



ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ

© Σχεδίαση ΠR Φίλτρων

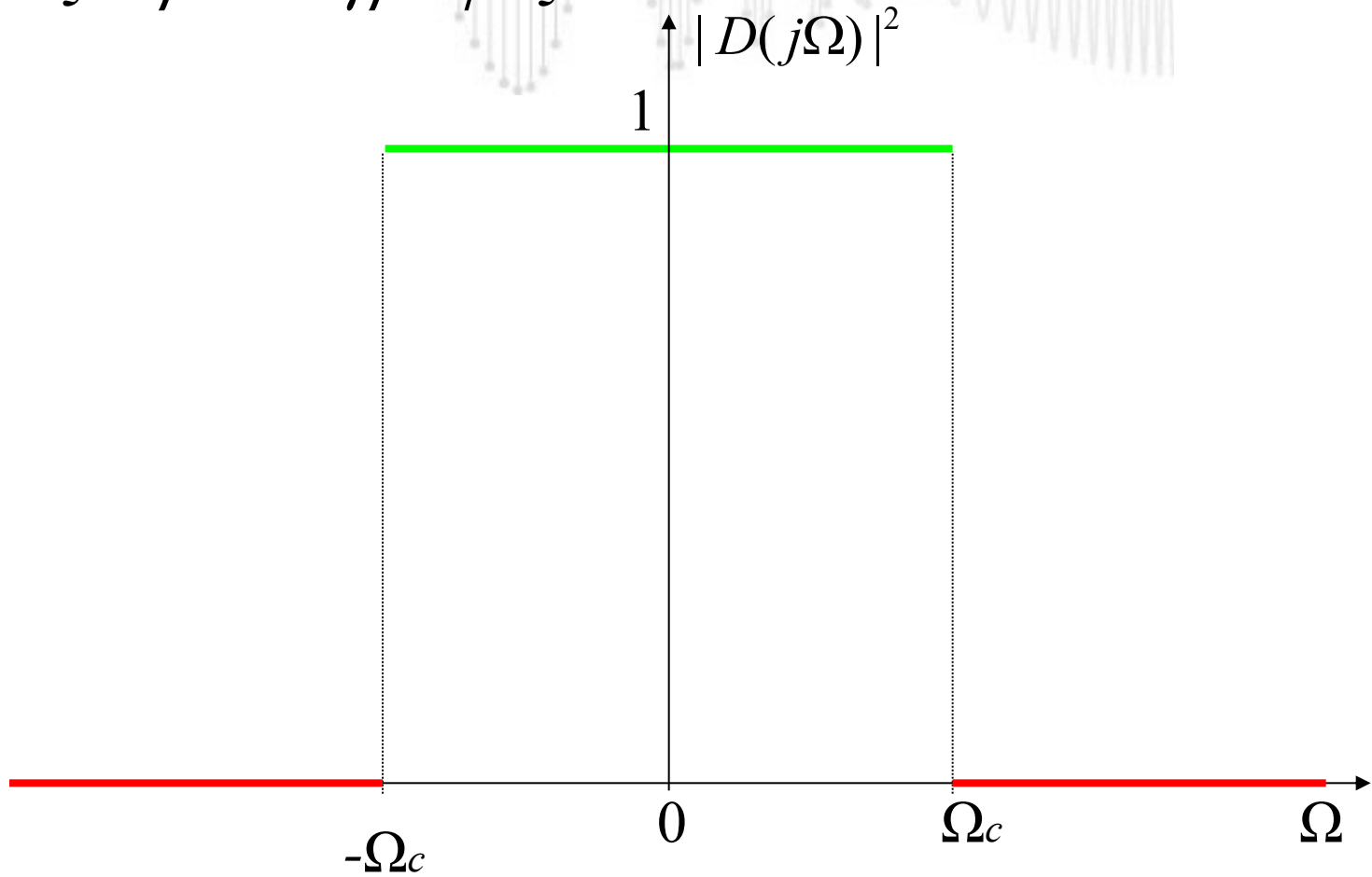
Εμμανουήλ Ζ. Ψαράκης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

