Γενικοί ορισμοί

Έστω θ μία φόρμουλα.

1) P_X : οι παράλληλες καταστάσεις κατά τον παίκτη X, *για τα δεδομένα.*

P_X είναι ένα μοντέλο Kripke, με *όλες* τις καταστάσεις που ο X *δεν διακρίνει από την πραγματική*.

Ο παίκτης X ***γνωρίζει*** ότι αληθεύει θ , <u>όταν</u> $P_X \models \theta$,

Ο παίκτης X ***δεν γνωρίζει*** ότι αληθεύει θ , <u>όταν</u> $P_X \not\models \theta$,

2) $P_X(Y)$: οι παράλληλες καταστάσεις κατά τον παίκτη X, *για την άποψη του* Y *για τα δεδομένα.*

$P_X(Y)$ είναι ένα μοντέλο Kripke, με *όλες* τις καταστάσεις που ο X *δεν διακρίνει από τις καταστάσεις του* P_Y.

Ο παίκτης X ***γνωρίζει*** ότι ο Y γνωρίζει / δεν γνωρίζει ότι αληθεύει θ , <u>όταν</u>

$P_X(Y) \models (K\_Y \ \theta)$ / $P_X(Y) \models \neg(K\_Y \ \theta)$,

Ο παίκτης X ***δεν γνωρίζει*** ότι ο Y γνωρίζει / δεν γνωρίζει ότι αληθεύει θ , <u>όταν</u>

$P_X(Y) \not\models (K\_Y \ \theta)$ / $P_X(Y) \not\models \neg(K\_Y \ \theta)$,

Παρατήρηση 1 $M \models \phi$ άν και μόνο άν $M \models (K\_X \ \phi)$.

$\models \phi$ άν και μόνο άν $\models (K\_X \ \phi)$.

Ερώτημα 1 Αποδείξτε ότι: $P_X \not\models \theta$ άν και μόνο άν $P_X \models \neg(K\_X \ \theta)$.

Είναι σωστό ότι, *για κάθε μοντέλο Kripke* M , $M \not\models \theta$ άν και μόνο άν $M \models \neg(K\_X \ \theta)$;

Ερώτημα 2 Έστω ότι ο παίκτης X γνωρίζει, ότι ο παίκτης Y γνωρίζει ότι αληθεύει θ .
Είναι σωστό ότι $P_Y \models \theta$;

Έστω ότι ο παίκτης X γνωρίζει, ότι ο παίκτης Y *δεν* γνωρίζει ότι αληθεύει θ .
Είναι σωστό ότι $P_Y \not\models \theta$;

Ερώτημα 3 Έστω ότι ο παίκτης Y γνωρίζει ότι αληθεύει θ .
Είναι σωστό ότι ο X θα γνωρίζει, ότι ο παίκτης Y γνωρίζει ότι αληθεύει θ ;
Είναι σωστό ότι ο Y θα γνωρίζει, ότι ο Y γνωρίζει ότι αληθεύει θ ;

Η γνώση των παικτών όταν A, B, C white: παράλληλες καταστάσεις

P_A : Παράλληλες καταστάσεις κατά τον A, *για τα δεδομένα*

s1 A:w - B:w - C:w

s2 A:b - B:w - C:w

$P_A \not\models$ AisWh $P_A \not\models \neg$AisWh $P_A \models$ ' υπάρχουν δύο λευκοί '

Ο παίκτης A δεν γνωρίζει το χρώμα του. Ο A γνωρίζει ότι 'υπάρχουν δύο λευκοί '

$P_A(B)$: Παράλληλες καταστάσεις κατά τον A, *για την άποψη του B για τα δεδομένα*

s1 A:w - B:w - C:w

B $P_{A=WHITE}(B)$

s3 A:w - B:b - C:w

s2 A:b - B:w - C:w

$P_{A=BLACK}(B)$

s5 A:b - B:b - C:w

$P_A(B) \models \neg$ (K_B BisWh) $P_A(B) \models \neg$ (K_B $\neg$BisWh)

Ο παίκτης A γνωρίζει ότι ο B δεν γνωρίζει το χρώμα του

$P_{A=WHITE}(B) \models$ ' υπάρχουν δύο λευκοί '

<u>Όταν ο A είναι λευκός</u>, ο παίκτης B γνωρίζει ότι ' υπάρχουν δύο λευκοί '

$P_{A=BLACK}(B) \not\models$ ' υπάρχουν δύο λευκοί '

<u>Όταν ο A είναι μαύρος</u>, ο παίκτης B *δεν* γνωρίζει ότι ' υπάρχουν δύο λευκοί '

$P_A(B) \not\models$ (K_B ' υπάρχουν δύο λευκοί ')

Ο παίκτης A δεν γνωρίζει ότι ο B γνωρίζει ότι ' υπάρχουν δύο λευκοί '

Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του:

s5 **να διαγραφεί από το** $P_A(B)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι μαύρος:
ο B *τώρα* ξέρει ότι ο C <u>*δεν βλέπει* δύο μαύρους</u> (οι A , B δεν είναι και οι δύο μαύροι).

