



ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ

© Γενικά περί Φίλτρων

Εμμανουήλ Ζ. Ψαράκης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

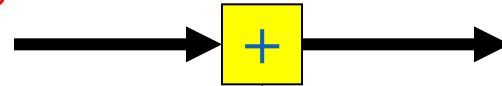
Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

Βασικό Μοντέλο

Σήμα

Πληροφορίας

$u[n]$



Διαθέσιμο Σήμα

$x[n]=u[n]+w[n]$

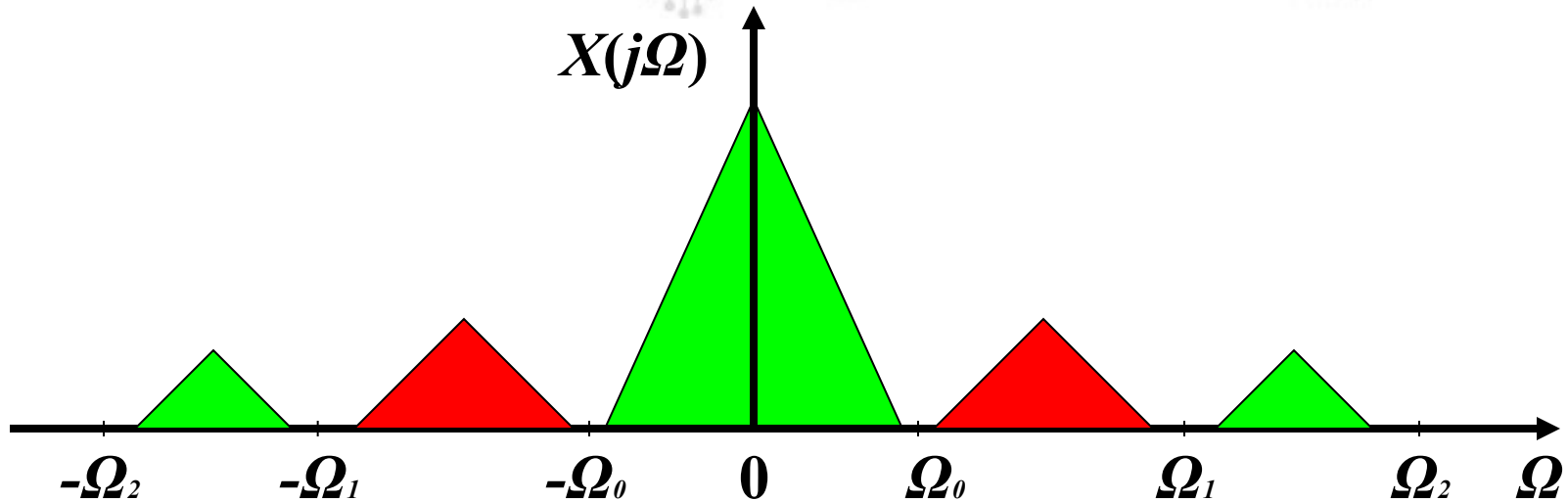
$w[n]$

“Θόρυβος”

Σκοπός της Επεξεργασίας: **Η ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗ ΤΟΥ “ΘΟΡΥΒΟΥ”**

Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

Κλασική Επεξεργασία Σημάτων:



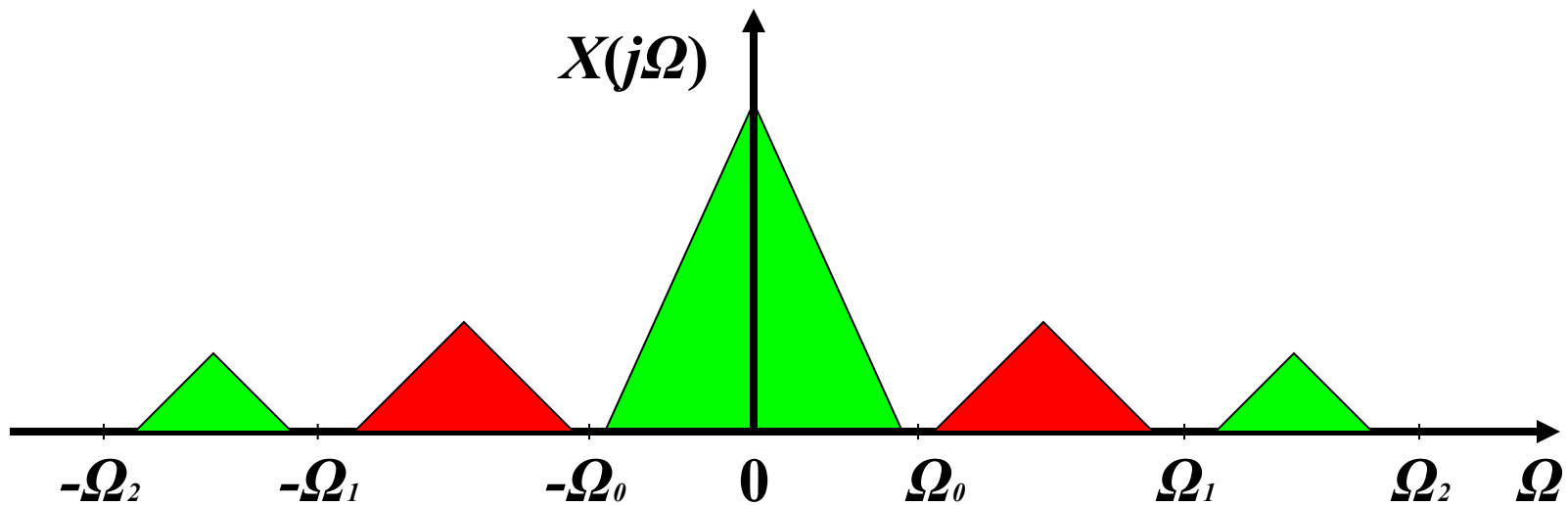
Βασική Υπόθεση: Το Σήμα Πληροφορίας και ο Θόρυβος δεν περιέχουν κοινές συχνότητες.

Με άλλα λόγια πληροφορία και θόρυβος είναι διαχωρίσιμα στο πεδίο της συχνότητας

Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

Κλασική Επεξεργασία Σημάτων:

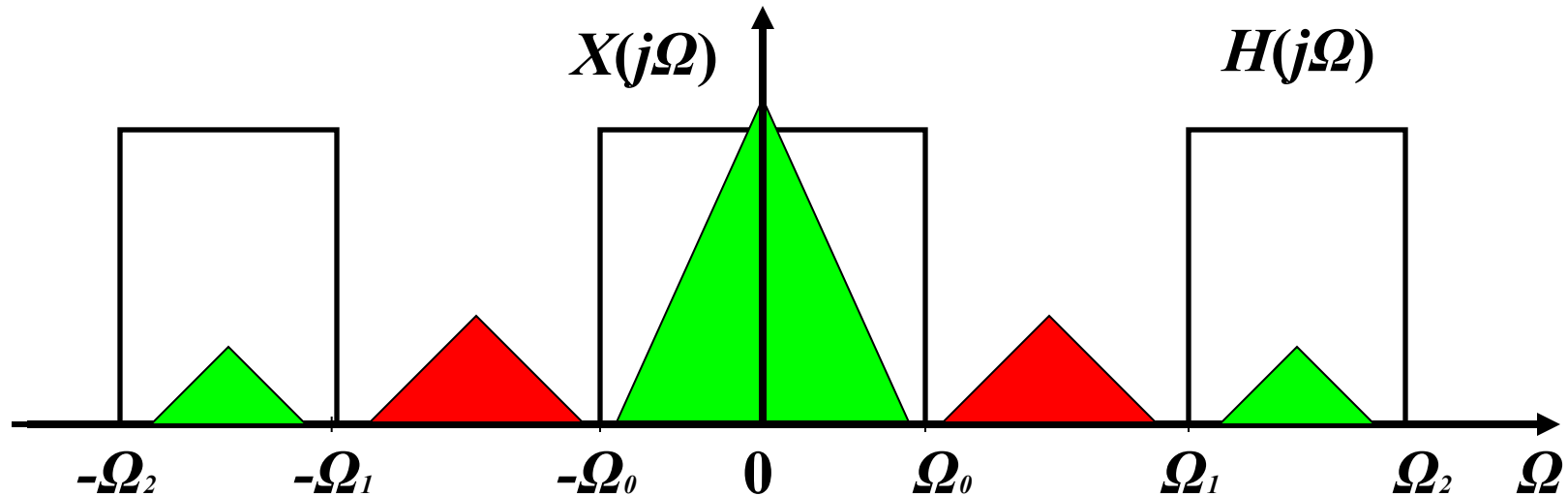
- Περιγραφή στο Πεδίο της Συχνότητας
- Ανάλυση Διαθέσιμου Σήματος σε Μη Επικαλυπτόμενες Συχνοτικές Ζώνες.



Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

Κλασική Επεξεργασία Σημάτων:

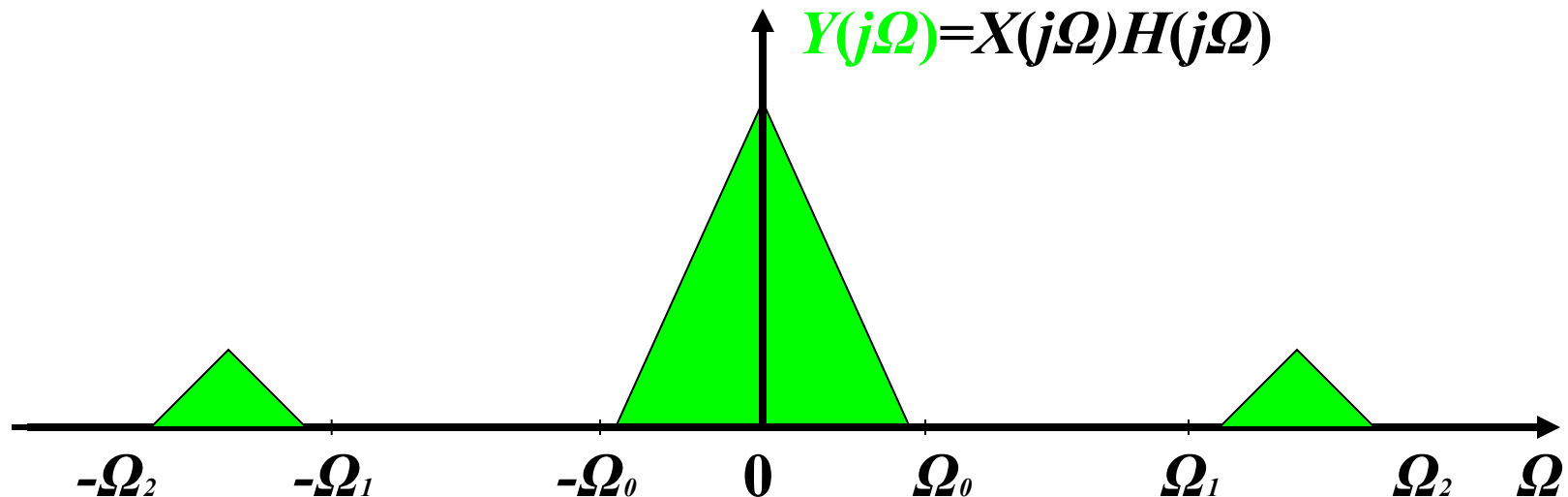
- Η Βασική Υπόθεση επιτρέπει την Απομάκρυνση του «Θορύβου» με τη χρήση «απλών» συστημάτων.



Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

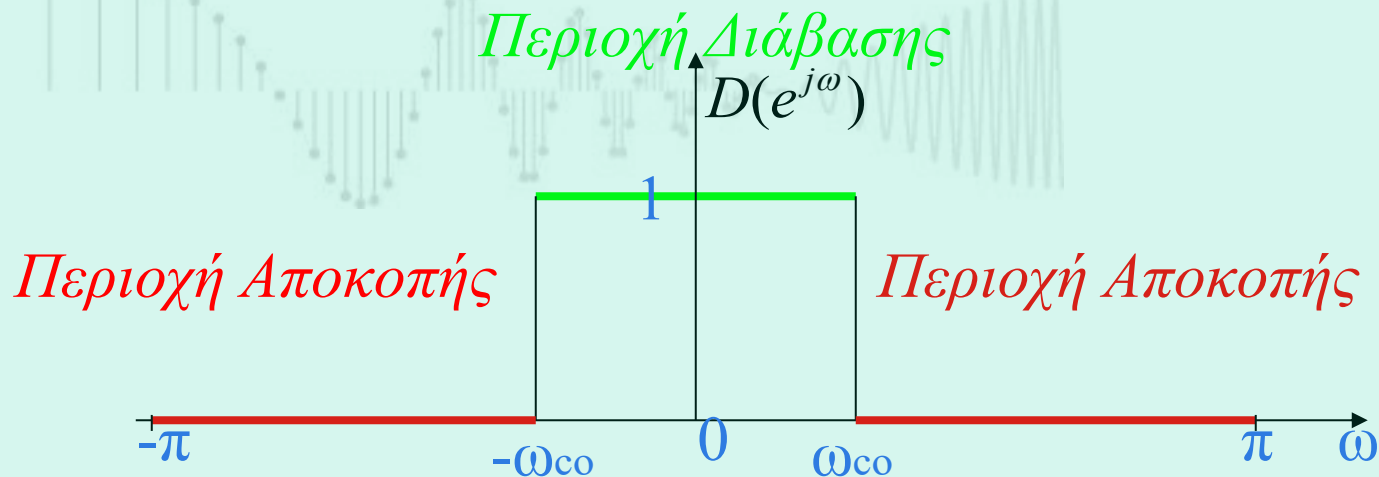
Κλασική Επεξεργασία Σημάτων:

- Η Βασική Υπόθεση επιτρέπει την Απομάκρυνση του «Θορύβου» με τη χρήση «απλών» συστημάτων.