Σχεδίαση Κατωπερατών ΠR Φίλτρων

Ιδανικές Προδιαγραφές



Σχεδίαση Κατωπερατών ΠR Φίλτρων

*Προσεγγίσεις ενός σημείου (συχνότητας)
και Σειρά Taylor*

$$F(\Omega_0 + \Delta\Omega) = F(\Omega_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Delta\Omega^n}{n!} \left. \frac{d^n F(\Omega)}{d\Omega^n} \right|_{\Omega=\Omega_0}$$

Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Butterworth*

Μέτρο απόκρισης συχνότητας

$$H(j\Omega)H(-j\Omega) = |H(j\Omega)|^2 = \frac{\sum_{m=0}^M c_m \Omega^{2m}}{\sum_{n=0}^N d_n \Omega^{2n}} = F(\Omega)$$

Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Butterworth*



Απαιτήσεις για βέλτιστη προσέγγιση Σειράς Taylor

$$F(0) = 1$$

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} F(\Omega) = 0$$

$$\frac{d^n F(\Omega)}{d\Omega^n} \Big|_{\Omega=\{0,\infty\}} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, 2N - 1$$

Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Butterworth*

Μέτρο απόκρισης συχνότητας στο τετράγωνο

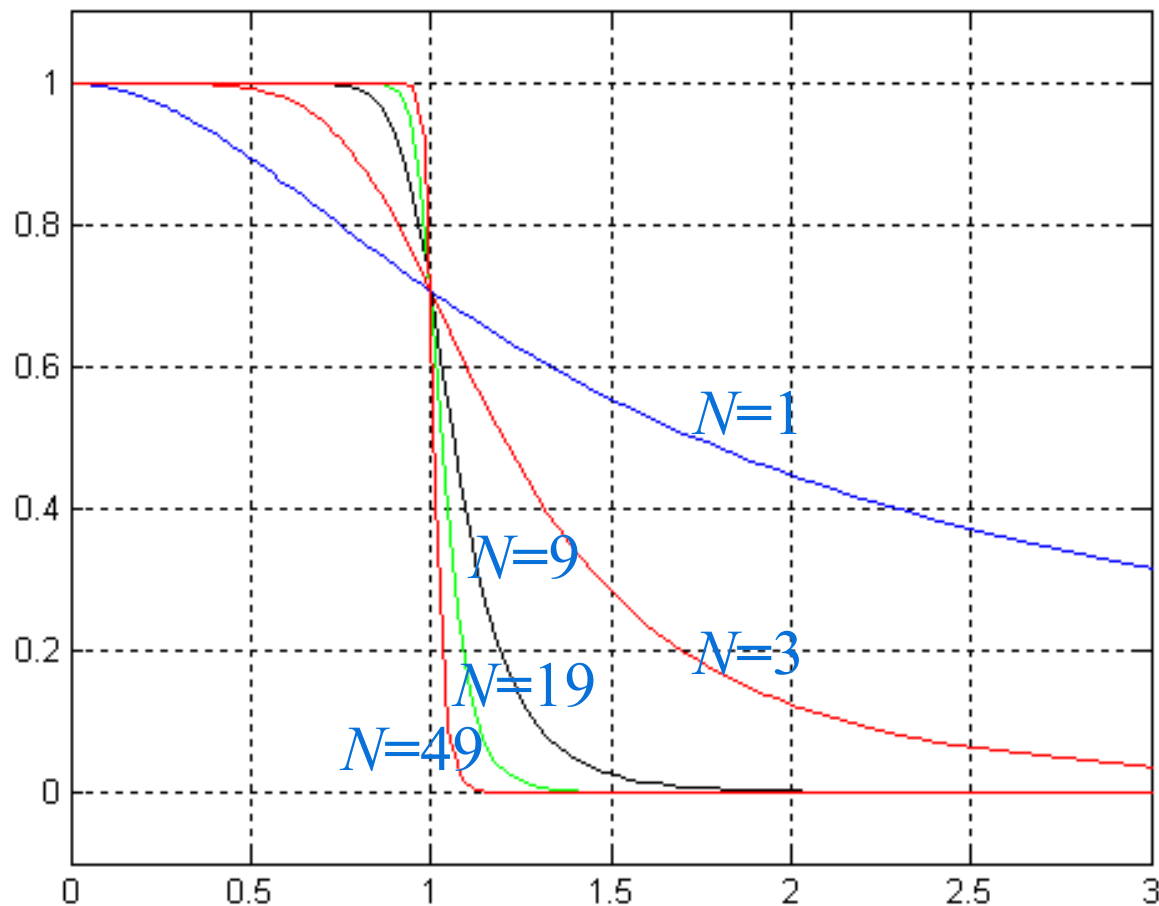
$$|H(j\Omega)|^2 = \frac{\sum_{n=0}^M d_n \Omega^{2n}}{\sum_{n=0}^M d_n \Omega^{2n} + d_N \Omega^{2N}}$$

