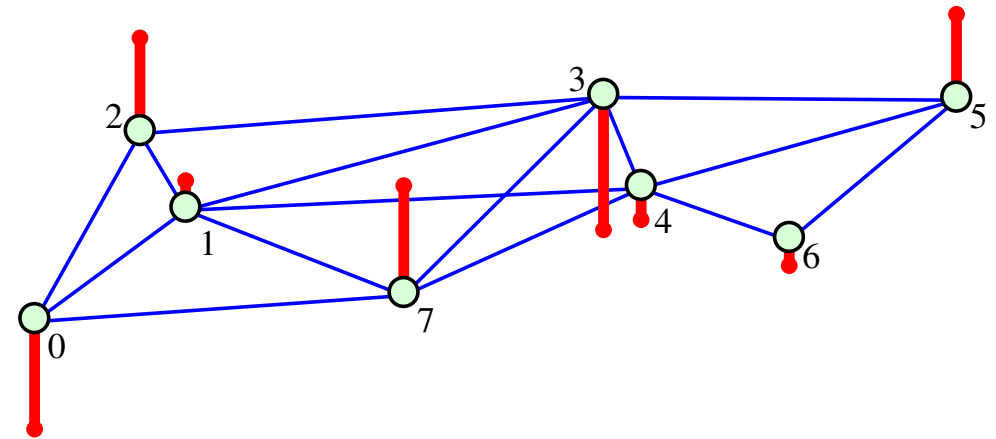
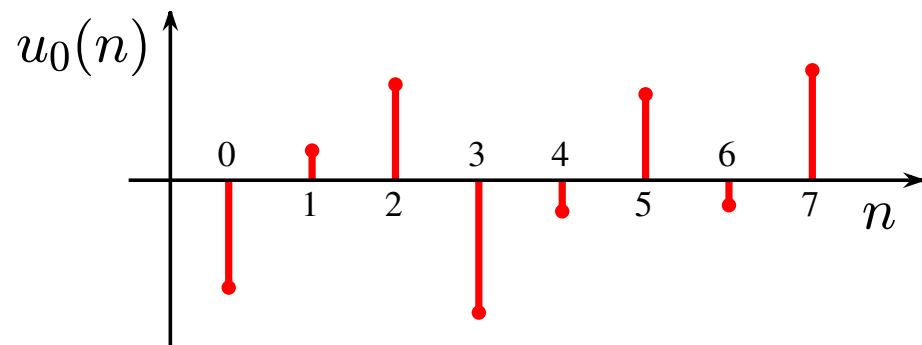
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Γειτνίασης: Οι ιδιοτιμές $\lambda_m, m = 0, 1, \dots, M - 1$



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Γειτνίασης: Το πρώτο ιδιοδιάνυσμα v_0

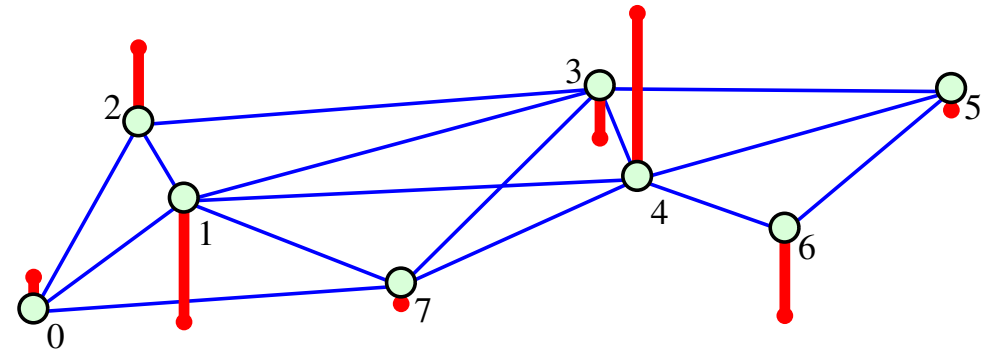
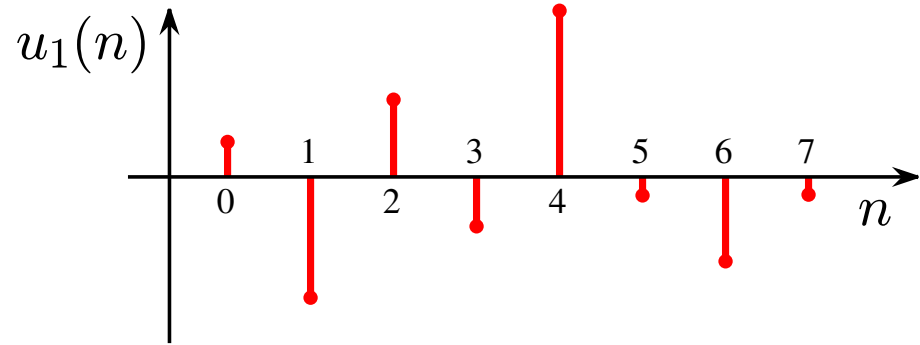


ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

1. Ολίσθηση Σήματος σε Γράφημα
2. Ενέργεια ολισθημένου Σήματος σε Γράφημα (κανονικοποίηση)
3. Μετασχηματισμός Fourier Γραφο-Σήματος (GFT)
4. Απόκριση Συχνότητας(;) - Συνάρτηση Μεταφοράς (;)
5. Σήματα & Συστήματα σε Γραφήματα
- 6. Φασματική Κατάταξη ιδιοδιανυσμάτων**
7. Φιλτράρισμα στο φασματικό χώρο & στο χώρο των ακμών
8. Δειγματοληψία
9. Τυχειότητα και Στοχαστικές Διαδικασίες σε Γραφήματα

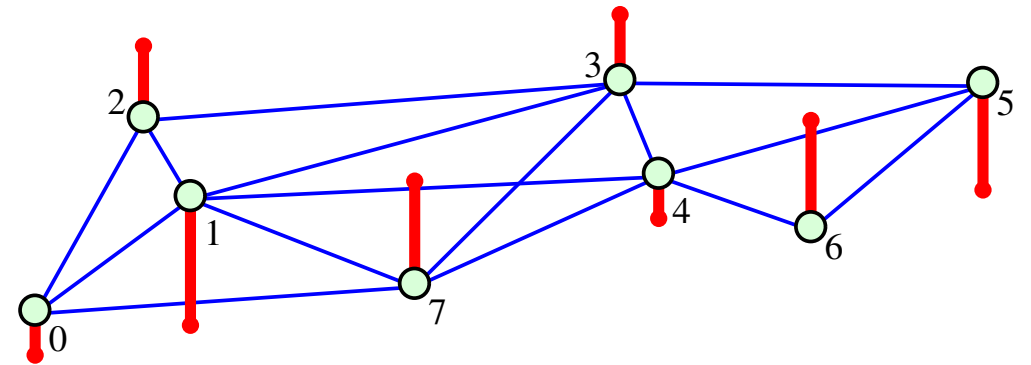
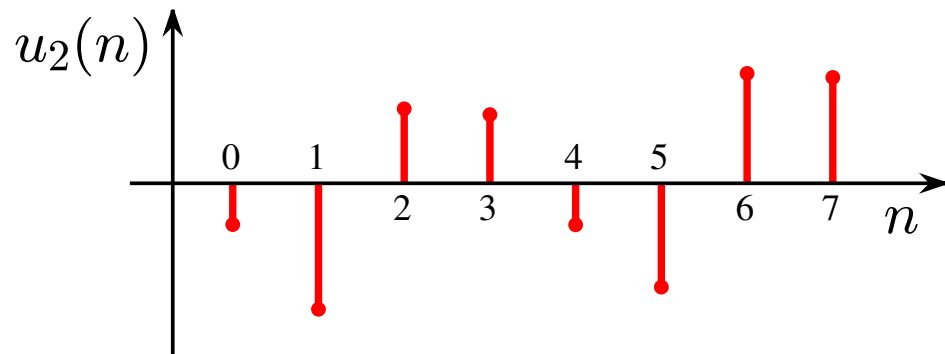
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Γειτνίασης: Το δεύτερο ιδιοδιάνυσμα v_1