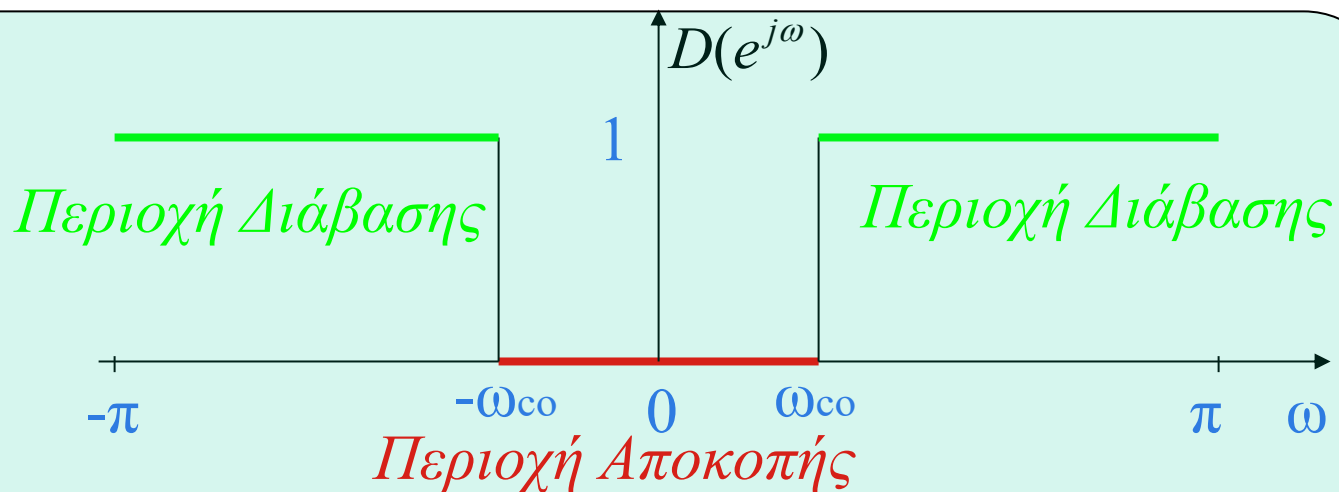


Φίλτρα - Επιθυμητή Απόκριση Συχνότητας

Κατωπερατό

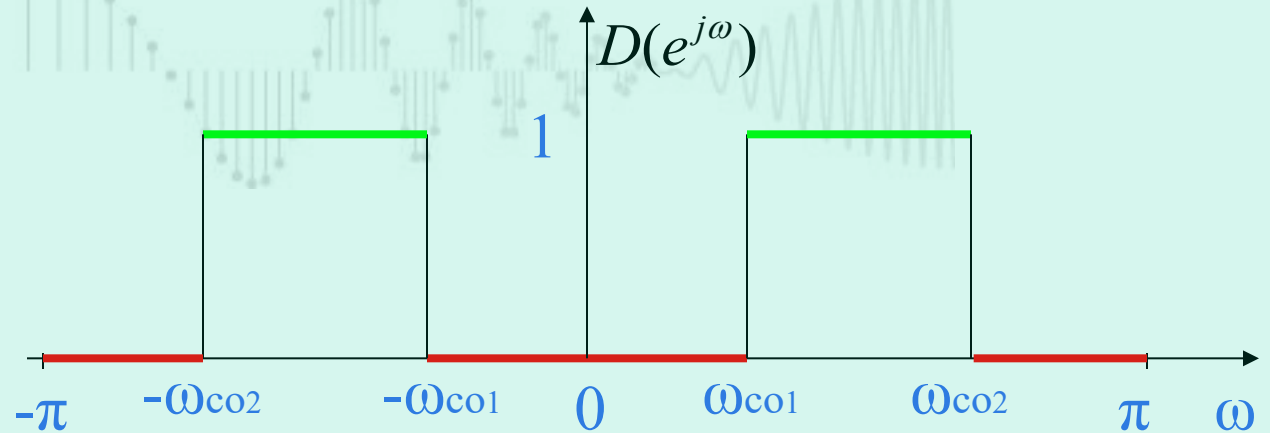


Υψηπερατό

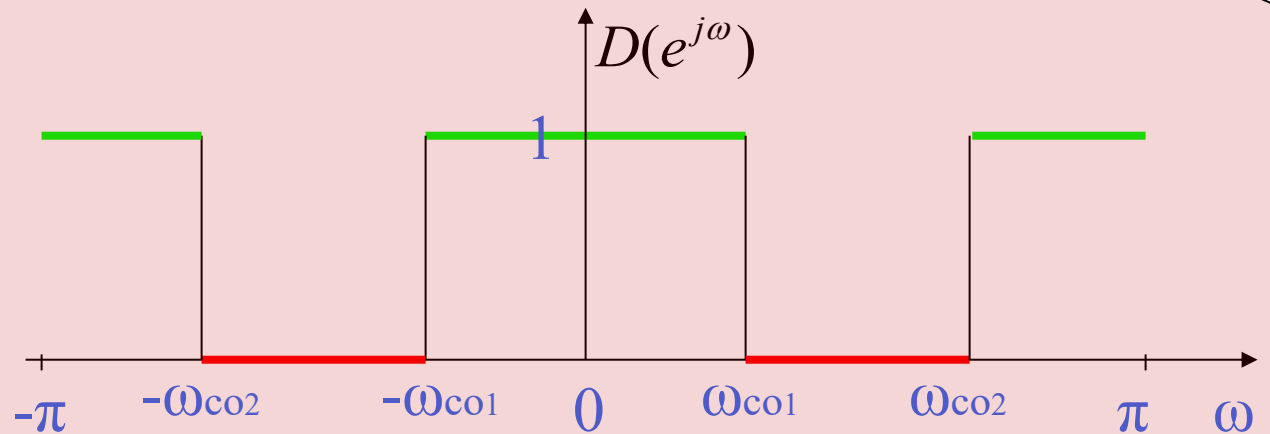


Φίλτρα - Επιθυμητή Απόκριση Συχνότητας

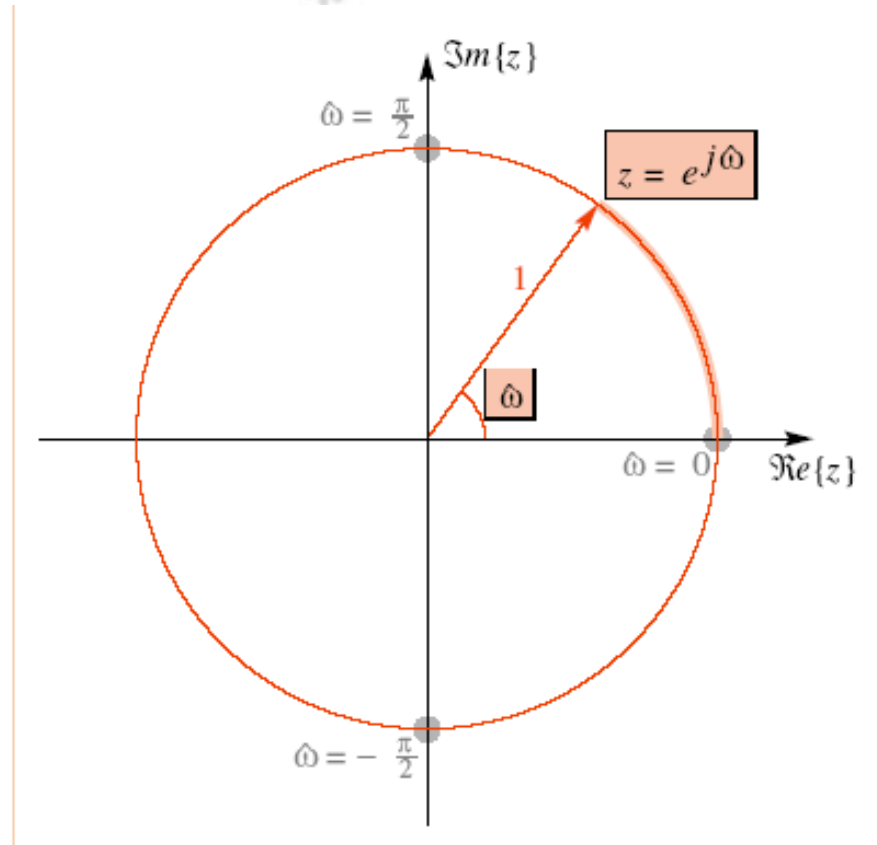
Ζωνοπερατό



Αποκοπής Ζώνης

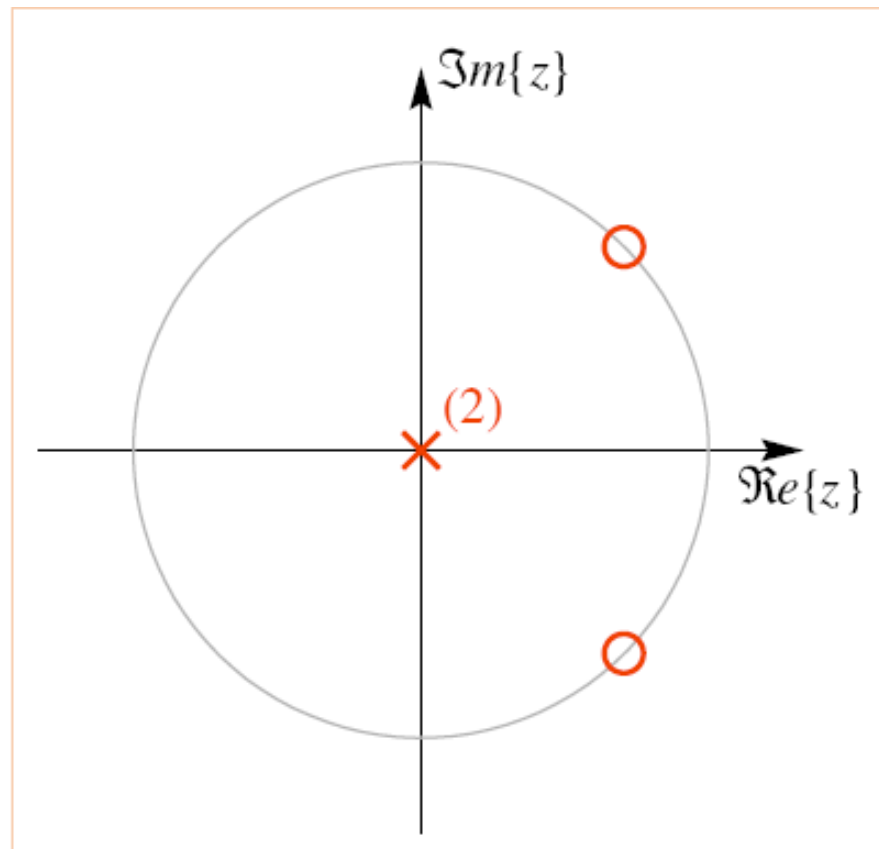


Μιγαδικό Επίπεδο- Μοναδιαίος Κύκλος



Μιγαδικό Επίπεδο- Μοναδιαίος Κύκλος

Πόλοι & Μηδενισμοί-Συνάρτηση Μεταφοράς



Μιγαδικό Επίπεδο- Μοναδιαίος Κύκλος

Πόλοι & Μηδενισμοί-Συνάρτηση Μεταφοράς

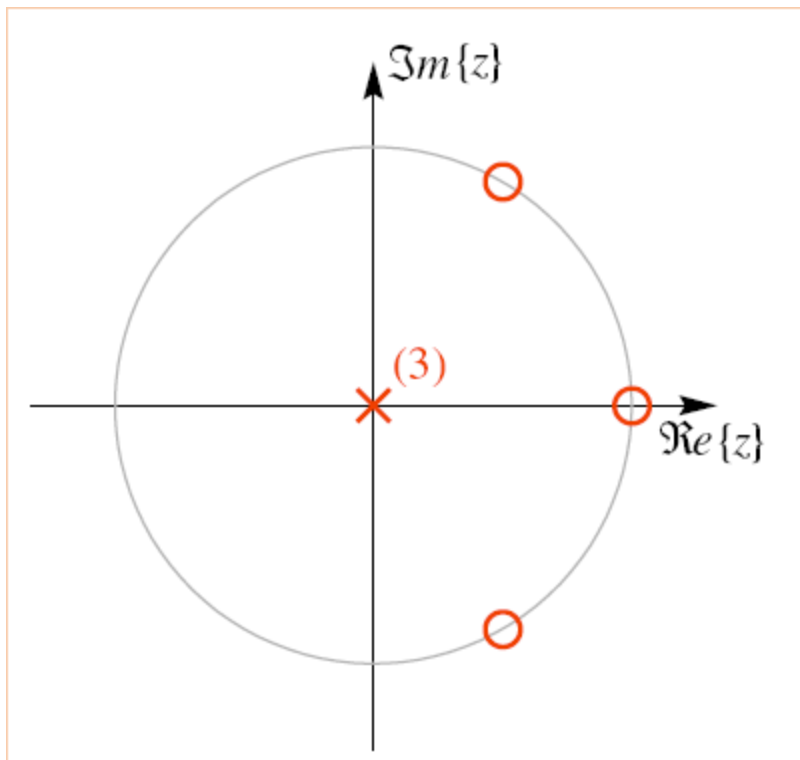
$$\begin{aligned}H(z) &= H_1(z)H_2(z) \\ &= (1 - z_1z^{-1})(1 - z_2z^{-1}) \\ &= 1 - (z_1 + z_2)z^{-1} + (z_1z_2)z^{-2} \\ &= 1 - (e^{j\hat{\omega}_0} + e^{-j\hat{\omega}_0})z^{-1} + (e^{j\hat{\omega}_0}e^{-j\hat{\omega}_0})z^{-2} \\ &= 1 - 2\cos(\hat{\omega}_0)z^{-1} + z^{-2}\end{aligned}$$

Ποιά θα είναι η επίδραση του Φίλτρου πάνω στο σήμα;

$$x[n] = \cos(\hat{\omega}_0n) = \frac{1}{2}e^{j\hat{\omega}_0n} + \frac{1}{2}e^{-j\hat{\omega}_0n}$$

Μιγαδικό Επίπεδο- Μοναδιαίος Κύκλος

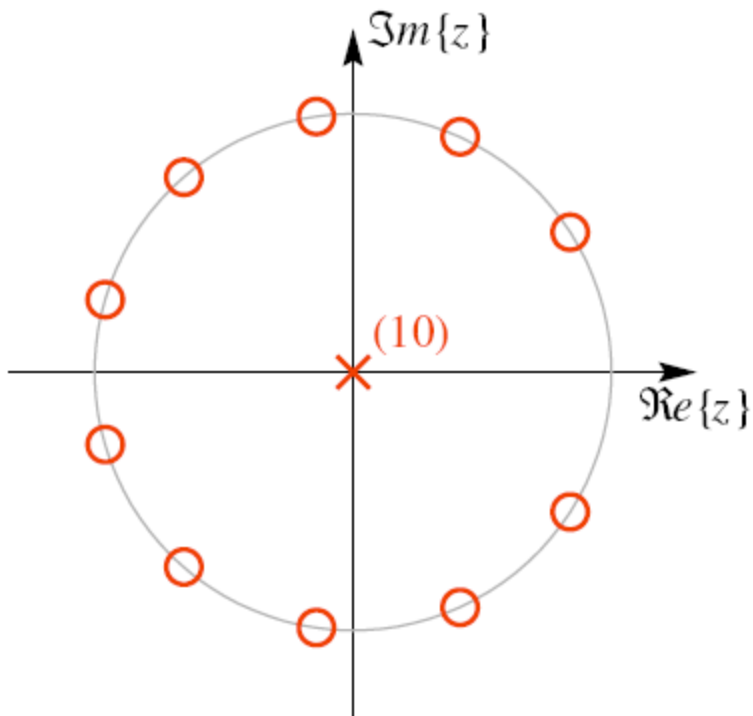
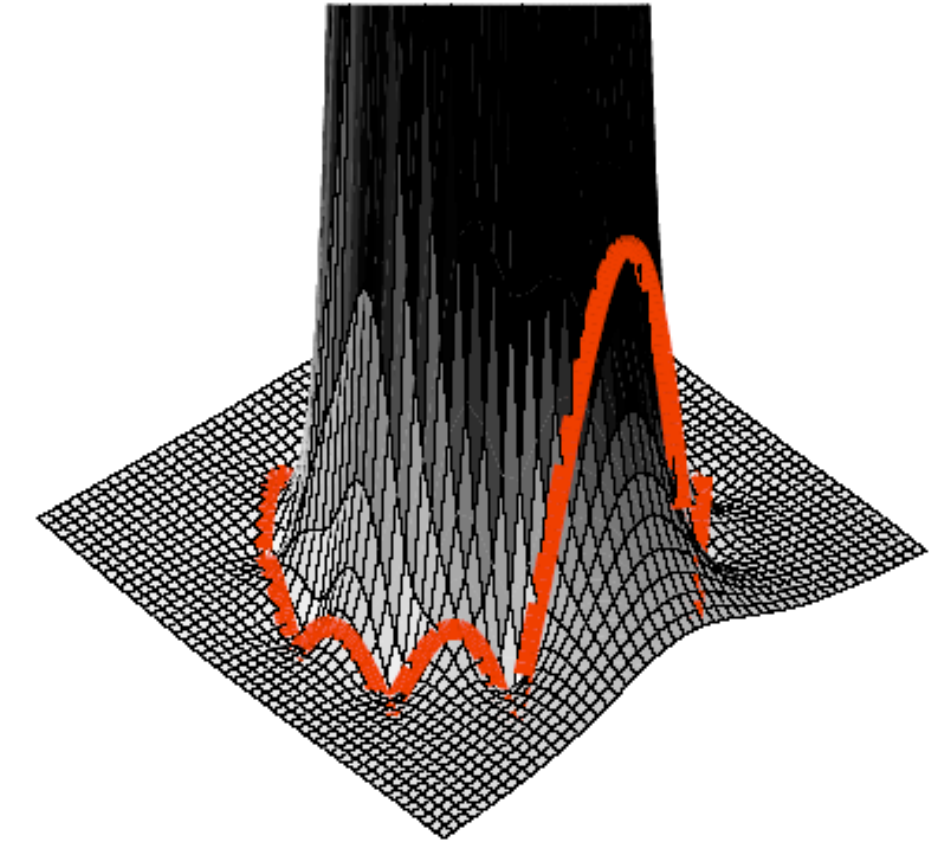
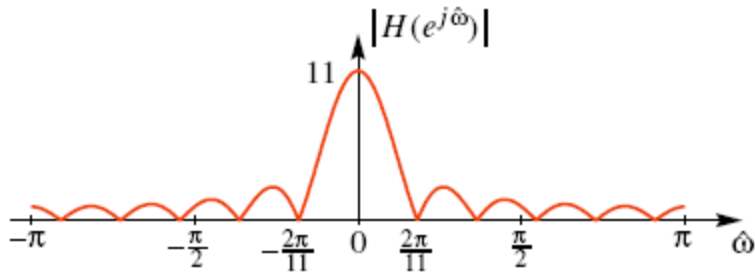
Πόλοι & Μηδενισμοί-Συνάρτηση Μεταφοράς



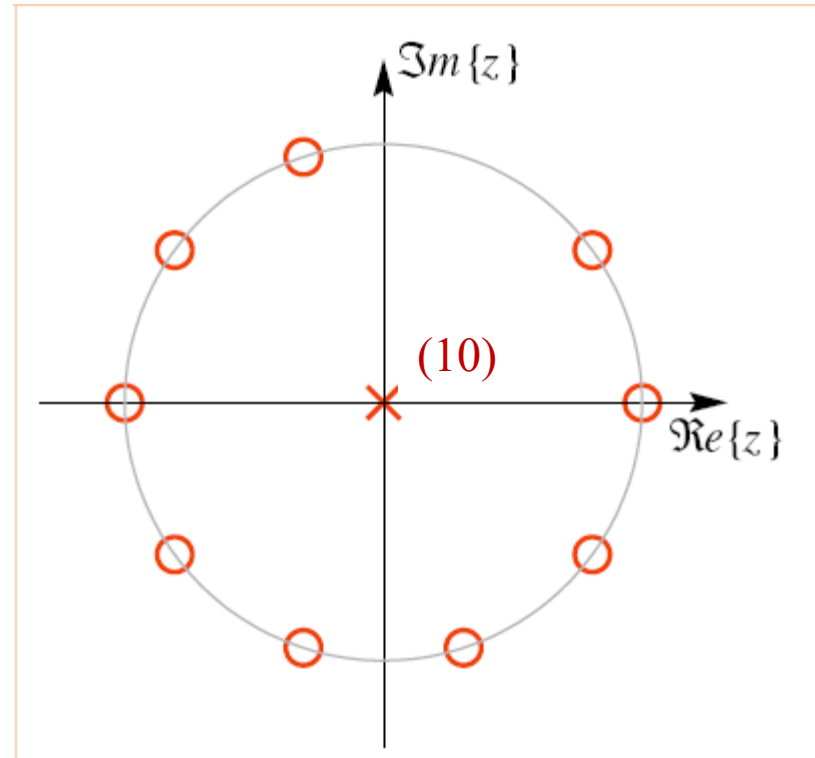
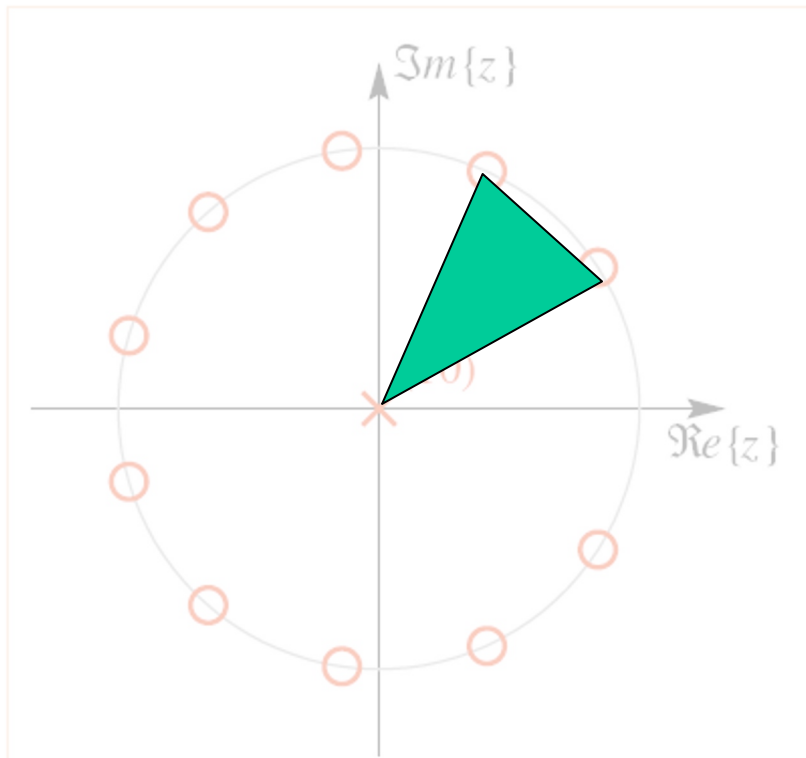
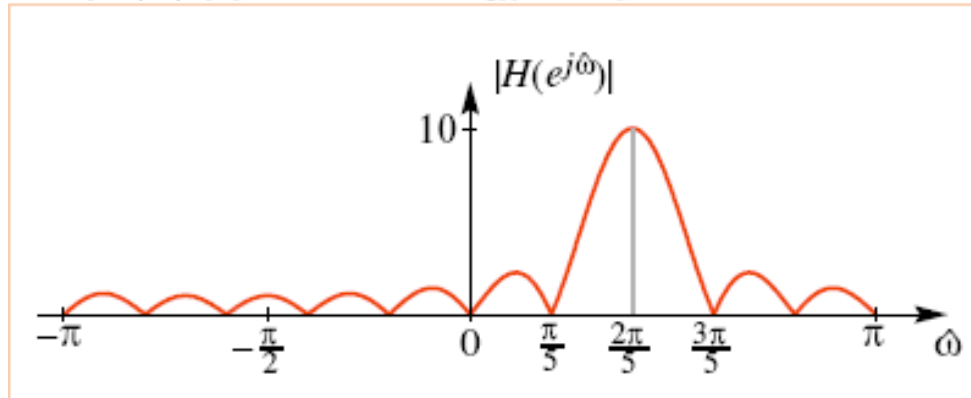
$$H(z) = 1 - 2z^{-1} + 2z^{-2} - z^{-3},$$