*Η απλούστερη μορφή αντιστοιχεί στο φίλτρο *Butterworth**

$$|H_B(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + d_N \Omega^{2N}}$$

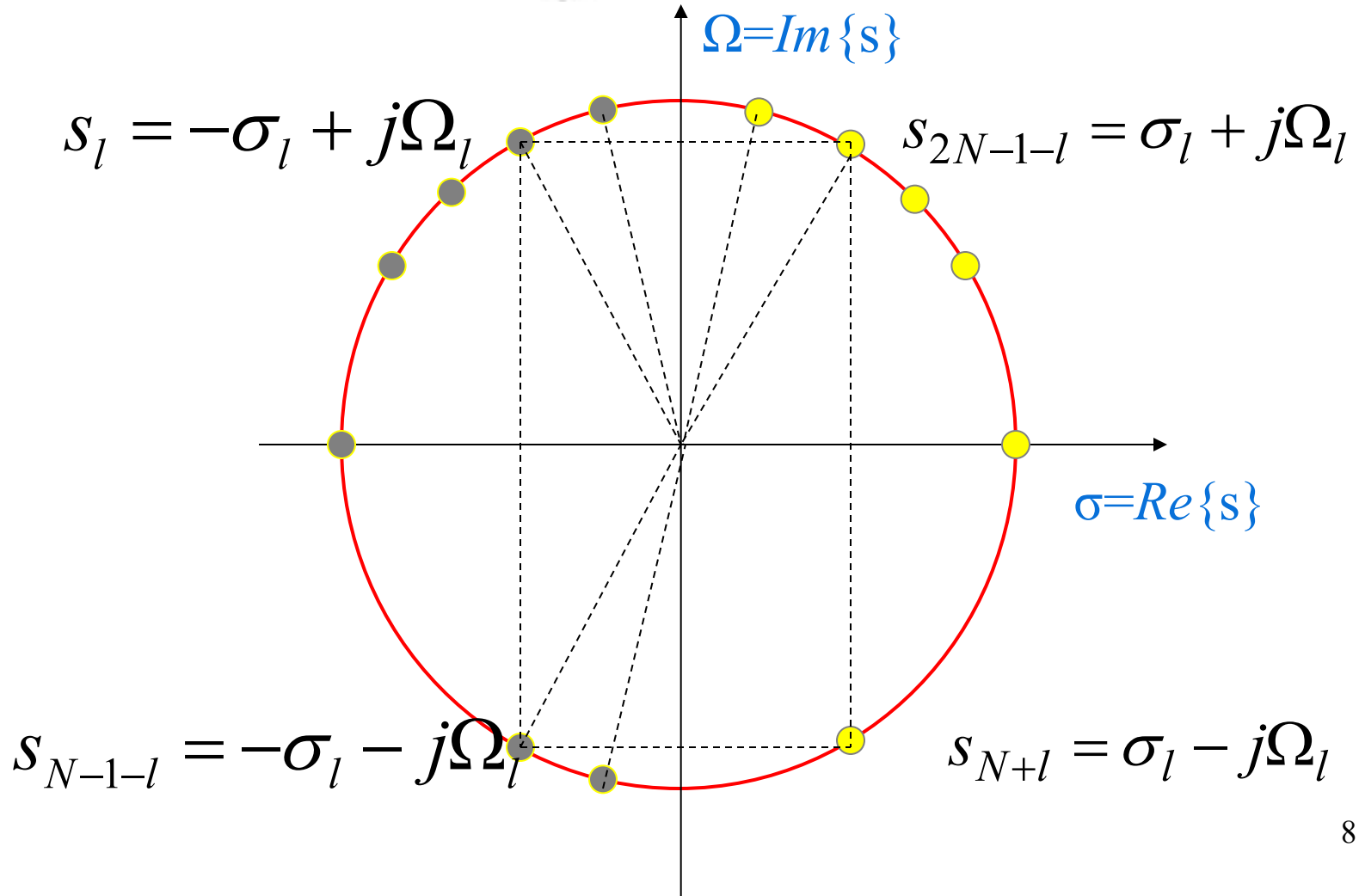
Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Butterworth*

