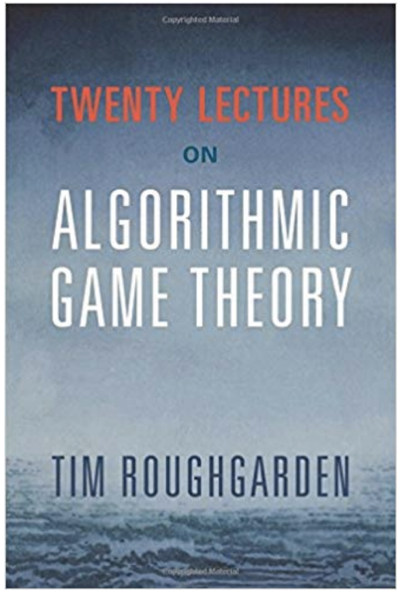
Ζητήματα Στρατηγικής στη Λήψη Αποφάσεων

Γιάννης Καραγιάννης

caragian@ceid.upatras.gr

Σήμερα …

- Συζήτηση του 2^{ου} σετ ασκήσεων
- Chapter 7: Multi-parameter mechanism design
- Ο μηχανισμός VCG



Περιβάλλοντα πολλών παραμέτρων

- $\boldsymbol{n}$ **συμμετέχοντες**
- Πεπερασμένο **σύνολο $\boldsymbol{\Omega}$** δυνατών αποτελεσμάτων
- Κάθε συμμετέχων i έχει μια **ιδιωτική μη αρνητική αποτίμηση $\boldsymbol{v_i(\omega)}$** για κάθε δυνατό αποτέλεσμα $\omega \in \Omega$
- Το **κοινωνικό όφελος** του αποτελέσματος ω ορίζεται ως $\sum_{i=1}^{n} v_i(\omega)$

Δημοπρασίες ενός αντικειμένου

- $\boldsymbol{n}$ **συμμετέχοντες**
- Το σύνολο Ω αποτελείται από $\boldsymbol{n+1}$ **δυνατά αποτελέσματα**
- Η **αποτίμηση** του συμμετέχοντα i είναι 0 για κάθε αποτέλεσμα που δεν του δίνει το αντικείμενο και v_i αν πάρει το αντικείμενο
- Πολύ **απλή** περίπτωση
- Π.χ., ένας υποψήφιος αγοραστής που δεν παίρνει τηλεοπτική άδεια σε μια δημοπρασία μπορεί να έχει **διαφορετικές αποτιμήσεις** για τις πιθανές αναθέσεις των αδειών στους ανταγωνιστές του

Συνδυαστικές δημοπρασίες

- **$\boldsymbol{n}$ συμμετέχοντες**
- Σύνολο M από m αδιαίρετα αντικείμενα
- Σύνολο Ω: n-διανύσματα της μορφής $(\mathbf{S_1}, \mathbf{S_2}, \dots, \mathbf{S_n})$ όπου με $S_i \subseteq M$ συμβολίζουμε το σύνολο των αντικειμένων που ανατίθενται στο συμμετέχοντα i
- Κάθε αντικείμενο να δίνεται το πολύ σε ένα συμμετέχοντα
- Η αποτίμηση του συμμετέχοντα i για το σύνολο $S \subseteq M$ είναι $\boldsymbol{v_i(S)}$
- Δηλαδή, η αποτίμηση κάθε συμμετέχονται αποτελείται από 2^m τιμές
- Παράδειγμα: **δημοπρασίες φάσματος**

Ο μηχανισμός VCG

Θεώρημα: σε **κάθε** περιβάλλον πολλών παραμέτρων, **υπάρχει** ένας μηχανισμός τύπου **DSIC** που **μεγιστοποιεί το κοινωνικό όφελος**

Δύο από τις τρεις ιδιότητες των ιδανικών μηχανισμών:

- **DSIC**
- **Μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους**
- **Χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα**

Ο μηχανισμός VCG

Σχεδιαστικοί στόχοι (για περιβάλλοντα μιας παραμέτρου):

- Υποθέτοντας ότι οι συμμετέχοντες δηλώνουν **αληθείς προτιμήσεις**, **μεγιστοποίησε το κοινωνικό όφελος** (με **απλό τρόπο**, αν είναι δυνατόν)
- Δώσε **κίνητρα** στους συμμετέχοντες να δηλώσουν αληθείς προτιμήσεις με **κατάλληλες πληρωμές**