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{z^3 - 2z^2 + 2z - 1}{z^3} \\ &= \frac{(z - 1)(z - e^{j\pi/3})(z - e^{-j\pi/3})}{z^3} \end{aligned}$$

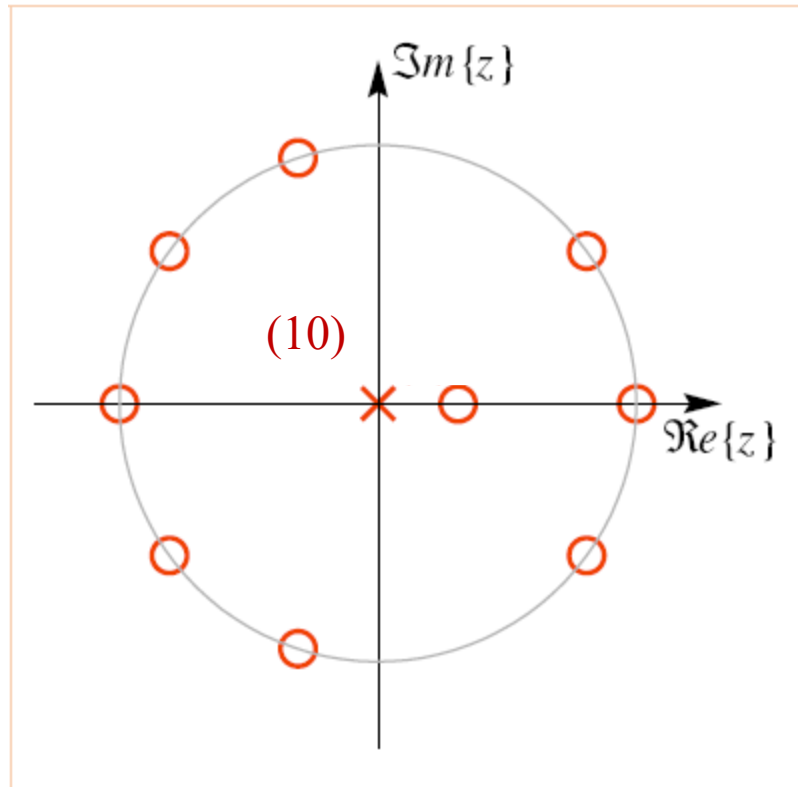
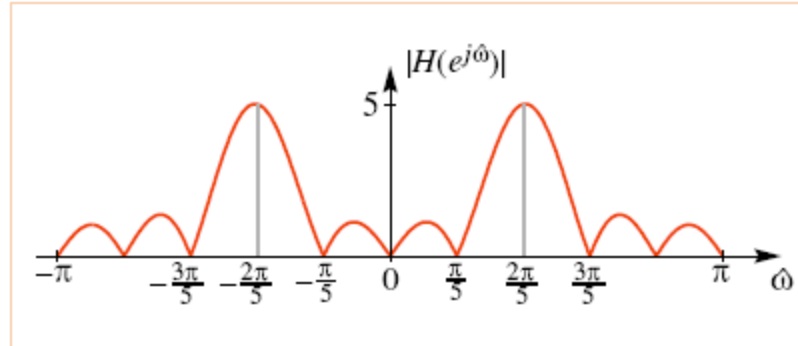
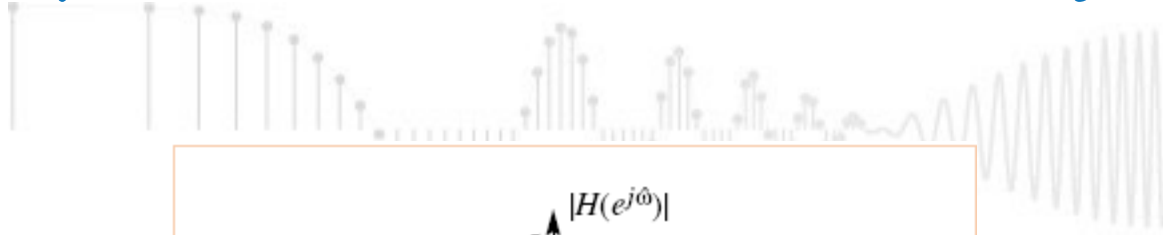
Μιγαδικό Επίπεδο- Μοναδιαίος Κύκλος



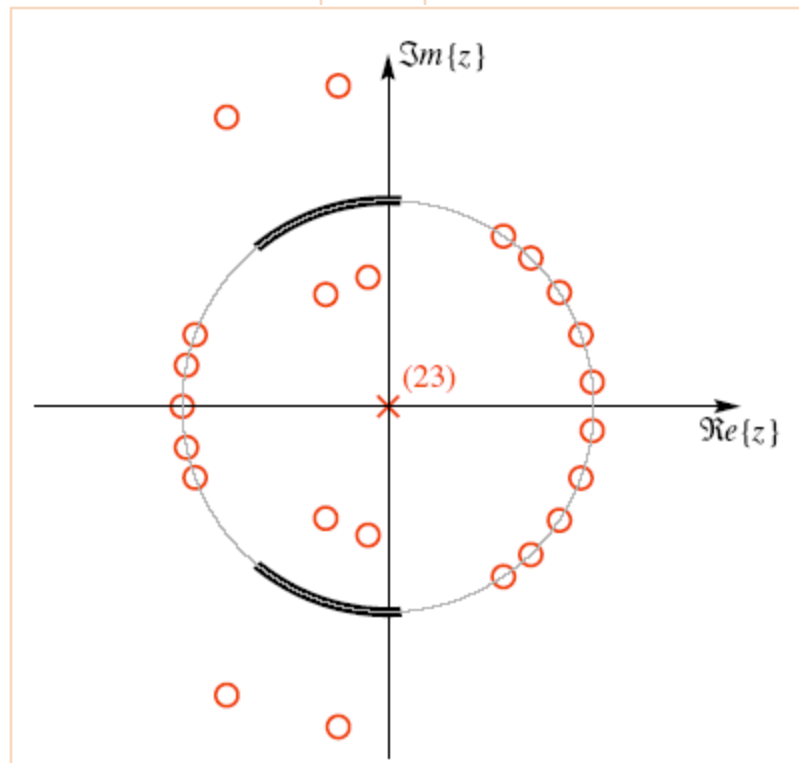
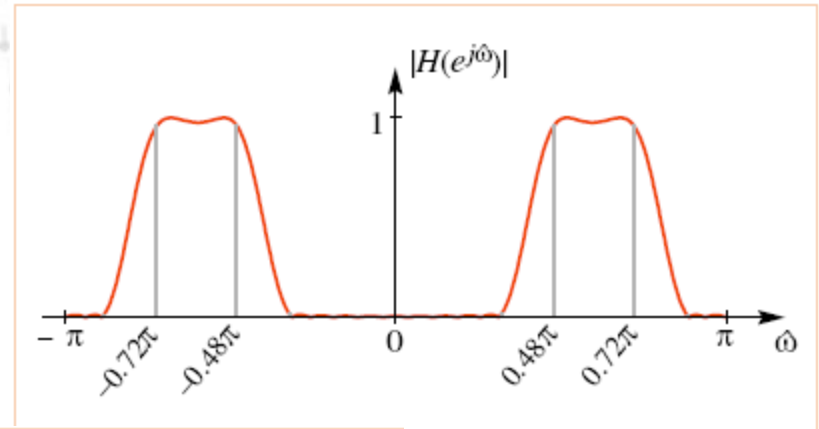
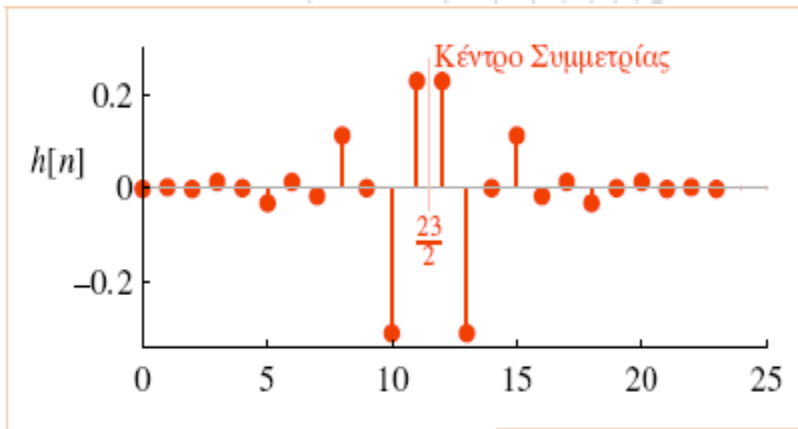
Μιγαδικό Επίπεδο- Μοναδιαίος Κύκλος



Μιγαδικό Επίπεδο- Μοναδιαίος Κύκλος



Μιγαδικό Επίπεδο- Μοναδιαίος Κύκλος

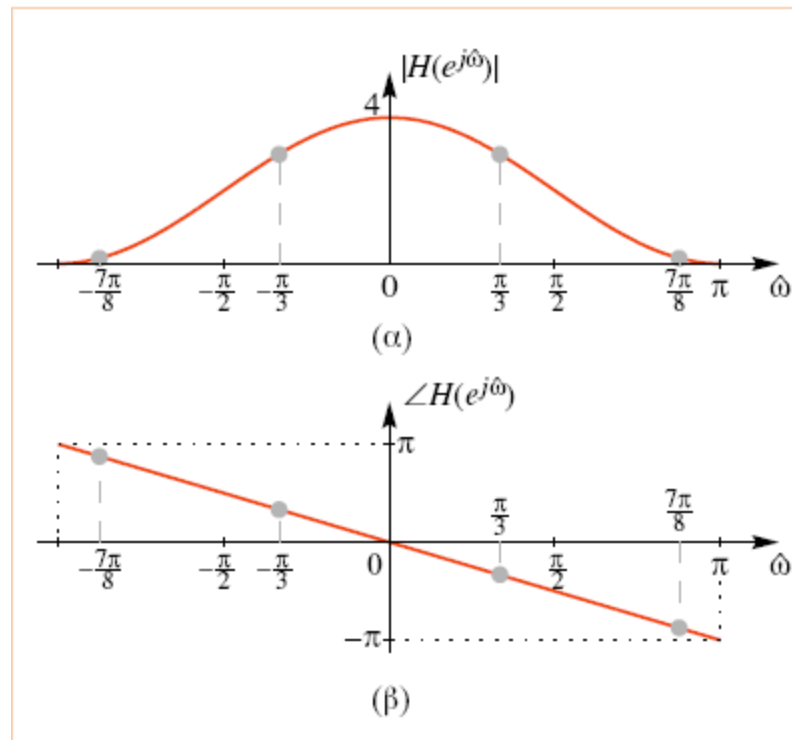


Απόκριση Συχνότητας

Απόκριση Συχνότητας: $H(e^{j\hat{\omega}}) = 1 + 2e^{-j\hat{\omega}} + e^{-j2\hat{\omega}} = (2 + 2\cos \hat{\omega})e^{-j\hat{\omega}}$

Απόκριση Μέτρου: $|H(e^{j\hat{\omega}})| = (2 + 2\cos \hat{\omega})$

Απόκριση Φάσης: $\angle H(e^{j\hat{\omega}}) = -\hat{\omega}$



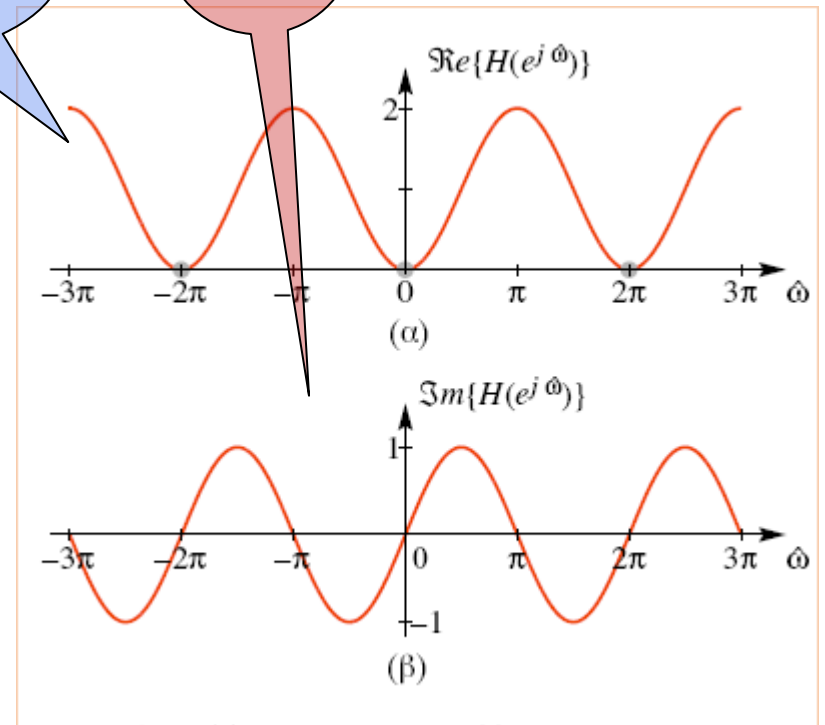
Απόκριση Συχνότητας

$$y[n] = x[n] - x[n - 1]$$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = 1 - e^{-j\hat{\omega}} = 1 - \cos \hat{\omega} + j \sin \hat{\omega}$$

$$\Re\{H(e^{j\hat{\omega}})\} = (1 - \cos \hat{\omega})$$

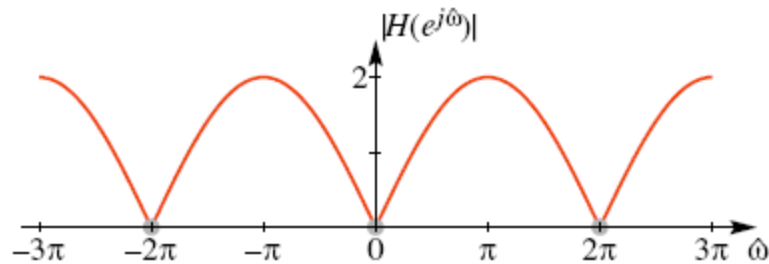
$$\Im\{H(e^{j\hat{\omega}})\} = \sin \hat{\omega}$$



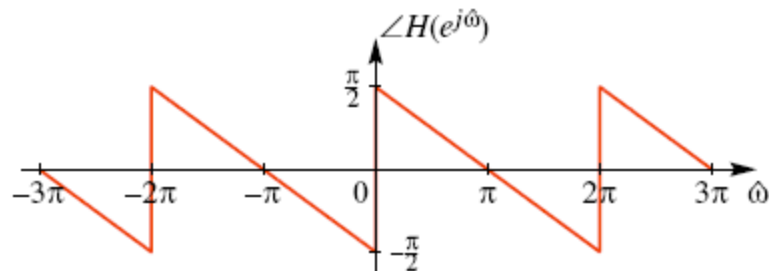
Απόκριση Συχνότητας

$$\begin{aligned}|H(e^{j\hat{\omega}})| &= [(1 - \cos \hat{\omega})^2 + \sin^2 \hat{\omega}]^{1/2} \\ &= [2(1 - \cos \hat{\omega})]^{1/2} = 2|\sin(\hat{\omega}/2)|\end{aligned}$$

$$\angle H(e^{j\hat{\omega}}) = \arctan\left(\frac{\sin \hat{\omega}}{1 - \cos \hat{\omega}}\right)$$



(α)

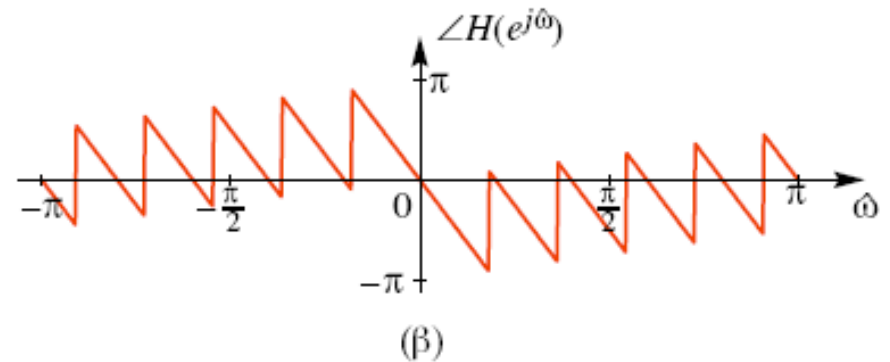
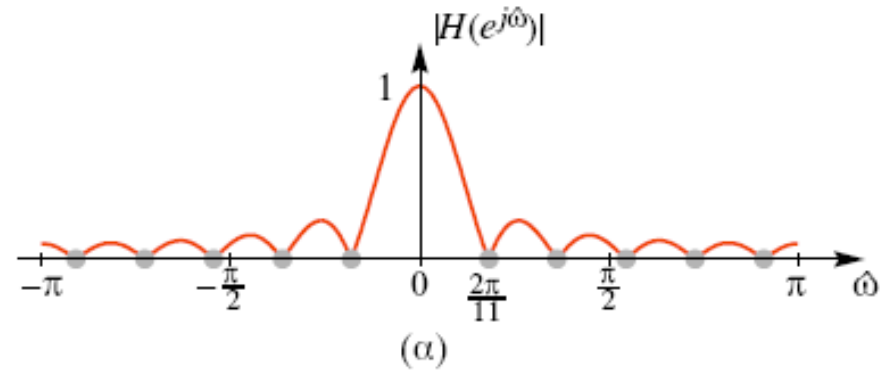
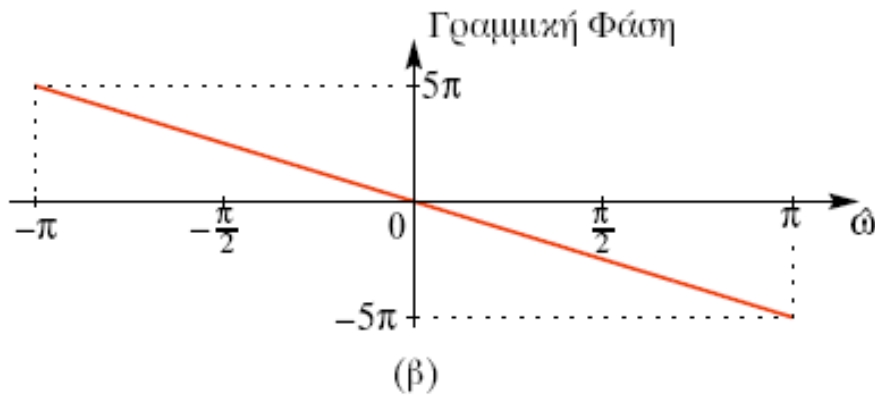
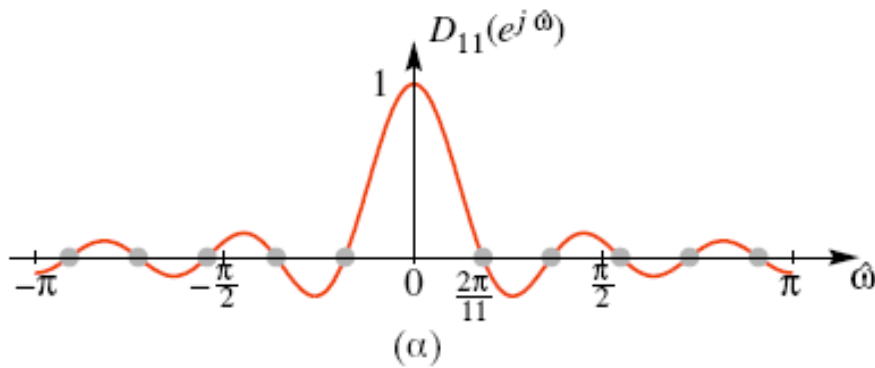