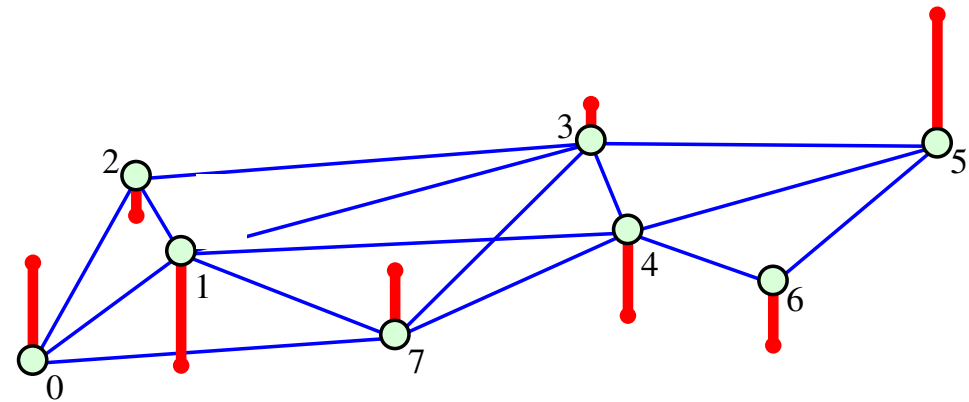
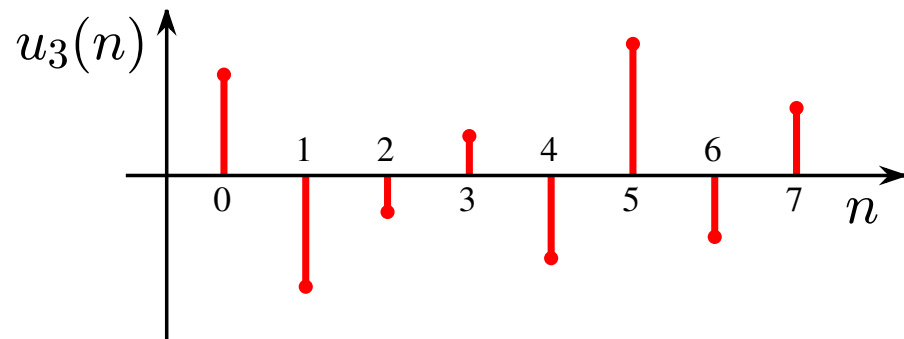
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Γειτνίασης: Το τρίτο ιδιοδιάνυσμα v_2