Κανονικοποιημένο Butterworth $|H_B(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \Omega^{2N}}$



Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Butterworth*

Θέσεις Πόλων



Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Butterworth*

Συνάρτηση Μεταφοράς

$$H_B(s) = \prod_{l=0}^{N/2-1} \frac{1}{s^2 + 2 \sin((2l+1)\pi / 2N)s + 1}$$

N άρτιο

$$H_B(s) = \frac{1}{s+1} \prod_{l=1}^{N-1} \frac{1}{s^2 + 2 \sin(l\pi / N)s + 1}$$

N περιττό

Σχεδίαση ΠR Φίλτρων

Πολυώνυμα Chebyshev

$$C_n(x) = \begin{cases} \cos(n \arccos(x)), & |x| \leq 1 \\ \cosh(n \operatorname{arccosh}(x)), & |x| > 1 \end{cases}$$

Αναδρομική σχέση ορισμού των πολωνύμων:

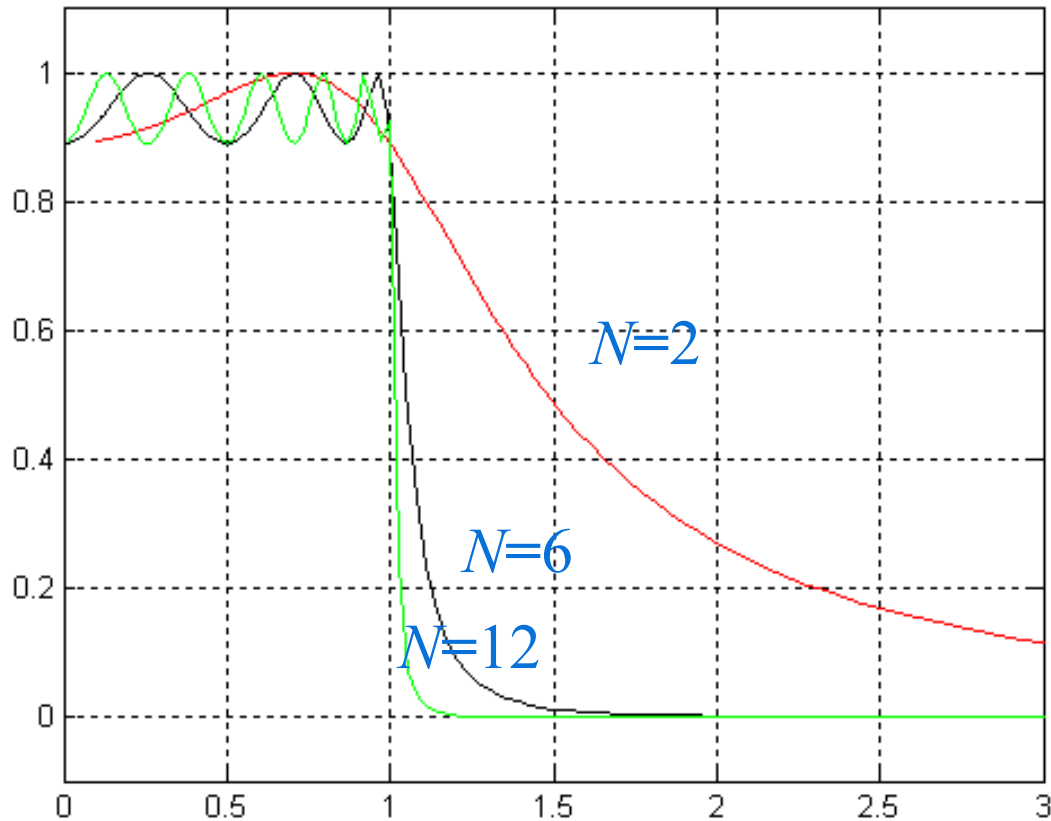
$$C_0(x) = 1$$

$$C_1(x) = x$$

$$C_{n+1}(x) = 2xC_n(x) - C_{n-1}(x), \quad n \geq 2$$

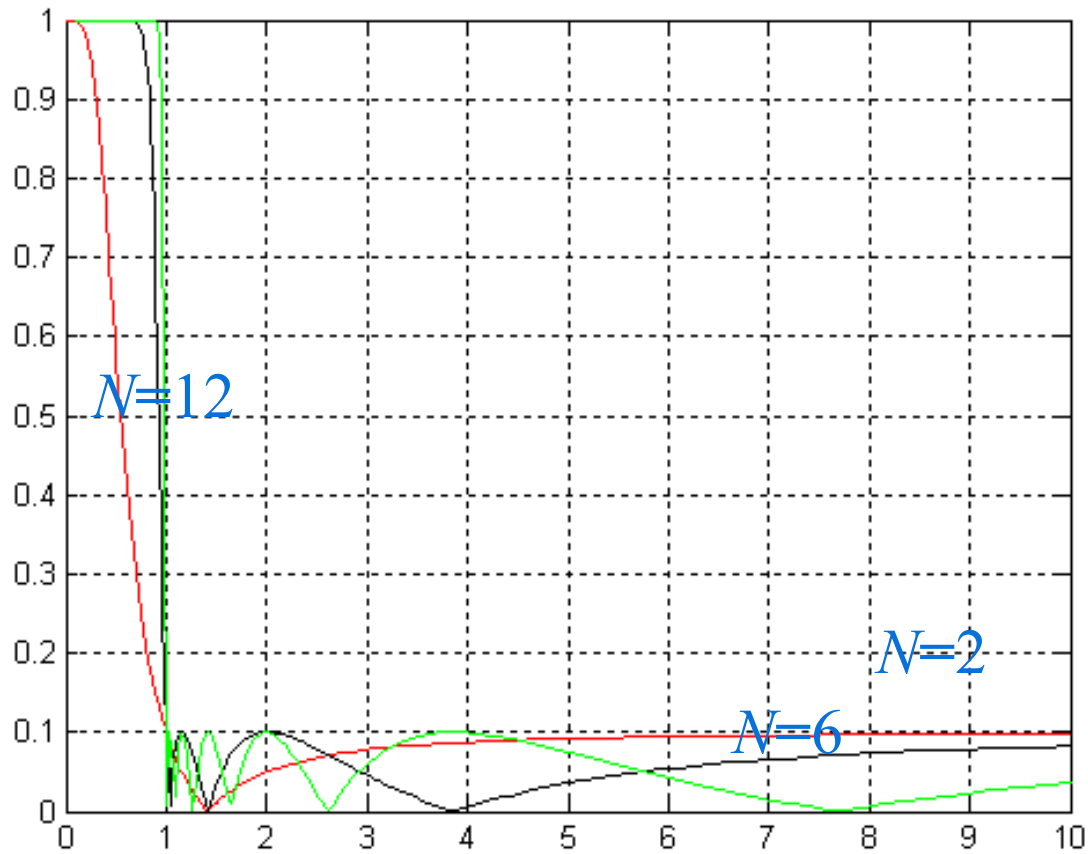
Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Chebyshev I*

$$|H_{CH}^I(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 C_N^2(\Omega)}$$