(β)

Απόκριση Συχνότητας

Μη Αναδιπλωμένη Μορφή

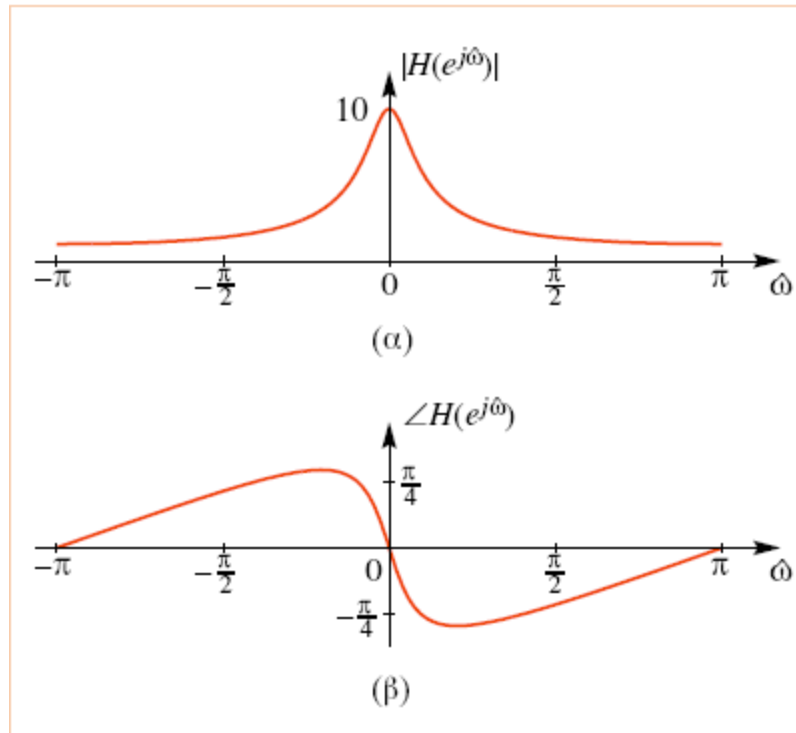
Αναδιπλωμένη Μορφή



Απόκριση Συχνότητας

1-ης τάξης IIR Φίλτρο:

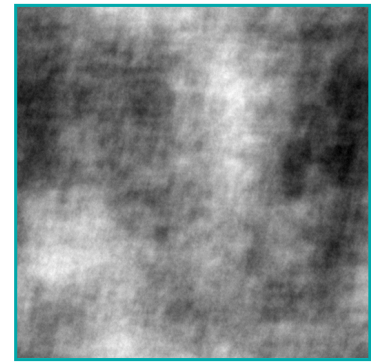
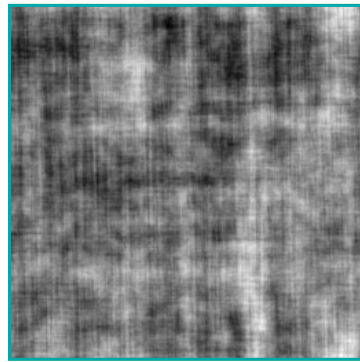
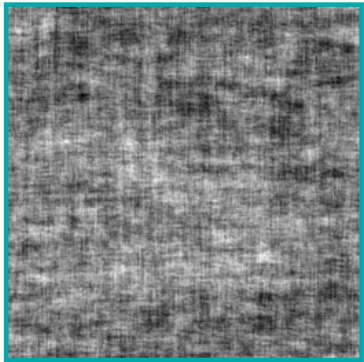
$$H(z) = \frac{1}{1 - 0.8z^{-1}}$$



Απόκριση Συχνότητας



Τυχαιοποίηση Απόκριση Φάσης

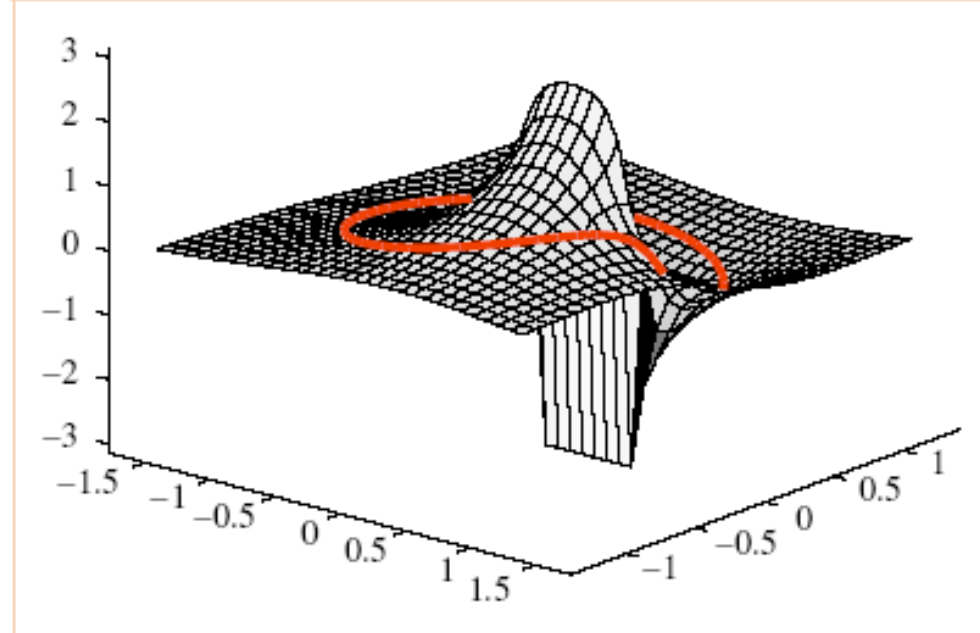
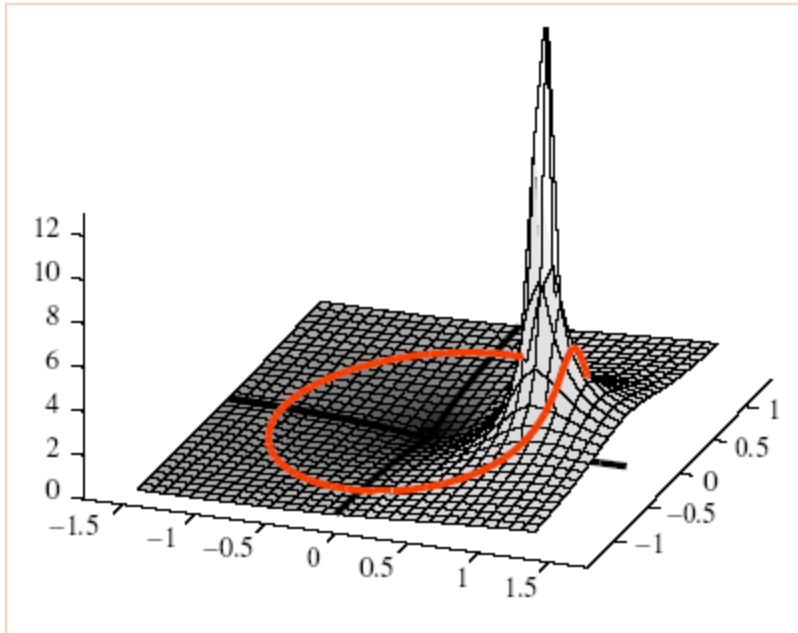


Απόκριση Συχνότητας

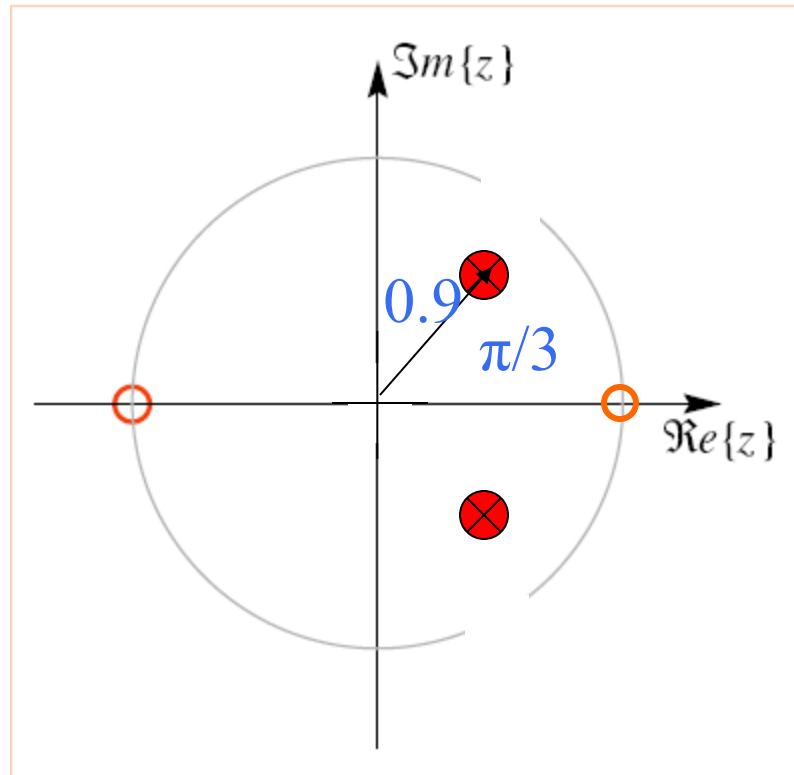
1-ης τάξης IIR Φίλτρο (Συνέχεια)

Απόκριση Μέτρου:

Απόκριση Φάσης:

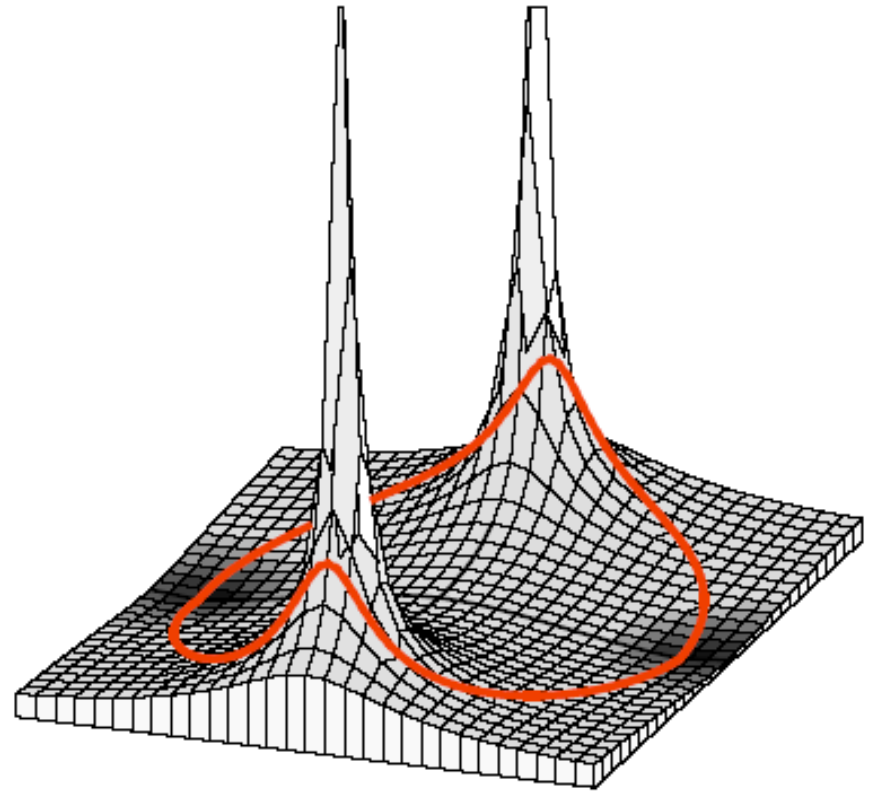
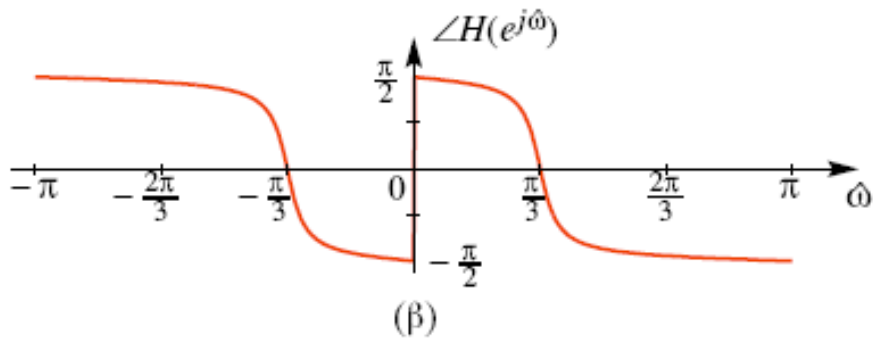
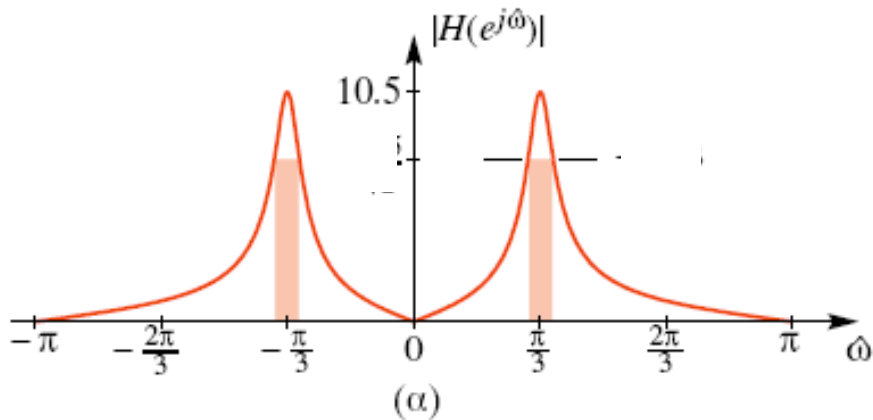


Απόκριση Συχνότητας-ΠR Φίλτρα

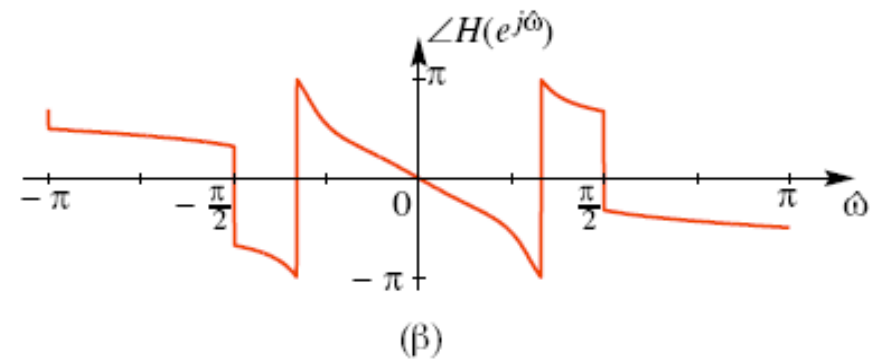
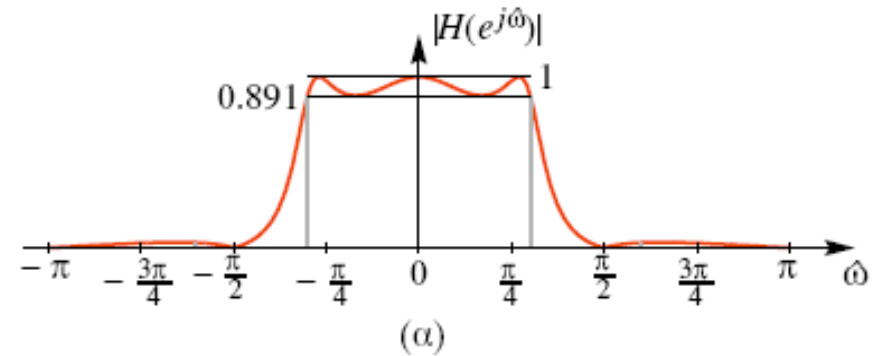
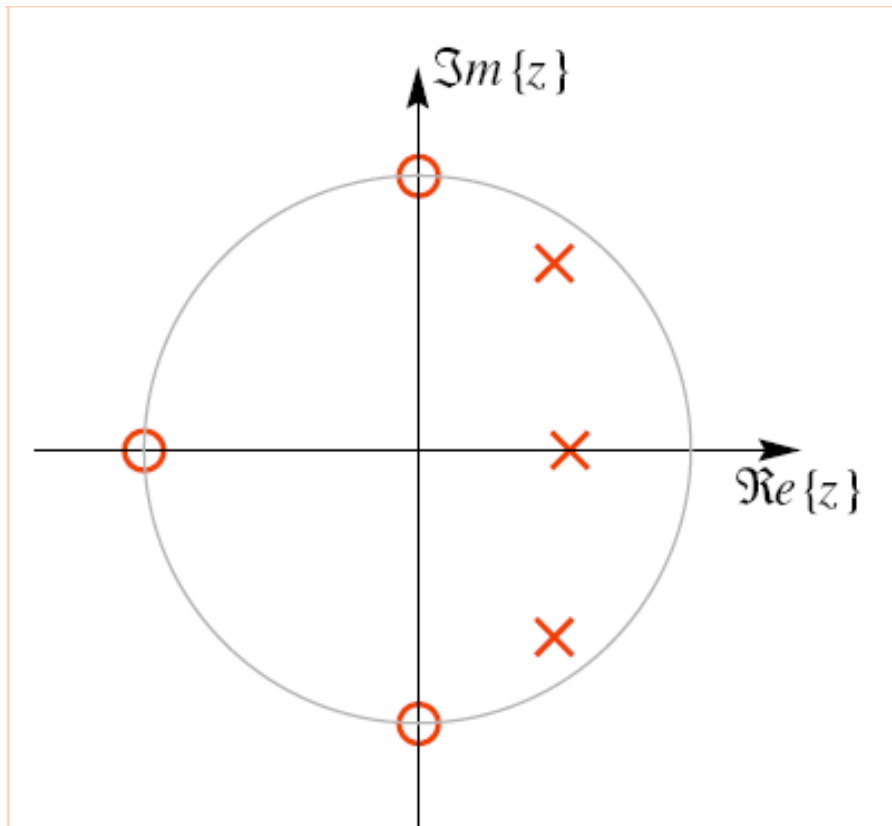