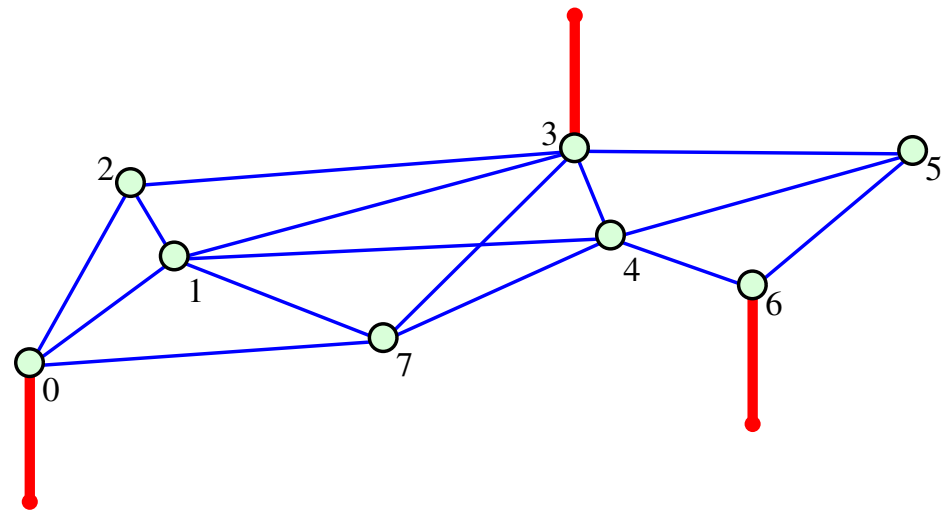
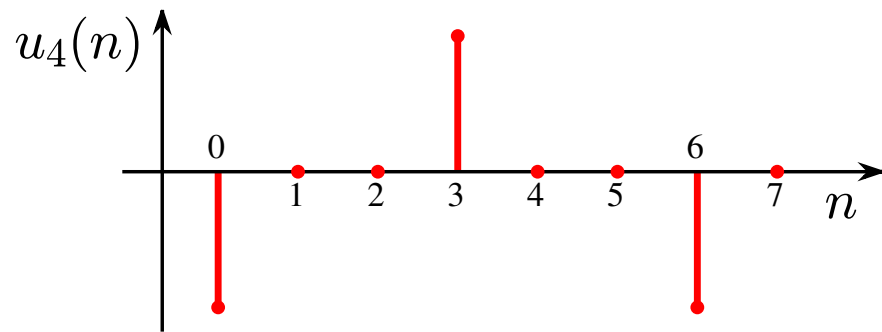
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Γειτνίασης: Το τέταρτο ιδιοδιάνυσμα v_3



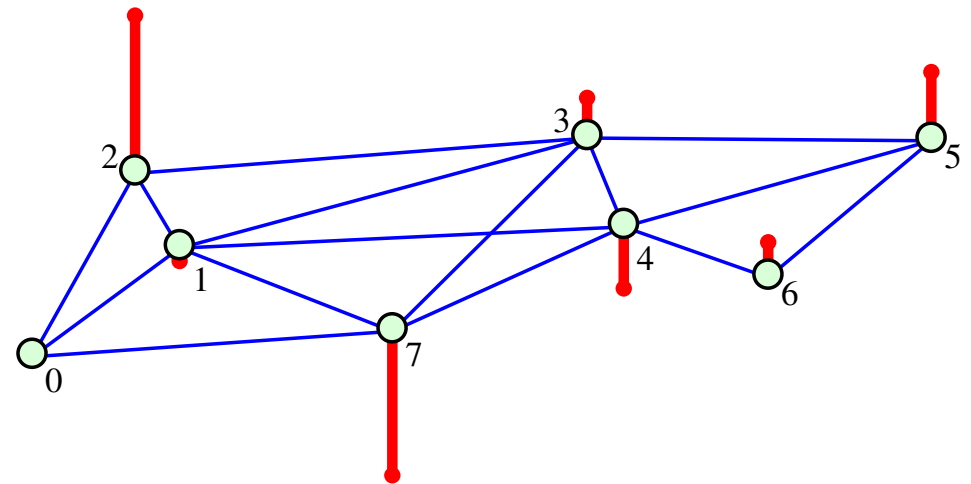
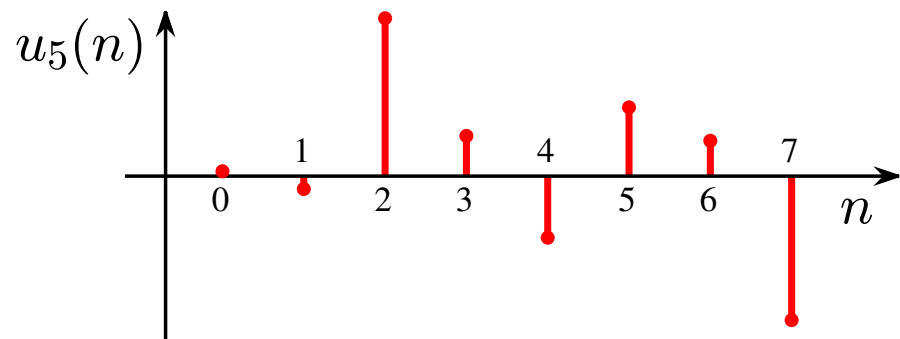
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Γειτνίασης: Το πέμπτο ιδιοδιάνυσμα v_4