<u>νέο</u> $P_A(B)$:

s1 A:w - B:w - C:w

B $P_{A=WHITE}(B)$

s3 A:w - B:b - C:w

$P_{A=BLACK}(B)$

s2 A:b - B:w - C:w

<u>νέο</u> $P_A(B) \models (\neg AisWh) \rightarrow (K\_B\ BisWh)$

Ο παίκτης A *τώρα* γνωρίζει ότι:
άν ο A είναι μαύρος, ο B ***τώρα*** γνωρίζει ότι είναι λευκός.

Ερώτημα 4 Εξετάστε άν αληθεύει, σύμφωνα με το μοντέλο <u>νέο</u> $P_A(B)$,
ότι ο παίκτης A γνωρίζει ότι: ο B γνωρίζει ότι 'υπάρχουν δύο λευκοί' .

Ερώτημα 5 Πώς θα αλλάξει το μοντέλο $P_A(B)$ μετά την δεύτερη ανακοίνωση;

$P_B(C)$: Παράλληλες καταστάσεις κατά τον B, *για την άποψη του C για τα δεδομένα*

s1 A:w - B:w - C:w

C

s3 A:w - B:b - C:w

s4 A:w - B:w - C:b

s6 A:w - B:b - C:b

$P_B(C) \models \neg (K\_C\ CisWh)$ $P_B(C) \models \neg (K\_C\ \neg CisWh)$

Ο παίκτης B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

$P_A(B)(C)$: Παράλληλες καταστάσεις κατά τον Α,
για την γνώση του Β για την άποψη του C *για τα δεδομένα*

s1 A:w - B:w - C:w

B C

μοντέλο $P_{A=WHITE}(B)(C)$

s3 A:w - B:b - C:w s4 A:w - B:w - C:b

s6 A:w - B:b - C:b

s2 A:b - B:w - C:w

μοντέλο $P_{A=BLACK}(B)(C)$

s5 A:b - B:b - C:w s7 A:b - B:w - C:b

$P_{A=WHITE}(B)(C) \models \neg(K\_C\ CisWh) \wedge \neg(K\_C\ \neg CisWh)$

Ο παίκτης B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

$P_{A=BLACK}(B)(C)$, s5 $\not\models \neg K\_C\ CisWh$

Ο παίκτης B *δεν* γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

Ο παίκτης A *δεν γνωρίζει* ότι ο B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του

Παρατήρηση 2 $P_A(C)(B) = P_A(B)(C)$

Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του:

s5 **να διαγραφεί από το** $P_{A=BLACK}(B)(C)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι μαύρος:
ο B ***τώρα*** ξέρει ότι ο C *δεν βλέπει* δύο μαύρους.

Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο A δεν γνωρίζει το χρώμα του:

s6 **να διαγραφεί από το** $P_{A=WHITE}(B)(C)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι λευκός:
ο B ***τώρα*** ξέρει ότι, άν είναι μαύρος, ο C ***τώρα*** *ξέρει ότι ο A δεν βλέπει* δύο μαύρους.

Μετά την πρώτη δημόσια ανακοίνωση ότι ο B δεν γνωρίζει το χρώμα του:

s7 **να διαγραφεί από το** $P_{A=BLACK}(B)(C)$

Ο A αντιλαμβάνεται ότι στην περίπτωση που είναι μαύρος:
ο B ***τώρα*** ξέρει ότι ο C ***τώρα*** *ξέρει ότι ο B δεν βλέπει* δύο μαύρους.

νέο $P_A(B)(C)$:

s1 A:w - B:w - C:w

νέο $P_{A=WHITE}(B)(C)$

B C

s3 A:w - B:b - C:w s4 A:w - B:w - C:b

νέο $P_{A=BLACK}(B)(C)$

s2 A:b - B:w - C:w

Ερώτημα 6 Εξετάστε άν αληθεύει, σύμφωνα με το μοντέλο νέο $P_A(B)(C)$,
ότι ο παίκτης A γνωρίζει ότι: ο B γνωρίζει ότι ο C δεν γνωρίζει το χρώμα του.

Ερώτημα 7 Πώς θα αλλάξει το μοντέλο νέο $P_A(B)(C)$ μετά την δεύτερη ανακοίνωση;

Παρατήρηση 3

Ο παίκτης A βλέπει ότι οι παίκτες B, C έχουν το ίδιο χρώμα: οπότε ο A περιμένει ότι η εναλλαγή των B , C θα εναλλάσσει τα μοντέλα $P_A(B)(C)$, $P_A(C)(B)$.

Ερώτημα 8 Κατασκευάστε τα μοντέλα $P_A(C)(B)$ και νέο $P_A(C)(B)$.