Απόκριση Συχνότητας-ΠR Φίλτρα

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 - 0.9z^{-1} + 0.81z^{-2}}$$



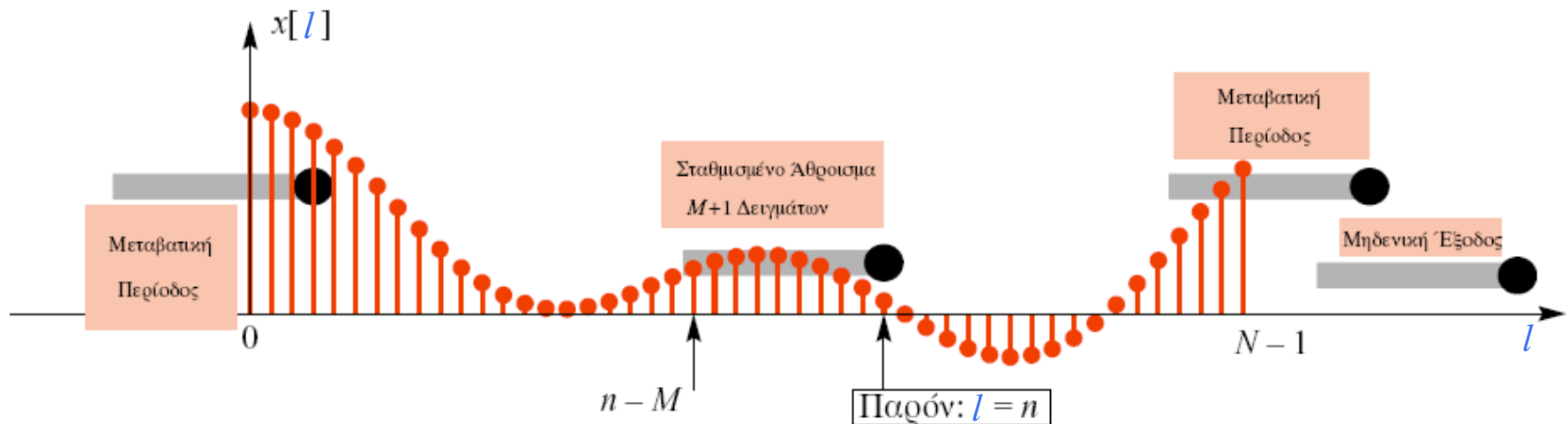
Απόκριση Συχνότητας-ΠR Φίλτρα



Μεταβατικά Φαινόμενα - FIR Φίλτρα

Υποθέσεις:

1. Το μήκος της κρουστικής απόκρισης του αιτιατού συστήματος είναι M .
2. Το σήμα που θέλουμε να επεξεργαστούμε με το σύστημα έχει μήκος N δείγματα, με $N > M$



Μεταβατικά Φαινόμενα - FIR Φίλτρα



1-η Μεταβατική Περίοδος:

$$y[0] = h[0]x[0]$$

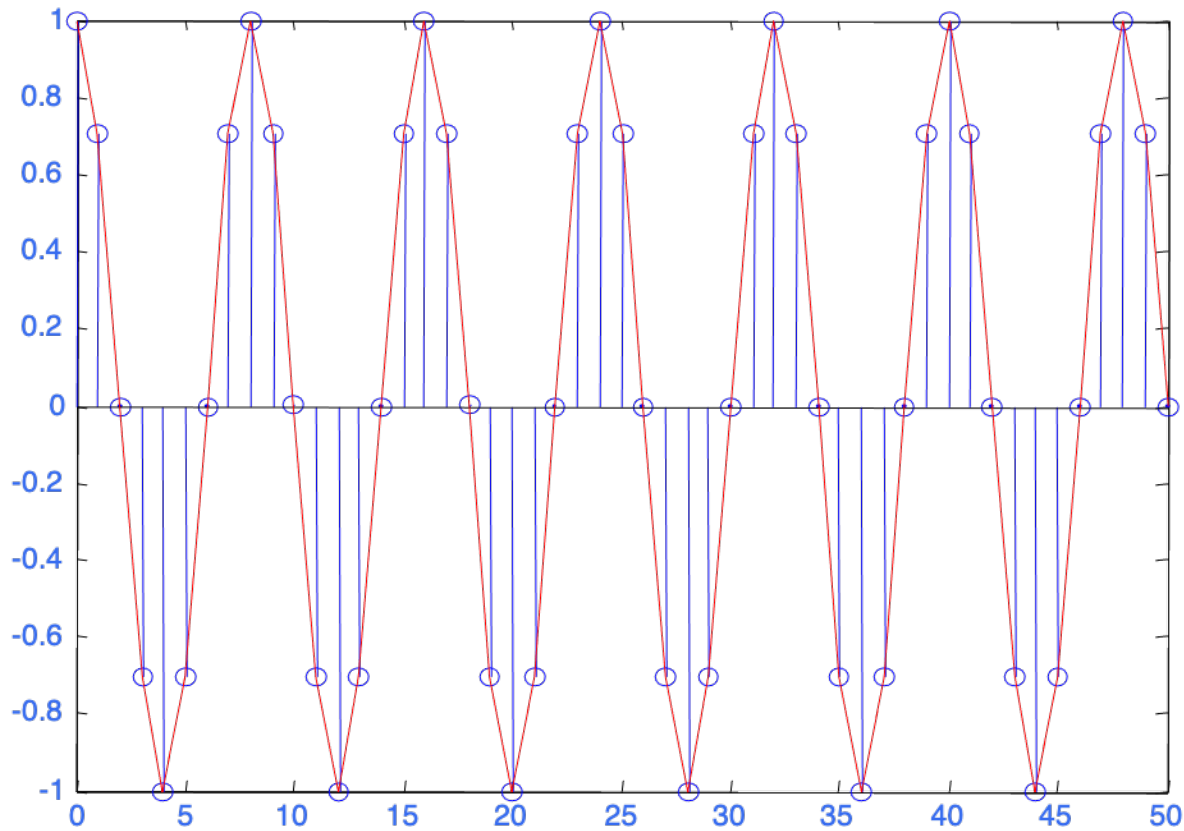
$$y[1] = h[1]x[0] + h[0]x[1]$$

·
·
·

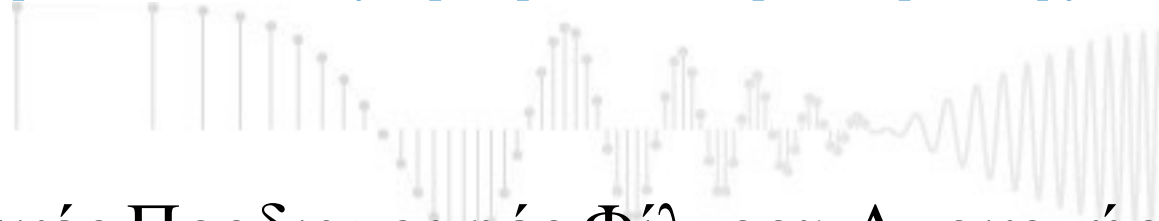
$$y[M - 2] = h[M - 2]x[0] + h[M - 3]x[1] + \dots + h[0]x[M - 2]$$

Μεταβατικά Φαινόμενα - FIR Φίλτρα

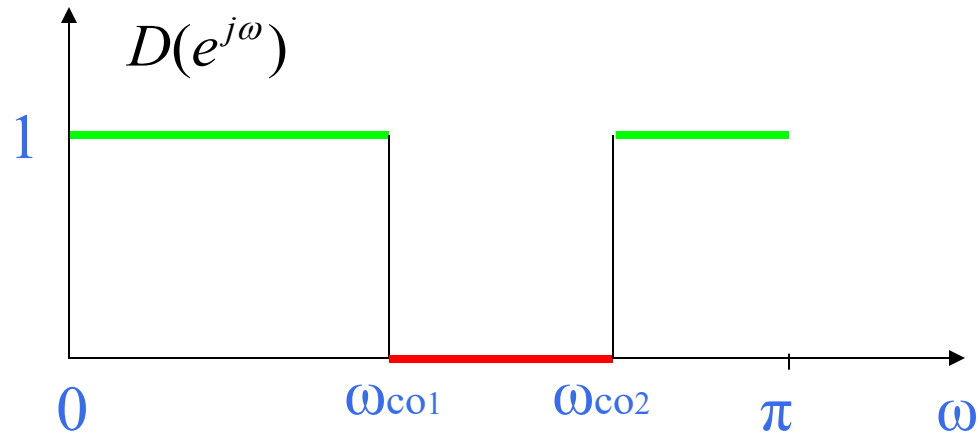
$$x[n] = \cos\left(2\pi \frac{1000}{8000} n\right)$$



Φίλτρα-Επιθυμητή Απόκριση Συχνότητας



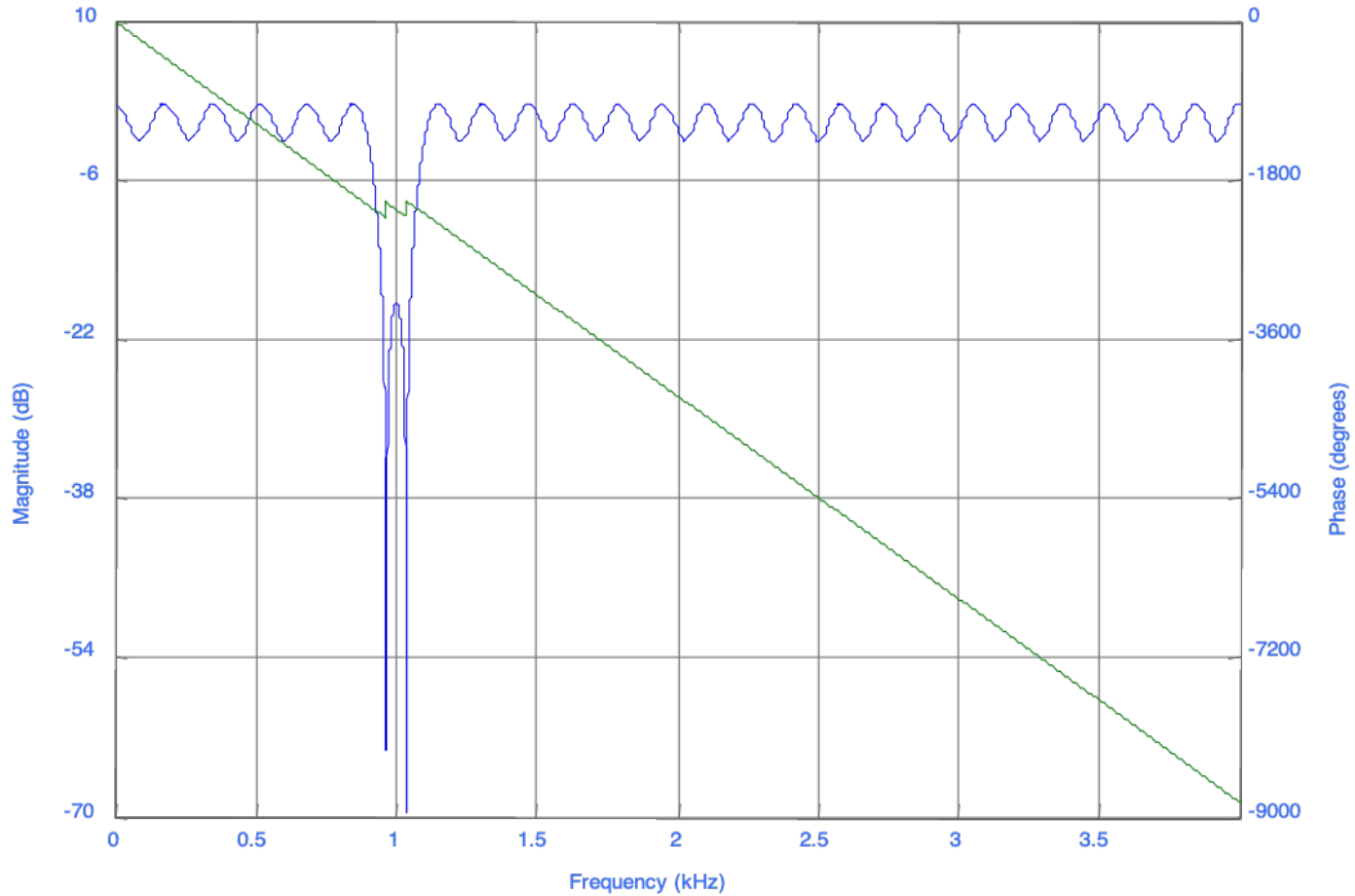
Ιδανικές Προδιαγραφές Φίλτρου Αποκοπής Ζώνης