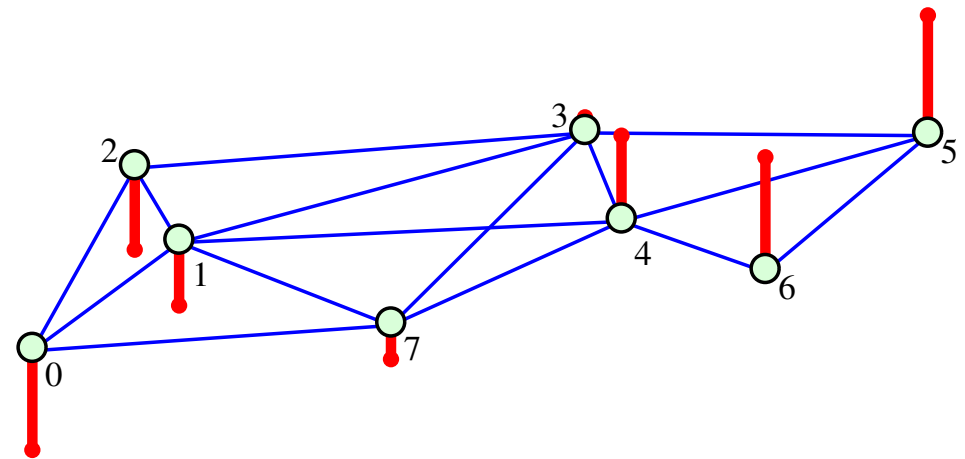
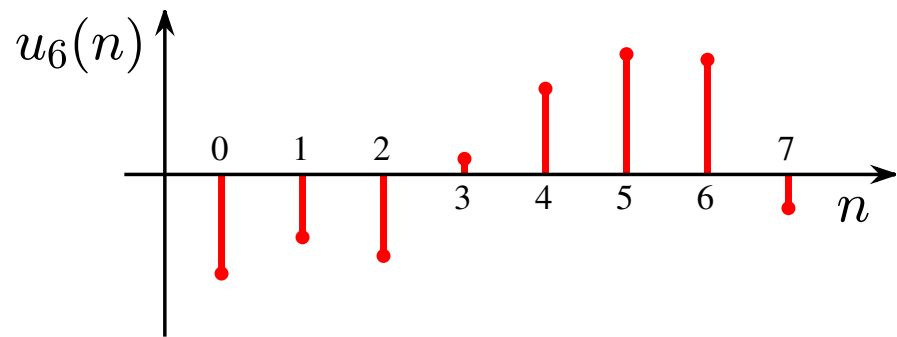
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Γειτνίασης: Το έκτο ιδιοδιάνυσμα v_5