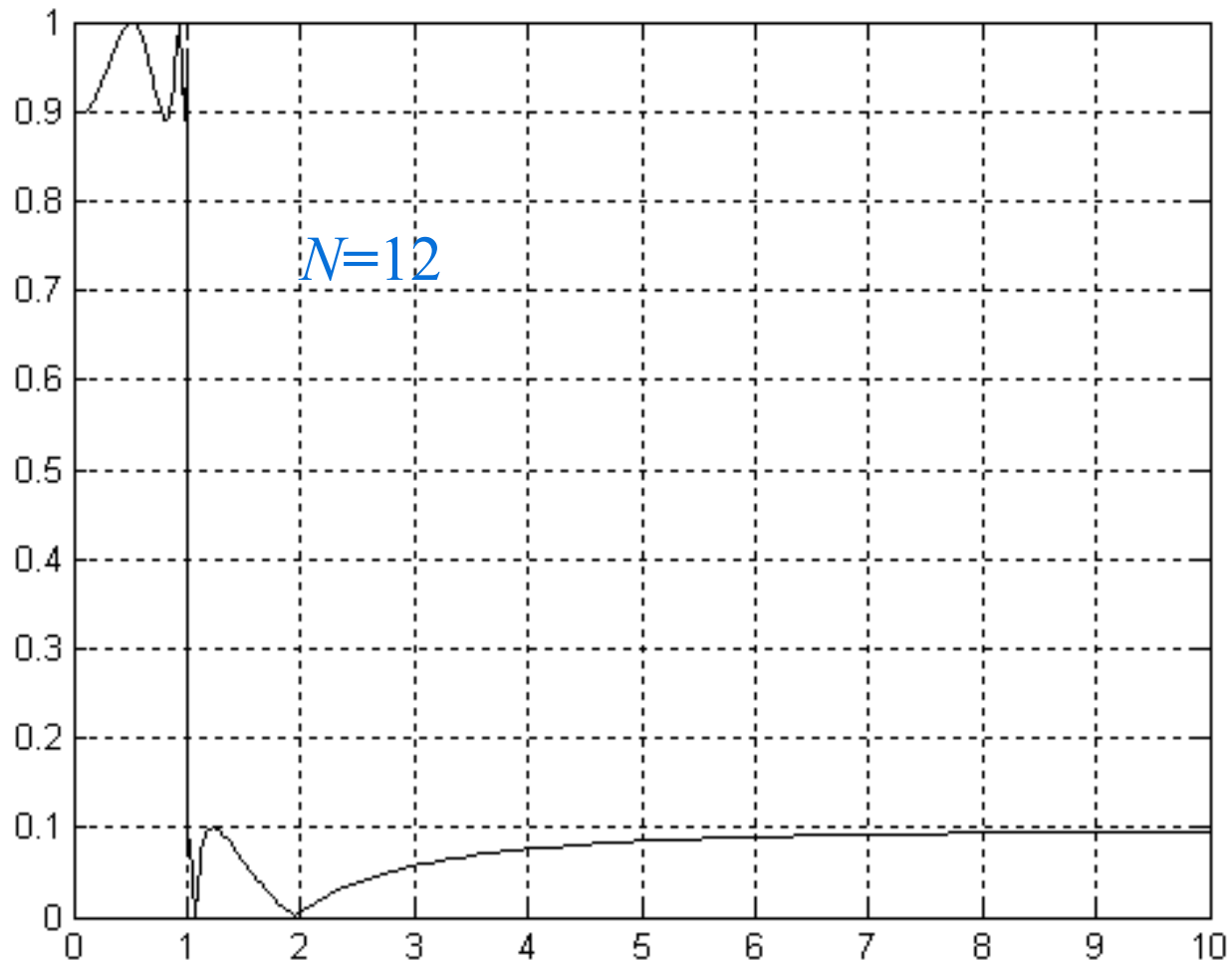


Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Chebyshev II*

$$|H_{CH}^2(j\Omega)|^2 = 1 - \frac{1}{1 + \varepsilon^2 C_N^2(\Omega^{-1})}$$