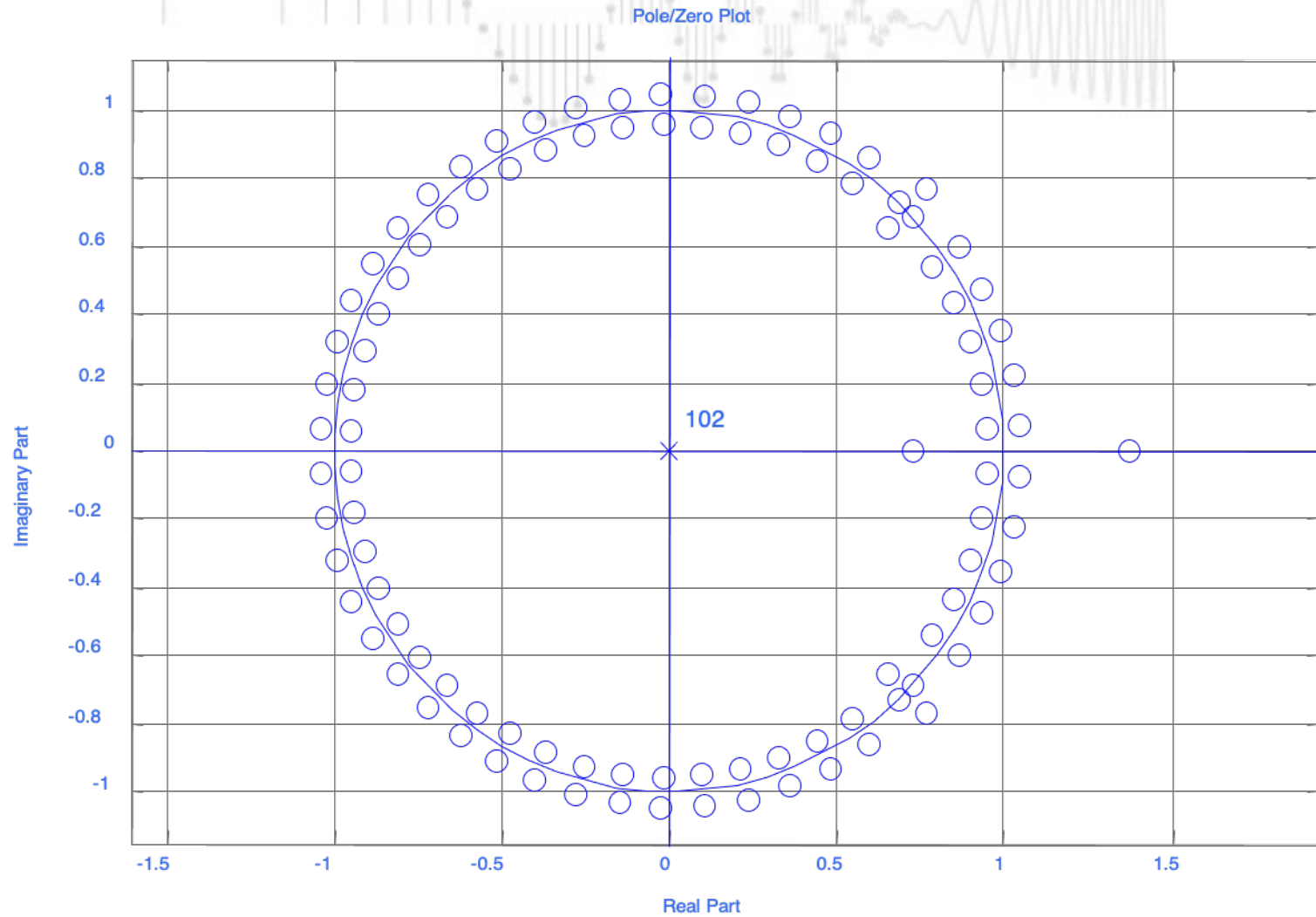
Μεταβατικά Φαινόμενα - FIR Φίλτρα



Magnitude (dB) and Phase Responses



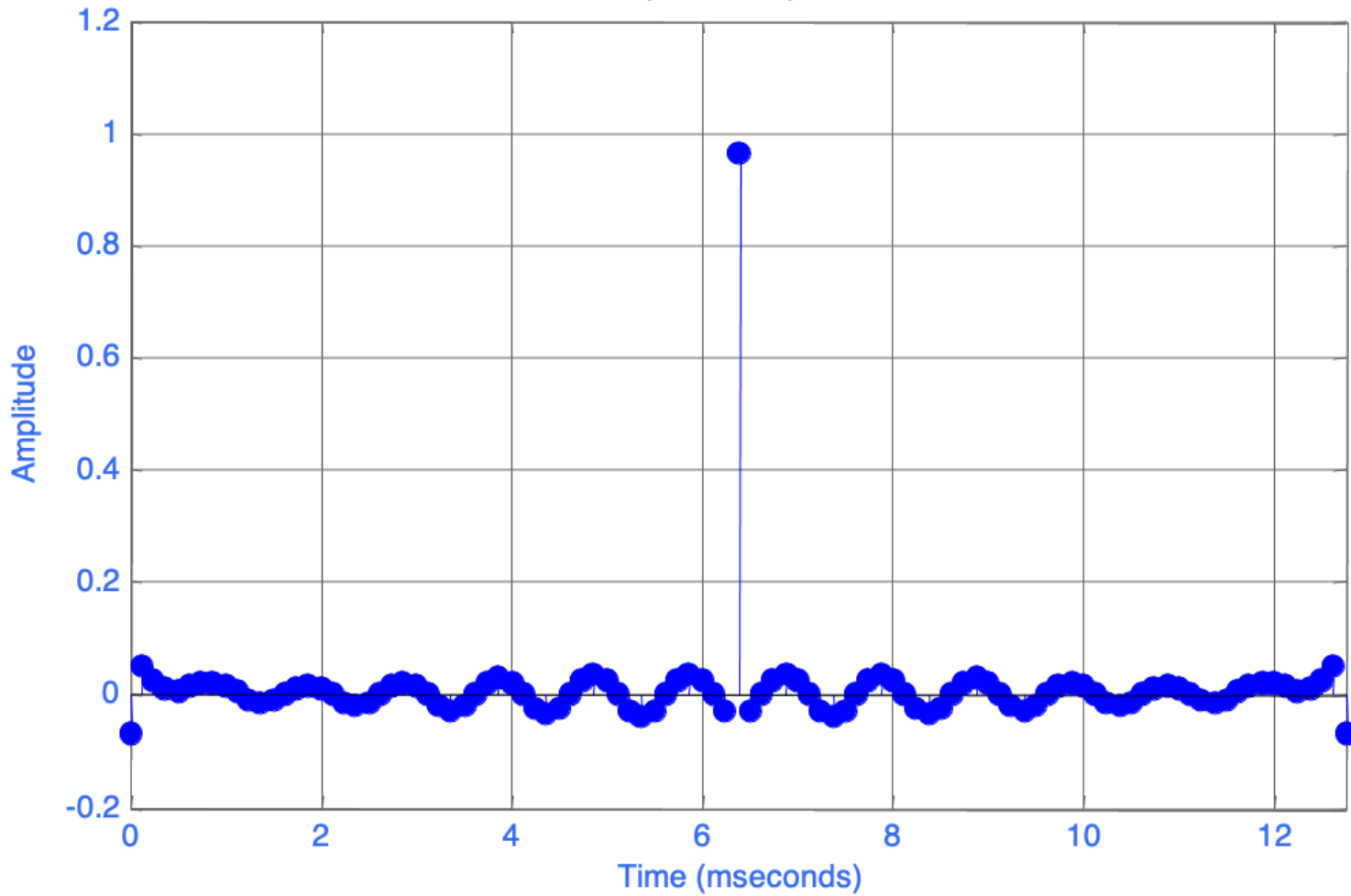
Μεταβατικά Φαινόμενα - FIR Φίλτρα



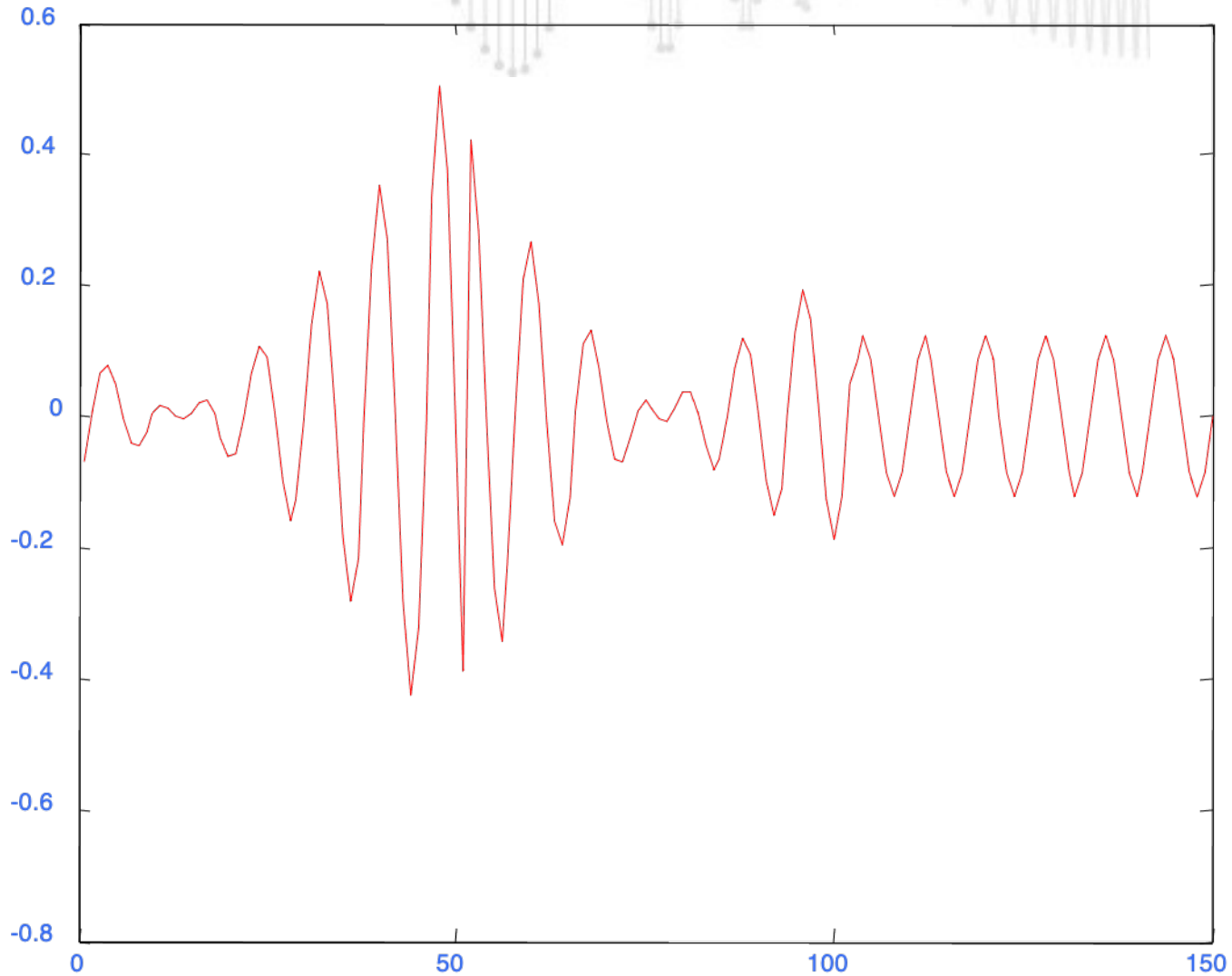
Μεταβατικά Φαινόμενα - FIR Φίλτρα



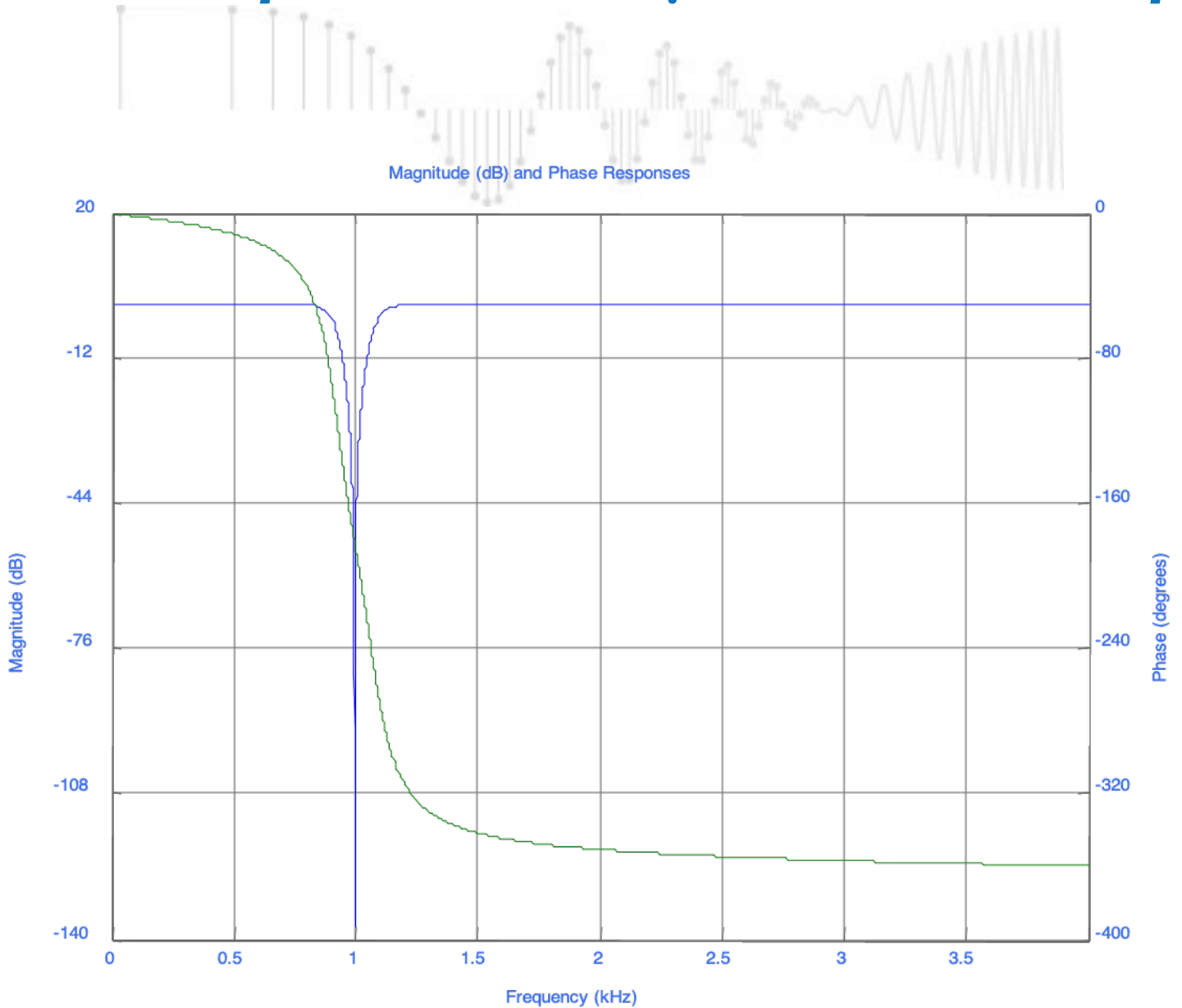
Impulse Response



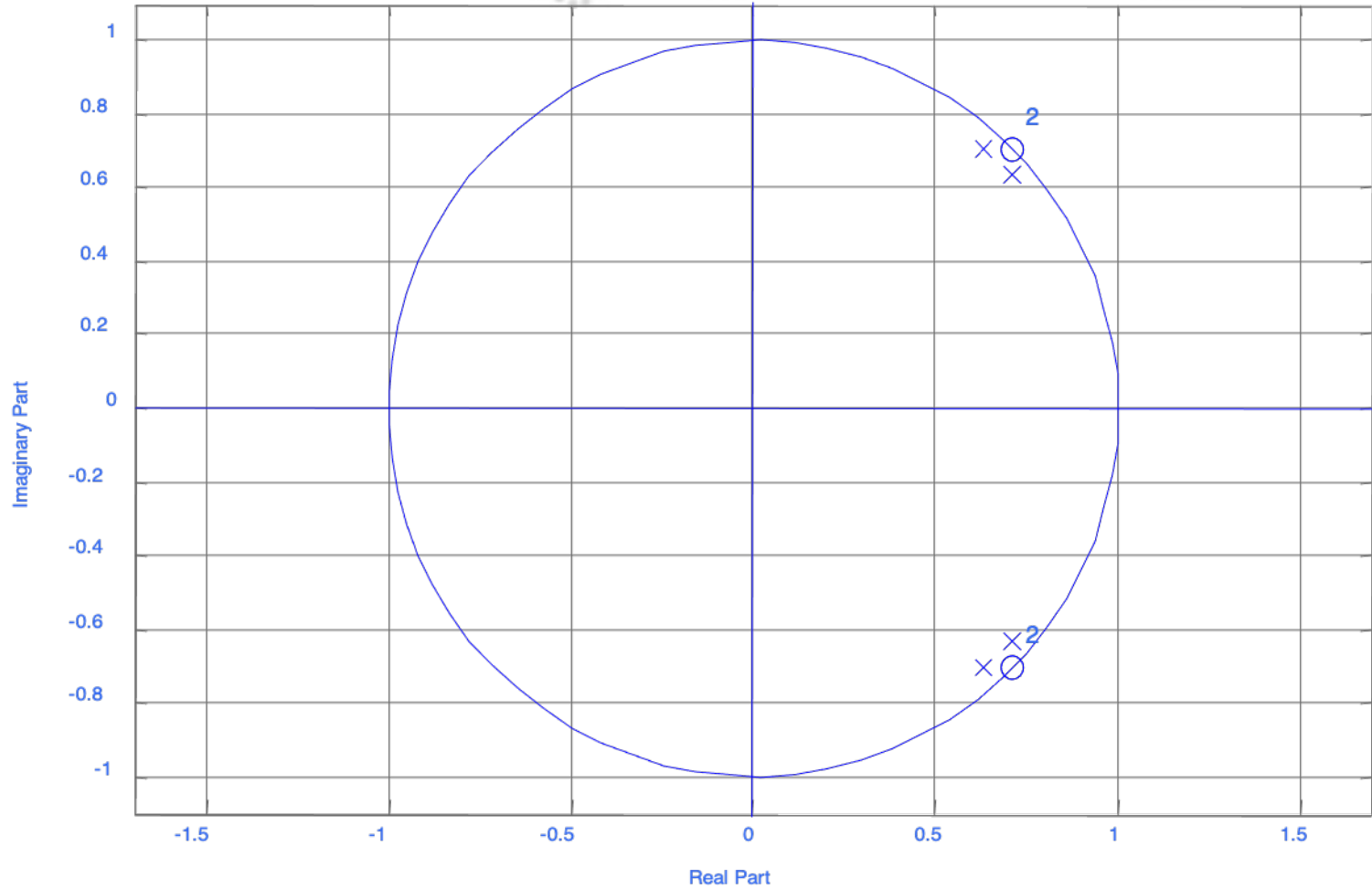
Μεταβατικά Φαινόμενα - FIR Φίλτρα



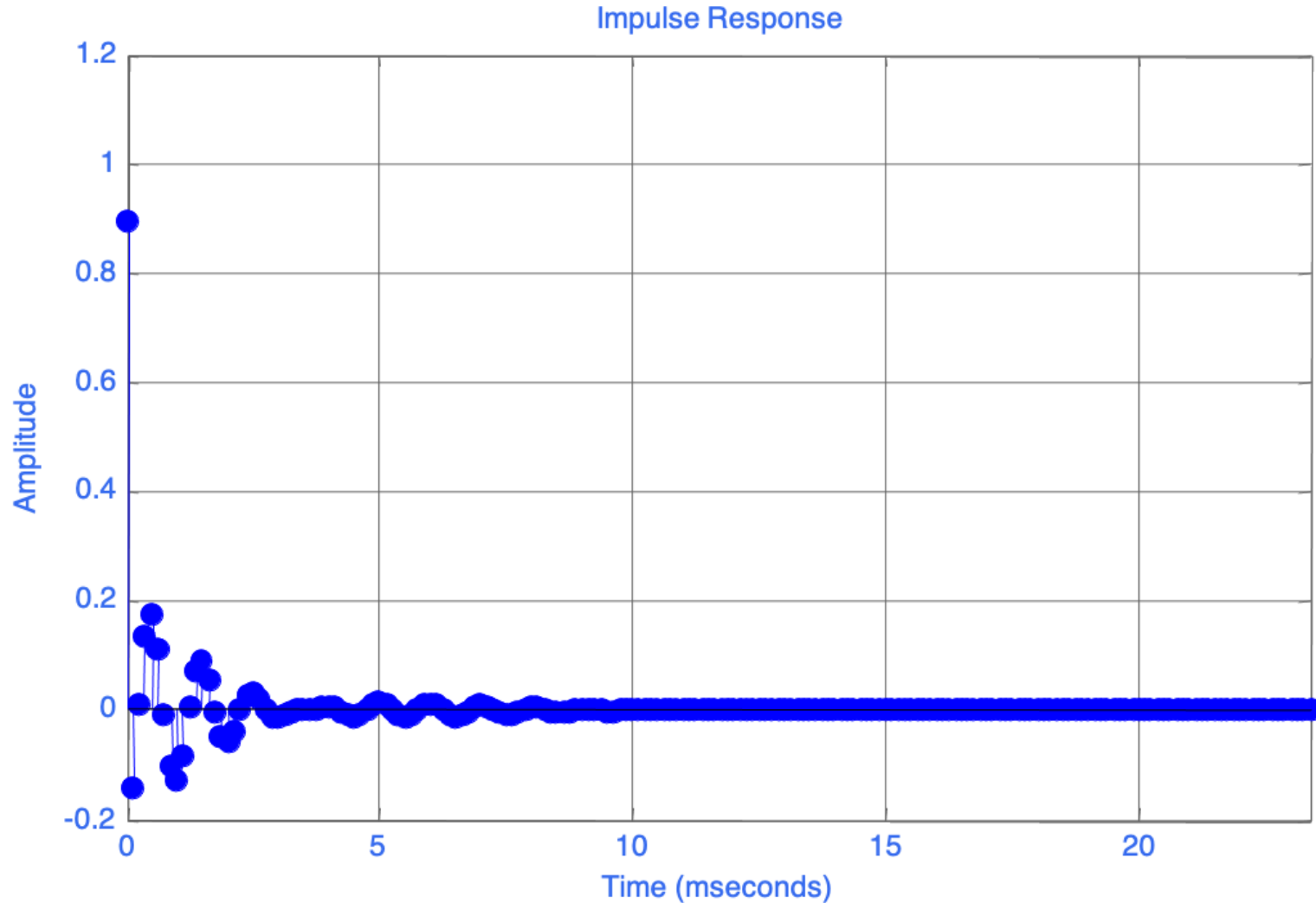
Μεταβατικά Φαινόμενα - FIR Φίλτρα



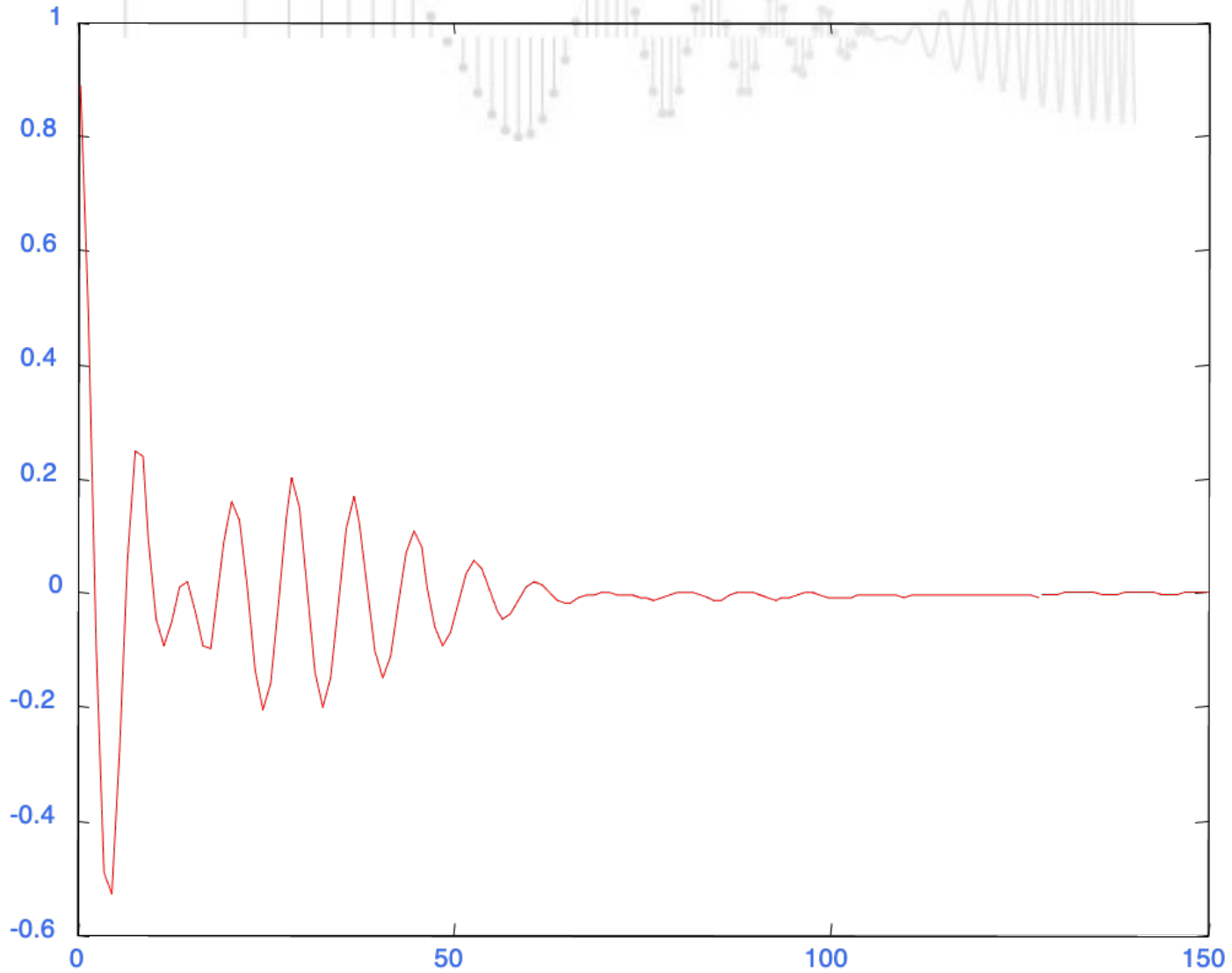
Μεταβατικά Φαινόμενα - FIR Φίλτρα



Μεταβατικά Φαινόμενα - FIR Φίλτρα

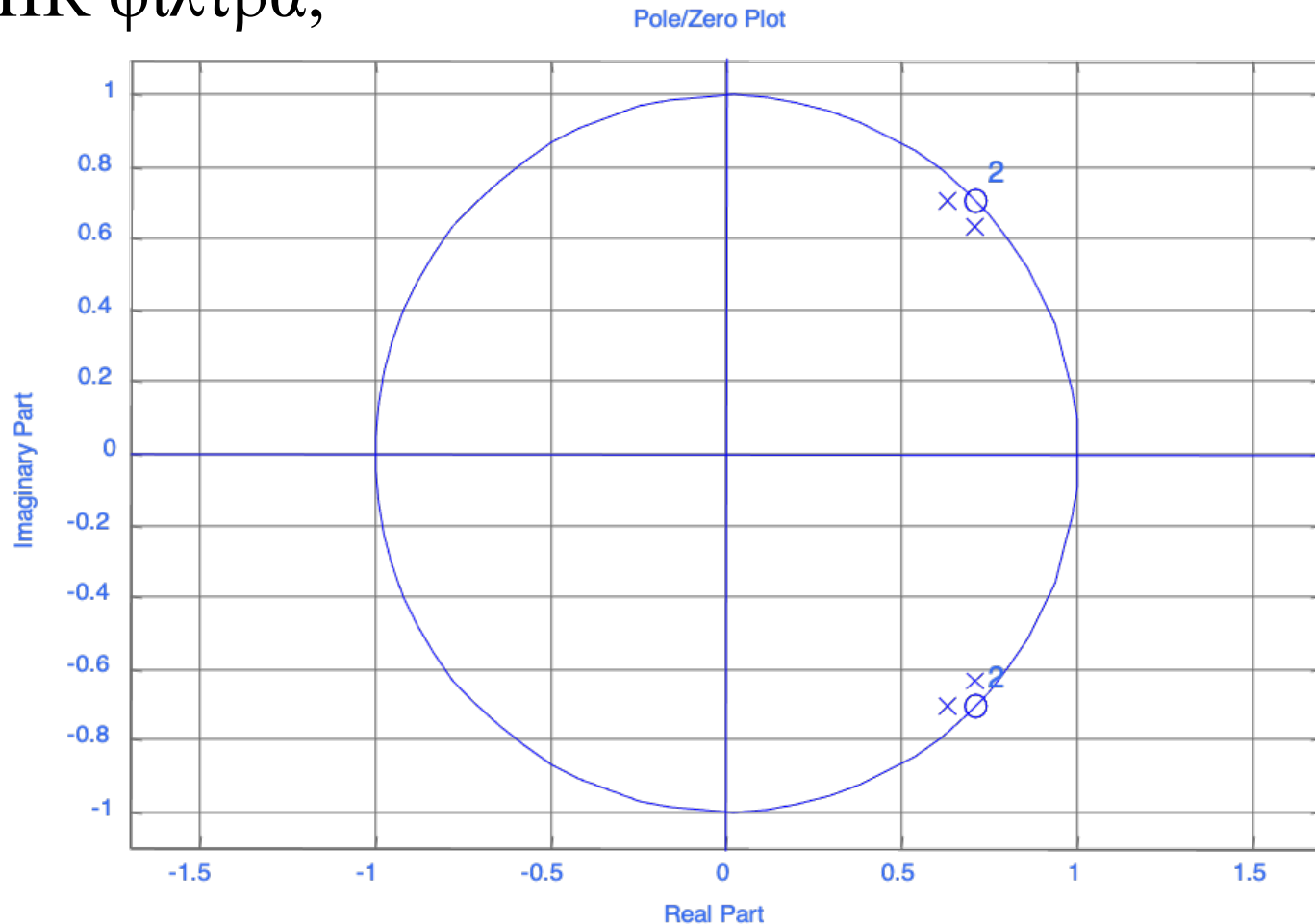