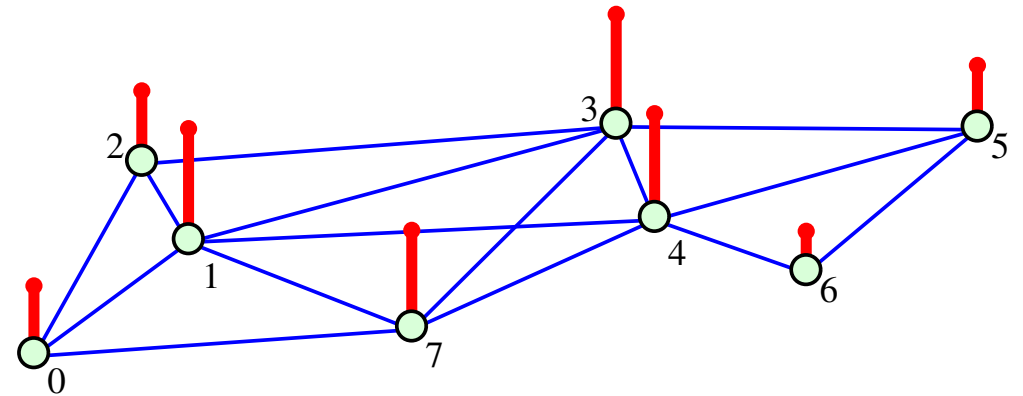
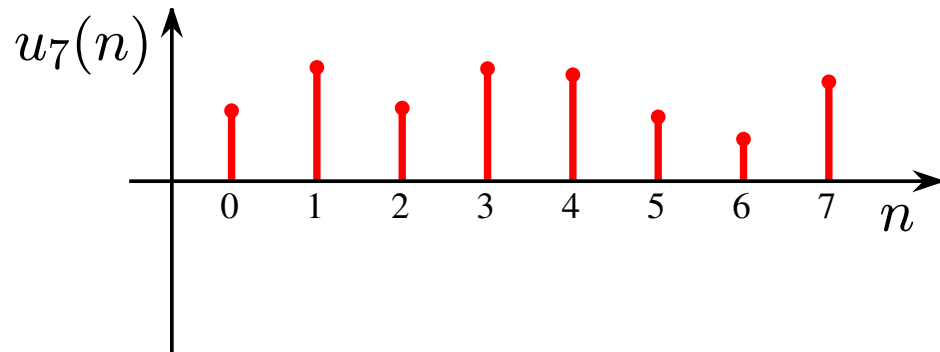
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Γειτνίασης: Το έβδομο ιδιοδιάνυσμα v_6



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποσύνθεση Μητρώου Γειτνίασης: Το όγδοο ιδιοδιάνυσμα v_7



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

ΒΑΣΙΣΜΕΝΗ ΣΤΟ ΜΗΤΡΩΟ ΓΕΙΤΝΙΑΣΗΣ

Φασματική Κατάταξη: Spectral Ordering Χαμηλοπερατό & Υψηλοπερατό
Σήματα

Έστω $x(n)$ ένα σήμα διακριτού χρόνου διάρκειας N δειγμάτων, δηλαδή:

$$\mathbf{x}_N = [x(0) \quad x(1) \quad \cdots \quad x(N-1)]^t$$

$$\Delta \mathbf{x}_N = \mathbf{x}_N - U \mathbf{x}_N = (I - U) \mathbf{x}_N$$

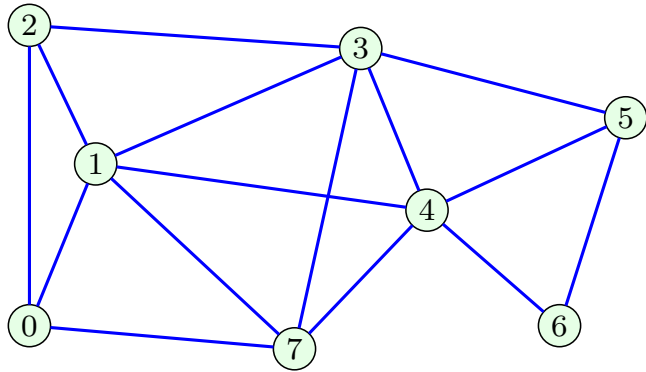
Τότε, η **ενέργεια**: $E_{\Delta \mathbf{x}_N} = \|\Delta \mathbf{x}_N\|_2^2 = \mathbf{x}_N (I - U)^T (I - U) \mathbf{x}_N$
είναι το **κριτήριο κατάταξης** των σημάτων σε αυτά των **αργών** και **γρήγορων** αλλαγών