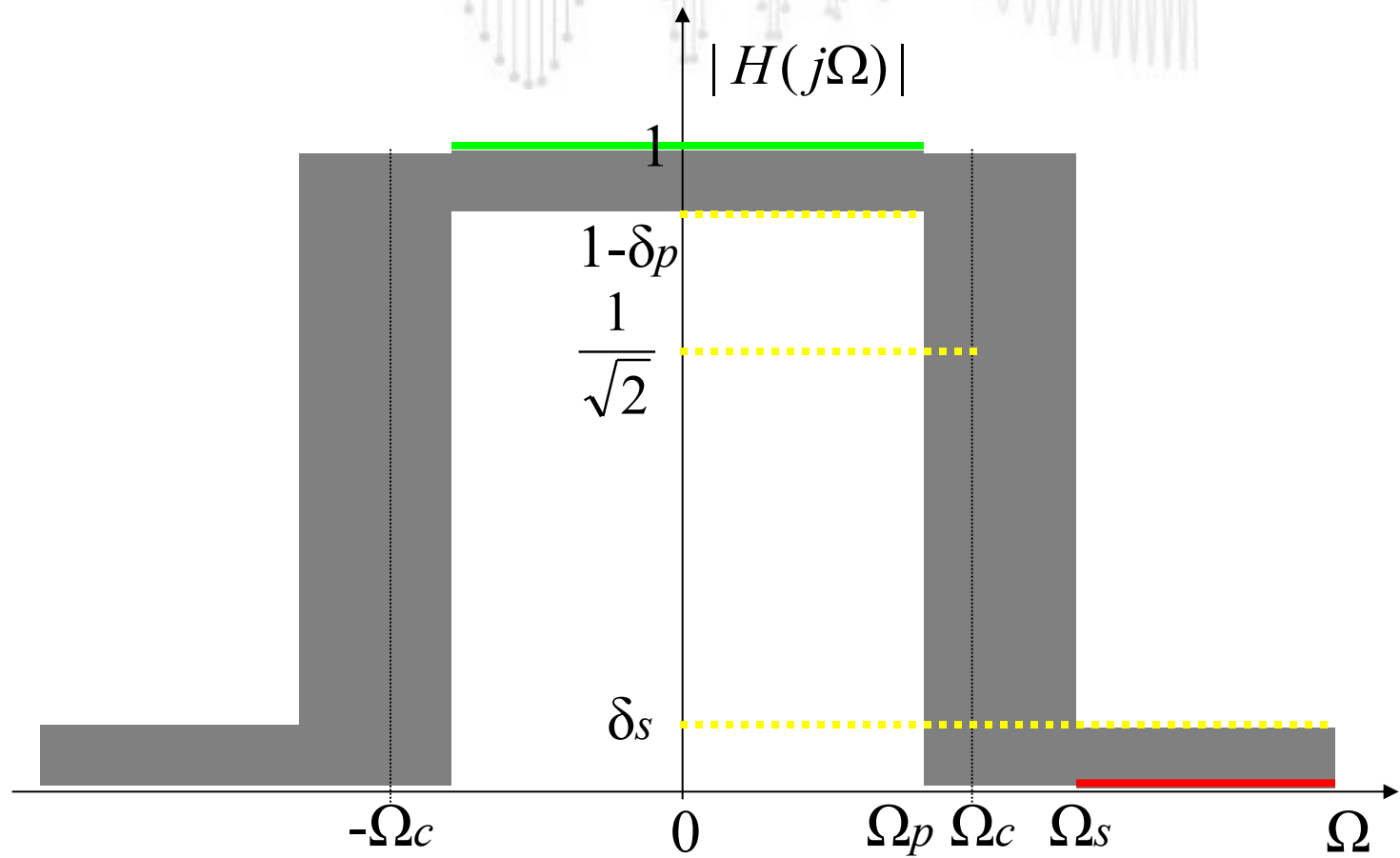


Σχεδίαση Ελλειπτικών Φίλτρων



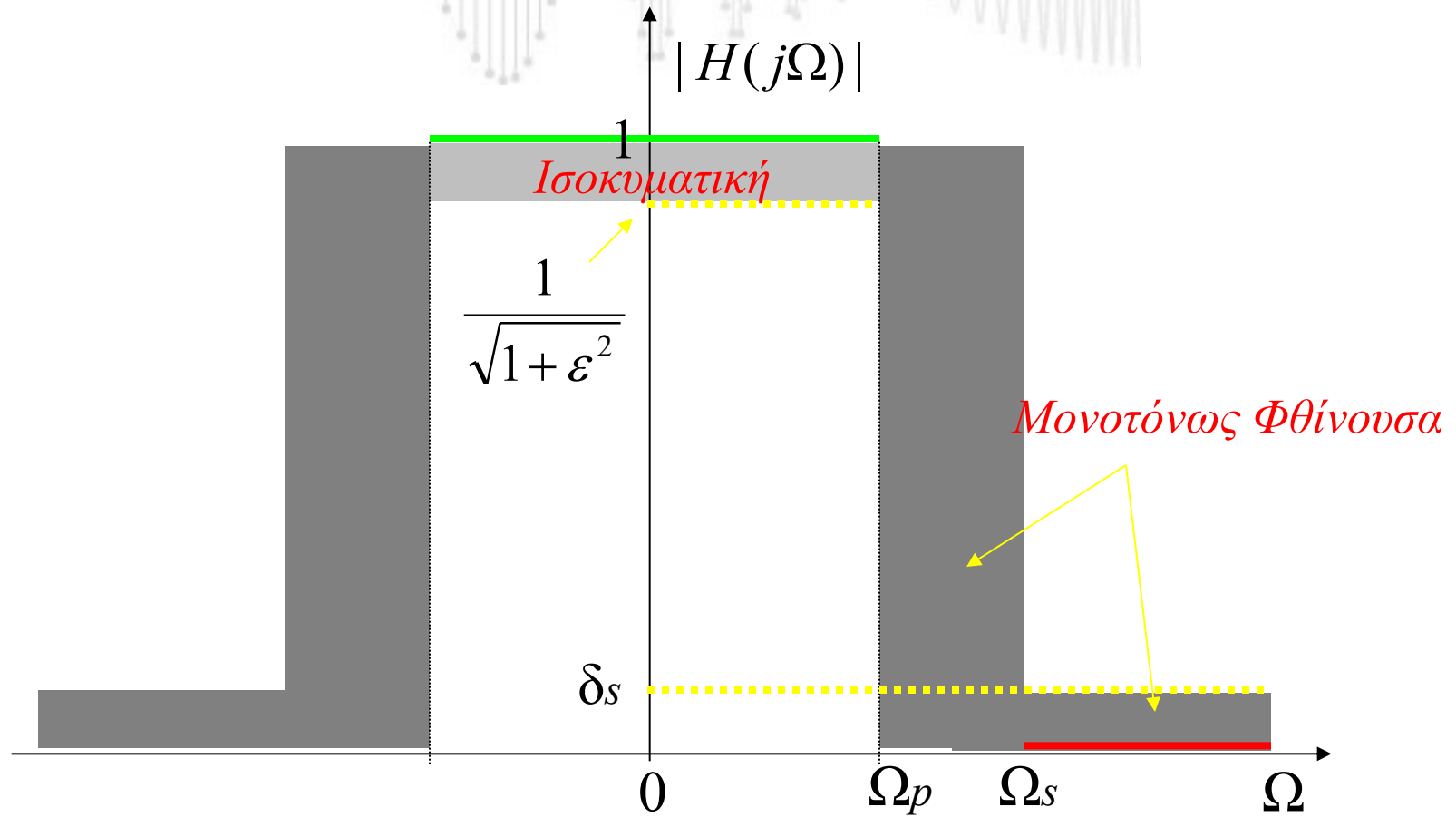
Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Butterworth*

Πρακτικές Προδιαγραφές



Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Chebyshev I*

Πρακτικές Προδιαγραφές



Σχεδίαση Κατωπερατών Φίλτρων *Chebyshev II*

Πρακτικές Προδιαγραφές