Μεταβατικά Φαινόμενα - ΠR Φίλτρα

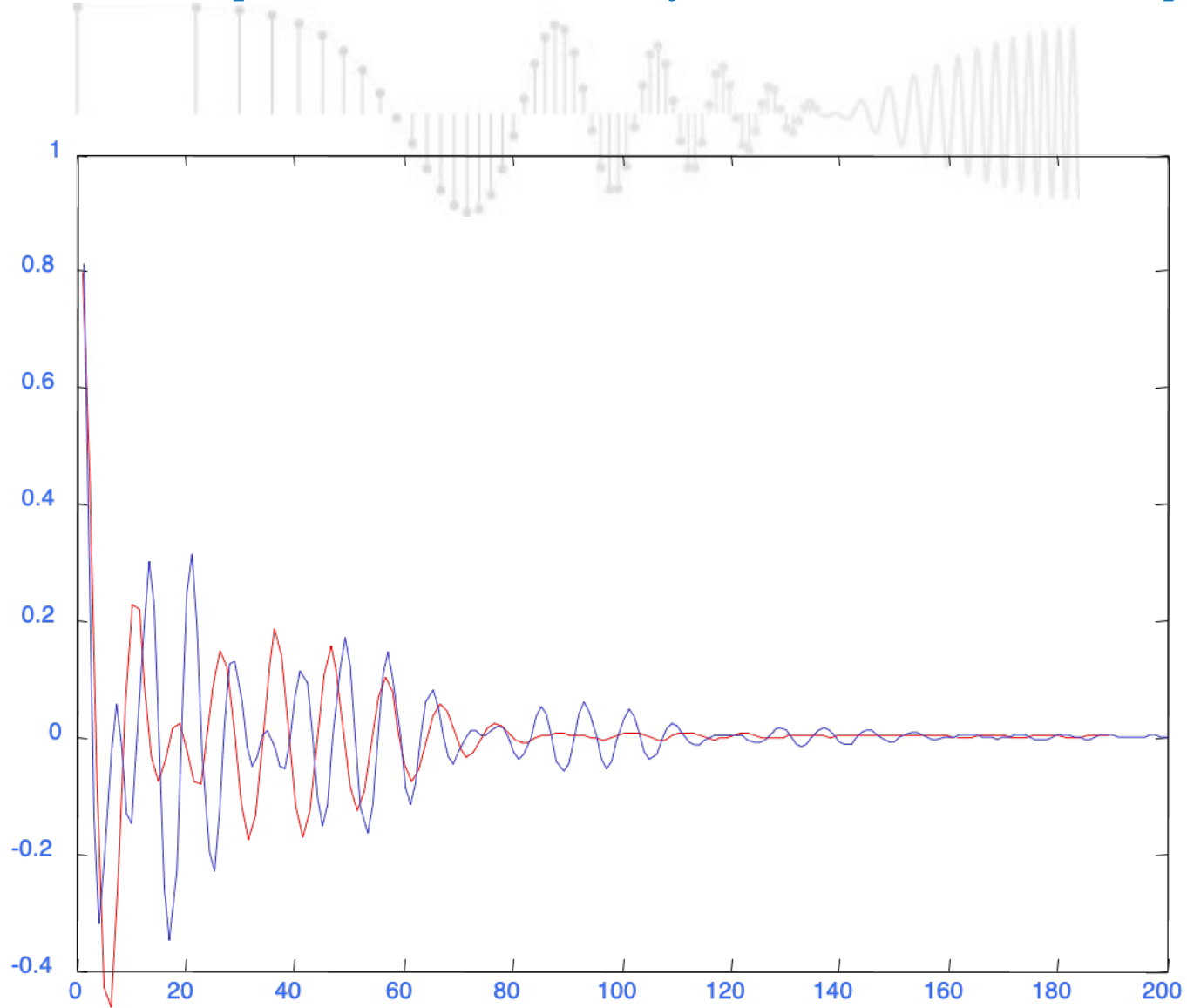


Μεταβατικά Φαινόμενα - ΠR Φίλτρα

Τι καθορίζει την διάρκεια των μεταβατικών φαινομένων στα ΠR φίλτρα;



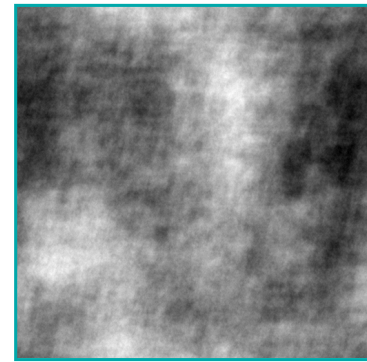
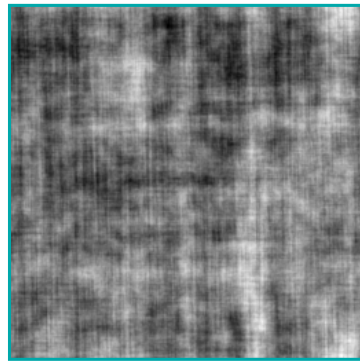
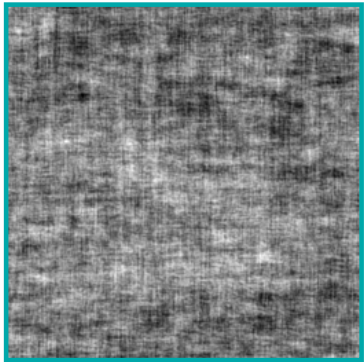
Μεταβατικά Φαινόμενα - ΠΡ Φίλτρα



Απόκριση Συχνότητας

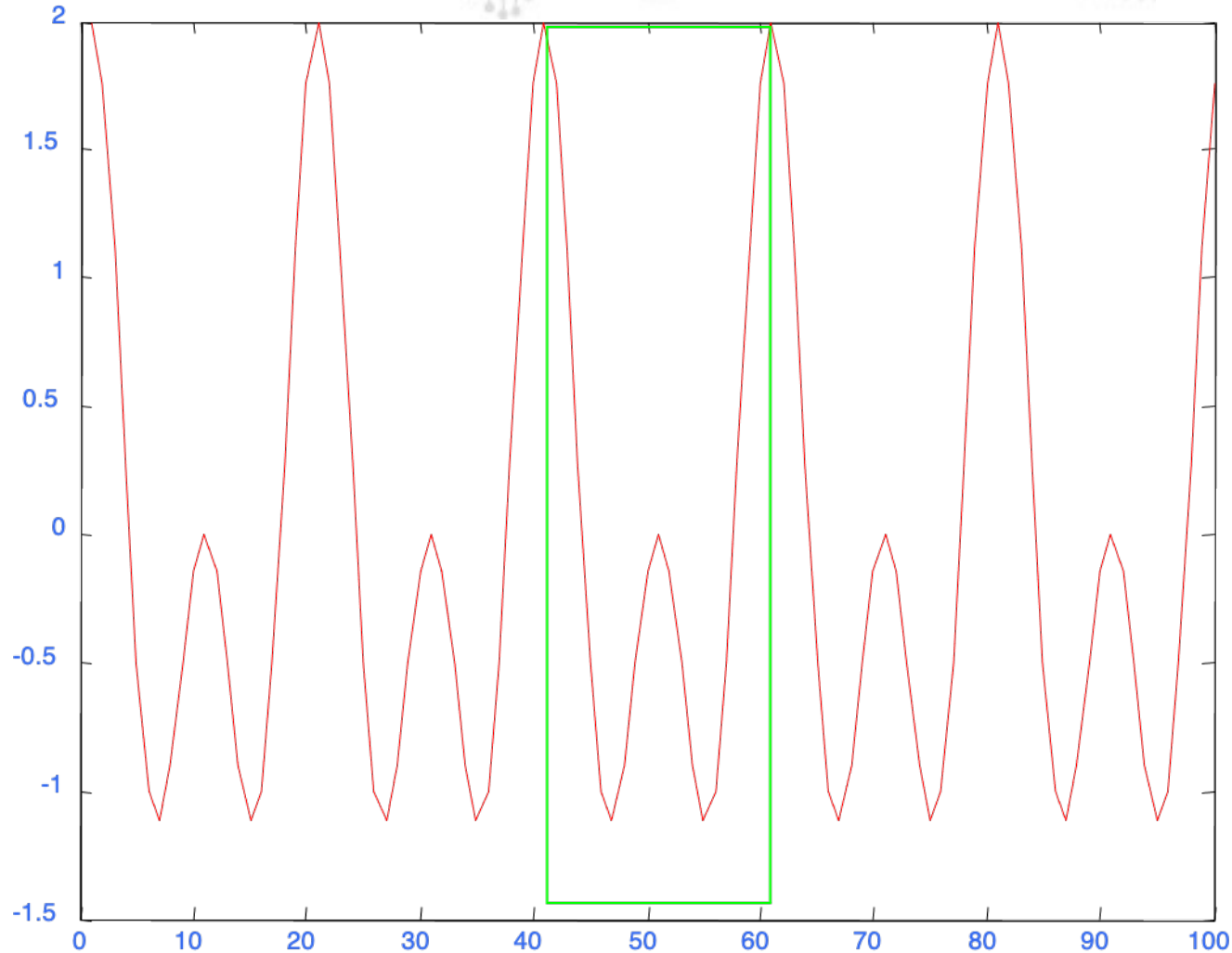


Τυχαιοποίηση Απόκριση Φάσης



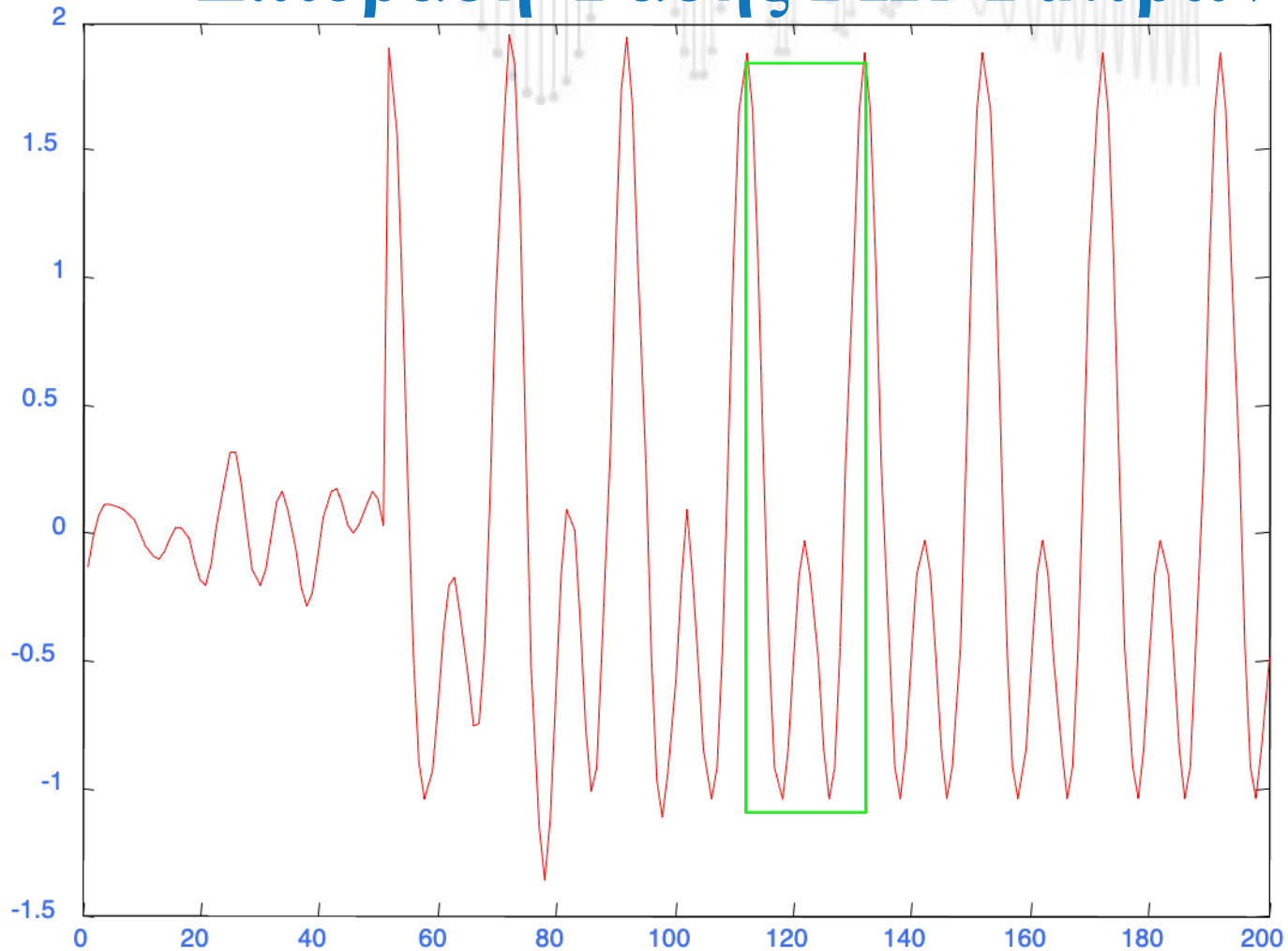
Μεταβατικά Φαινόμενα - Φίλτρα

$$x[n] = \cos\left(2\pi \frac{400}{8000} n\right) + \cos\left(2\pi \frac{800}{8000} n\right)$$