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

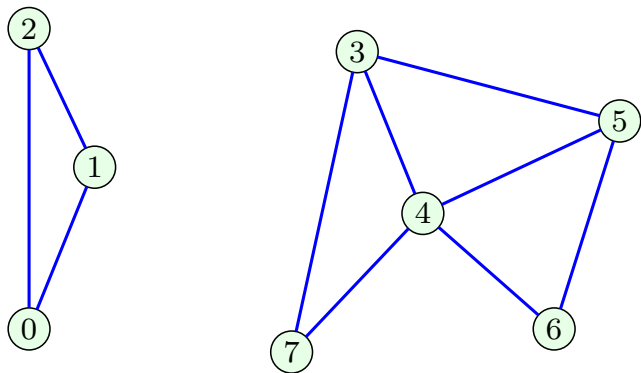
1. Ολίσθηση Σήματος σε Γράφημα
2. Ενέργεια ολισθημένου Σήματος σε Γράφημα (κανονικοποίηση)
3. Μετασχηματισμός Fourier Γραφο-Σήματος (GFT)
4. Απόκριση Συχνότητας(;) - Συνάρτηση Μεταφοράς (;
5. Σήματα & Συστήματα σε Γραφήματα
6. Φασματική Κατάταξη ιδιοδιανυσμάτων
- 7. Φιλτράρισμα στο φασματικό χώρο & στο χώρο των ακμών**
8. Δειγματοληψία
9. Τυχειότητα και Στοχαστικές Διαδικασίες σε Γραφήματα

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Συνδεδεμένο Γράφημα



Μη Συνδεδεμένο Γράφημα



Μητρώο Γειτνίασης

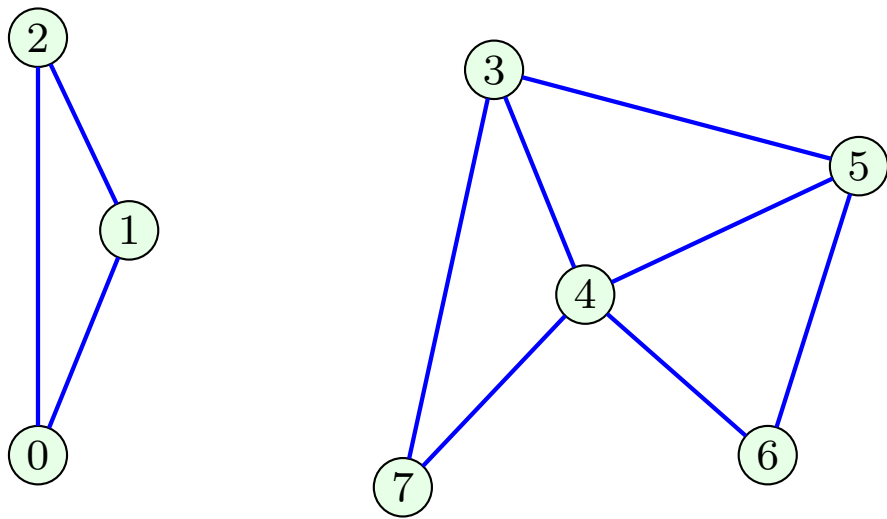
$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Μητρώο Γειτνίασης