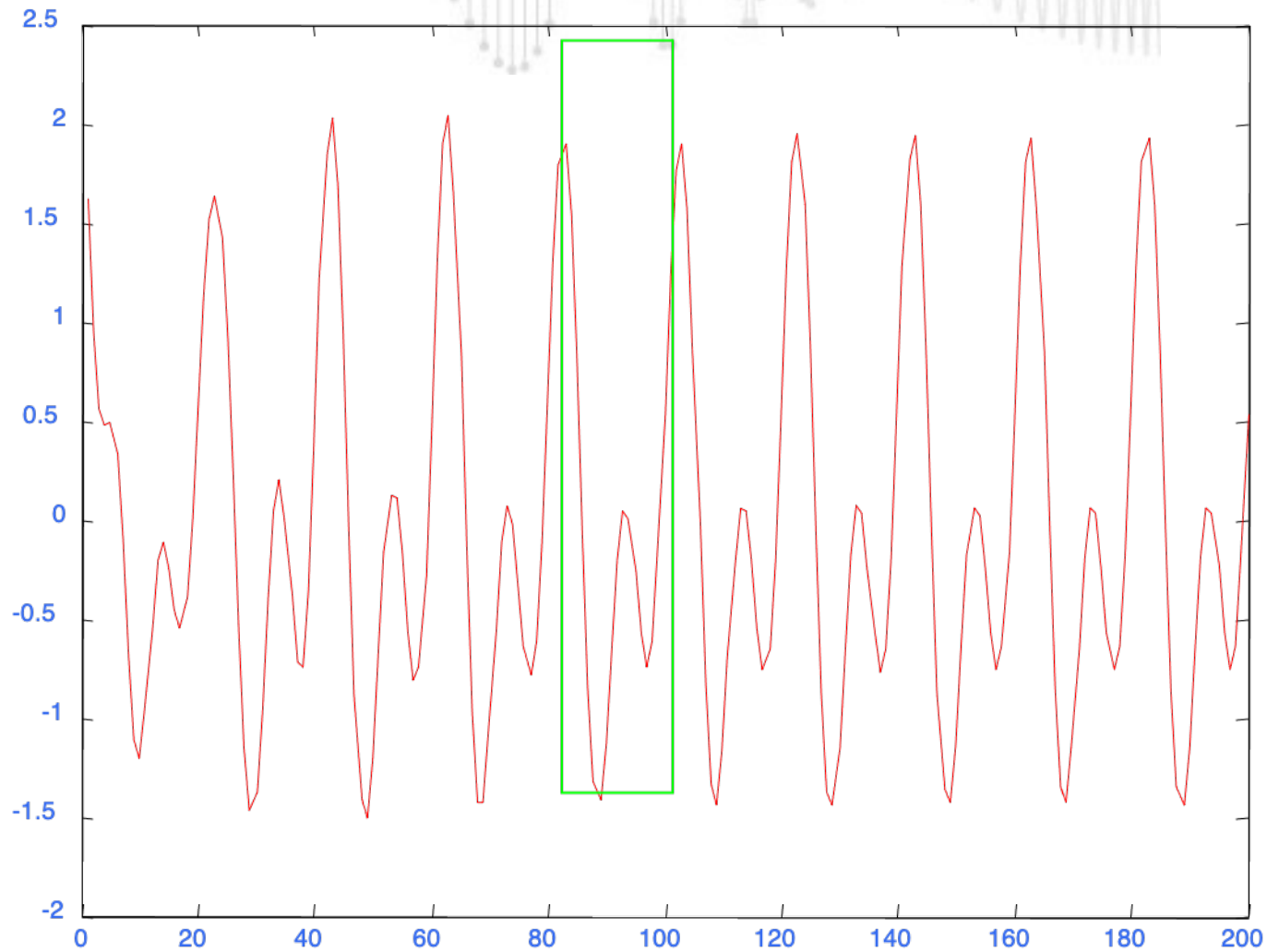
Μεταβατικά Φαινόμενα

Επίδραση Φάσης FIR Φίλτρων



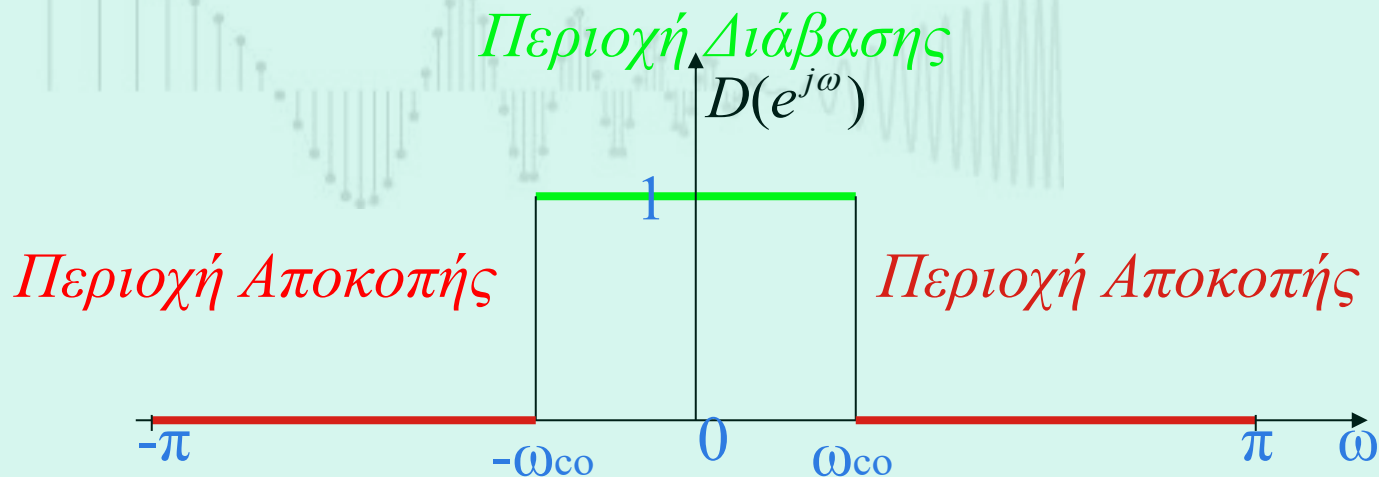
Μεταβατικά Φαινόμενα

Επίδραση Φάσης ΠR Φίλτρων

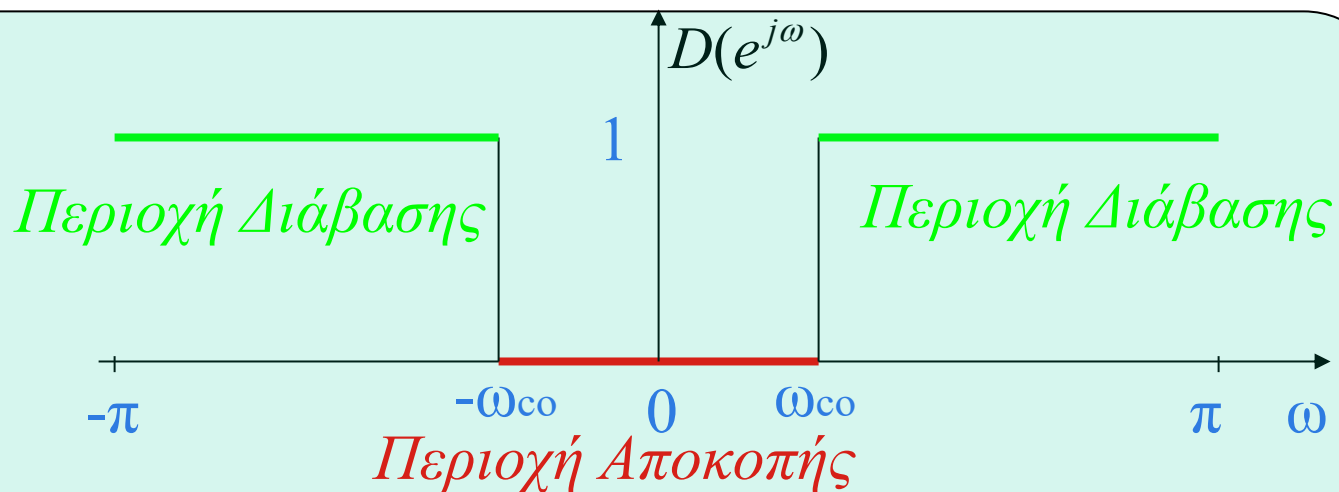


Φίλτρα - Επιθυμητή Απόκριση Συχνότητας

Κατωπερατό

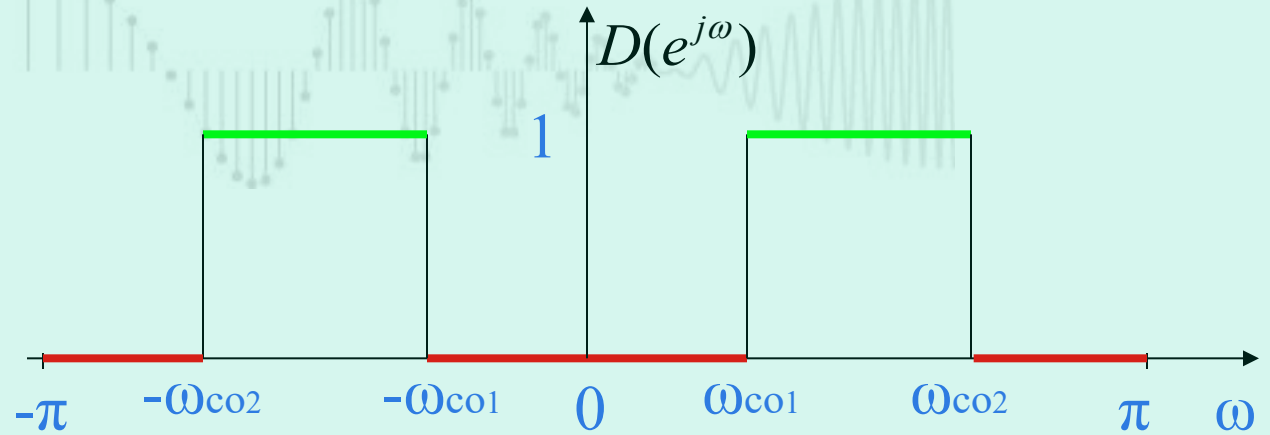


Υψηπερατό

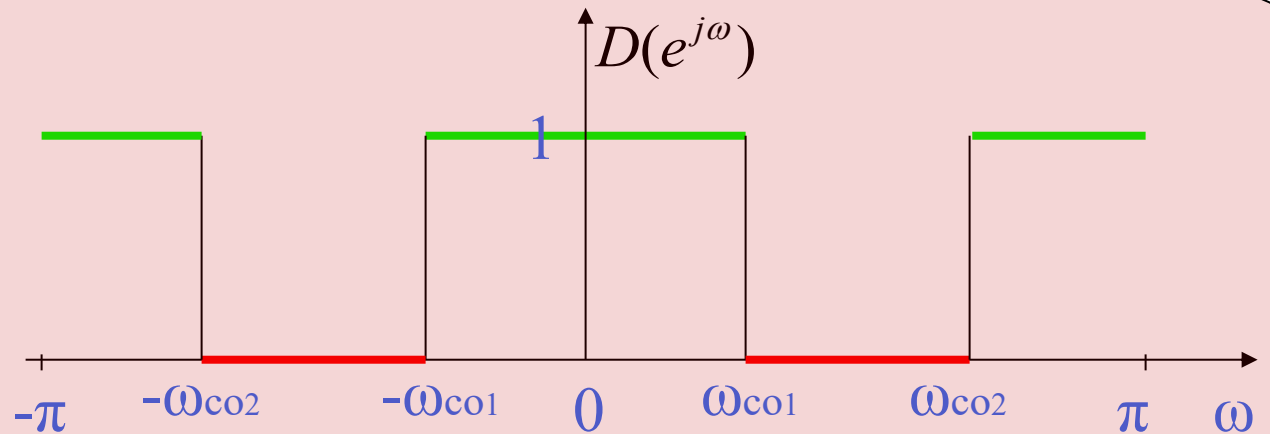


Φίλτρα - Επιθυμητή Απόκριση Συχνότητας

Ζωνοπερατό

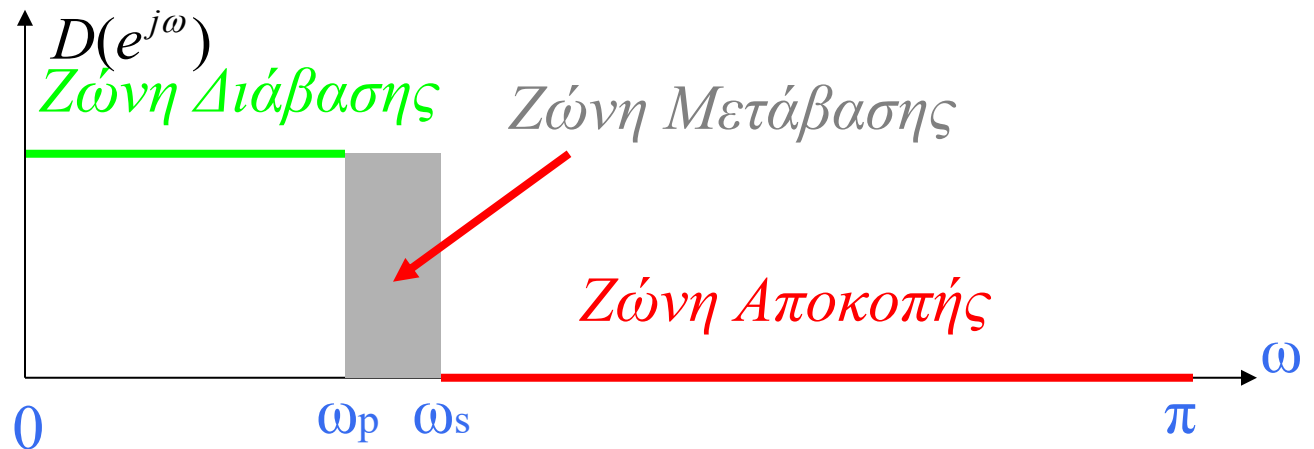
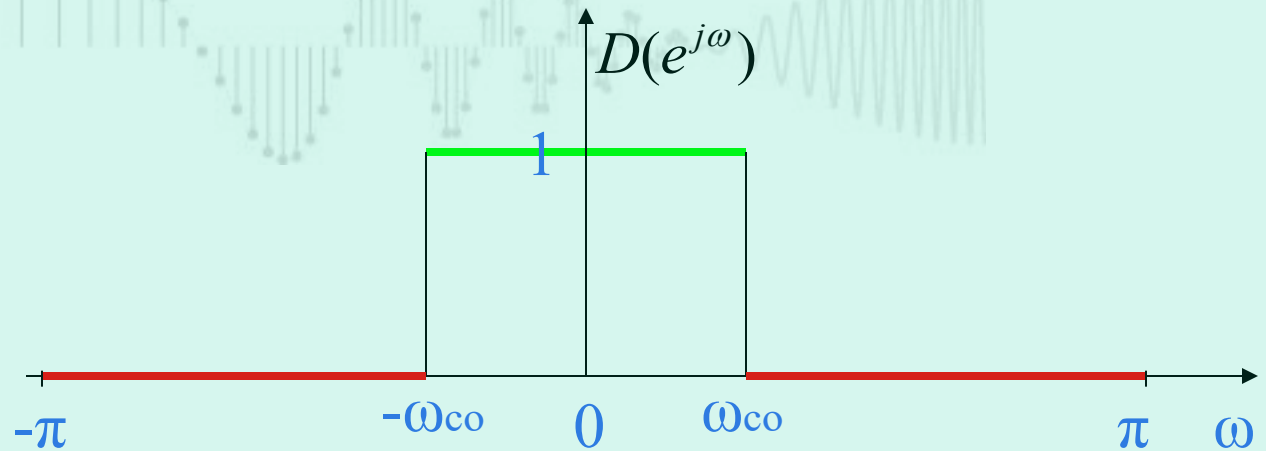


Αποκοπής Ζώνης



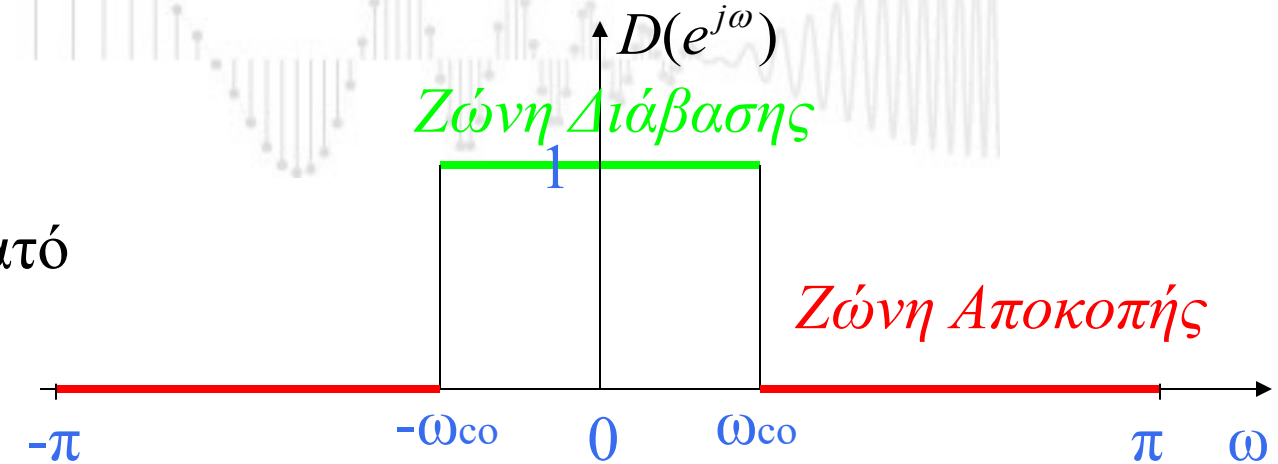
Φίλτρα - Επιθυμητή Απόκριση Συχνότητας

Κατωπερατό



Φίλτρα - Επιθυμητή Απόκριση Συχνότητας

Ιδανικό Κατωπερατό



Πρακτικές
Προδιαγραφές
Κατωπερατού