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Ασύνδετο Γράφημα



Λαπλασιανό Μητρώο Γειτνίασης

Μητρώο Γειτνίασης

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Μητρώο Γειτνίασης: A

Συνδυαστικό Λαπλασιανό Μητρώο Γειτνίασης: $L_C = D - A$

Μη συμμετρικό Λαπλασιανό Μητρώο (Random walk): $L_{NS} = I - D^{-1}A$

Συμμετρικό Λαπλασιανό Μητρώο (Κανονικοποιημένο): $L_S = I - D^{-1/2}AD^{-1/2}$

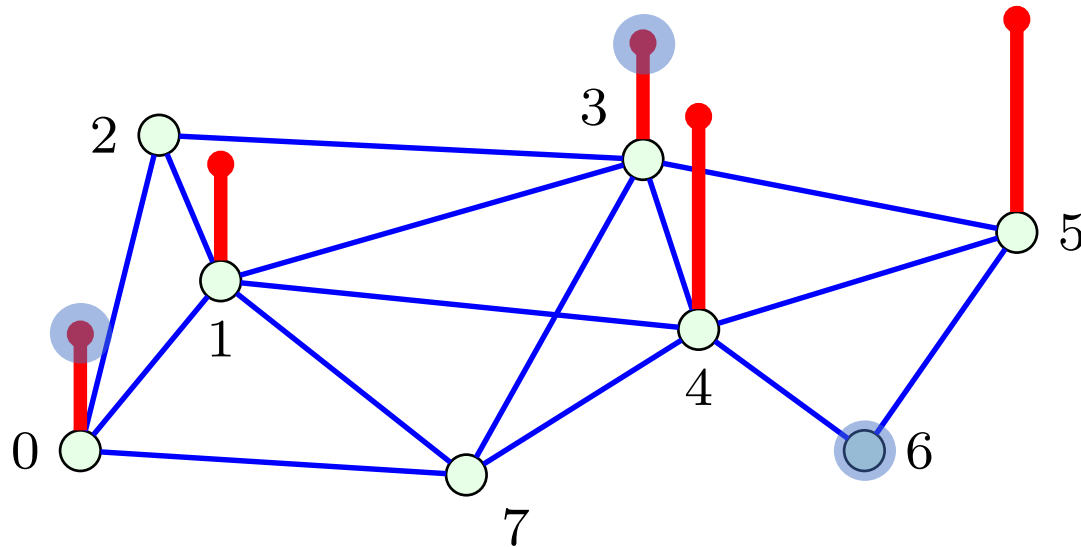
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

1. Ολίσθηση Σήματος σε Γράφημα
2. Ενέργεια ολισθημένου Σήματος σε Γράφημα (κανονικοποίηση)
3. Μετασχηματισμός Fourier Γραφο-Σήματος (GFT)
4. Απόκριση Συχνότητας(;) - Συνάρτηση Μεταφοράς (;)
5. Σήματα & Συστήματα σε Γραφήματα
6. Φασματική Κατάταξη ιδιοδιανυσμάτων
7. Φιλτράρισμα στο φασματικό χώρο & στο χώρο των ακμών
- 8. Δειγματοληψία**
9. Τυχειότητα και Στοχαστικές Διαδικασίες σε Γραφήματα

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Ο στόχος η δειγματοληψία και η ανάκτηση σημάτων που ορίζονται σε γραφήματα.

- Συνθήκες για **τέλεια ανάκτηση** σημάτων γραφήματος **περιορισμένης ζώνης** από δείγματα που συλλέχθηκαν από **ένα σύνολο κορυφών**.



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

1. Ολίσθηση Σήματος σε Γράφημα
2. Ενέργεια ολισθημένου Σήματος σε Γράφημα (κανονικοποίηση)
3. Μετασχηματισμός Fourier Γραφο-Σήματος (GFT)
4. Απόκριση Συχνότητας(;) - Συνάρτηση Μεταφοράς (;)
5. Σήματα & Συστήματα σε Γραφήματα
6. Φασματική Κατάταξη ιδιοδιανυσμάτων
7. Φιλτράρισμα στο φασματικό χώρο & στο χώρο των ακμών
8. Δειγματοληψία
9. Τυχειότητα και Στοχαστικές Διαδικασίες σε Γραφήματα

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ & ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

Αποθουρυβοποίηση

Ενδοσυμπλήρωση