Ο μηχανισμός VCG

Κάθε συμμετέχων i δηλώνει τις προτιμήσεις του $\mathbf{b}_i$, δηλαδή μια τιμή για κάθε πιθανό αποτέλεσμα του Ω (**direct revelation**)

Αποτέλεσμα: $x(\mathbf{b}) = \max_{\omega \in \Omega} \sum_{i=1}^{n} v_i(\omega)$

Πληρωμές; Το Λήμμα του Myerson δεν ισχύει ☹

Γιατί;

- Τι σημαίνει **μονοτονία** όταν ο χώρος της εισόδου για κάθε συμμετέχονται είναι πολυδιάστατος;
- Πως θα ορίζαμε την **κρίσιμη προσφορά**;

Ο μηχανισμός VCG

Κανόνας πληρωμής:

- η πληρωμή κάθε παίκτη ισούται με τη **μείωση του κοινωνικού οφέλους που προκαλεί η παρουσία του** στους υπόλοιπους
- Για το αποτέλεσμα $\omega^* = x(\mathbf{b})$, ορίζουμε την πληρωμή ως εξής:

$$p_i(\mathbf{b}) = \underbrace{\left(\max_{\omega\in\Omega} \sum_{j\neq i} b_j(\omega)\right)}_{\text{μέγιστο κοινωνικό όφελος των άλλων}} - \underbrace{\sum_{j\neq i} b_j(\omega^*)}_{\text{κοινωνικό όφελος των άλλων}}$$

- Μπορεί να ερμηνευτεί έτσι η δημοπρασία της δεύτερης τιμής;

Ο μηχανισμός VCG

Μηχανισμός των Vickrey, Clarke, & Groves

- Αποτέλεσμα: $\omega^* = x(\mathbf{b}) = \max_{\omega \in \Omega} \sum_{i=1}^{n} v_i(\omega)$

- Πληρωμή: $p_i(\mathbf{b}) = \left(\max_{\omega \in \Omega} \sum_{j \neq i} b_j(\omega)\right) - \sum_{j \neq i} b_j(\omega^*)$

- Εναλλακτικός ορισμός των πληρωμών:

$$p_i(\mathbf{b}) = \underbrace{b_i(\omega^*)}_{\text{προσφορά}} - \left[\underbrace{\sum_{i=1}^{n} b_j(\omega^*) - \max_{\omega \in \Omega} \sum_{j \neq i} b_j(\omega)}_{\substack{\text{έκπτωση = αύξηση κοινωνικού} \\ \text{οφέλους λόγω συμμετοχής του } i}}\right]$$

Ο μηχανισμός VCG

Θεώρημα: σε κάθε περιβάλλον πολλών παραμέτρων, υπάρχει ένας μηχανισμός τύπου DSIC που μεγιστοποιεί το κοινωνικό όφελος

Απόδειξη μέσω του μηχανισμού VCG: Από τον ορισμό $\omega^* = x(\mathbf{b}) = \max_{\omega \in \Omega} \sum_{i=1}^{n} b_i(\omega)$, το κοινωνικό όφελος μεγιστοποιείται

Χρειάζεται να δείξουμε και ότι το όφελος $v_i\big(x(\mathbf{b}_i, \mathbf{b}_{-i})\big) - p_i(\mathbf{b}_i, \mathbf{b}_{-i})$ του συμμετέχοντα i μεγιστοποιείται για $\mathbf{b}_i = \mathbf{v}_i$

$$v_i\big(x(\mathbf{b}_i, \mathbf{b}_{-i})\big) - p_i(\mathbf{b}_i, \mathbf{b}_{-i}) = \left[v_i(\omega^*) + \sum_{j \neq i} b_j(\omega^*)\right] - \left[\max_{\omega \in \Omega} \sum_{j \neq i} b_j(\omega)\right]$$

Ο στόχος της μεγιστοποίησης του οφέλους του συμ. i **ευθυγραμμίζεται** με τη βελτιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους

Πρακτικά ζητήματα

- Δηλώσεις των 2^m προτιμήσεων ανά συμμετέχοντα (πρόβλημα για κάθε μηχανισμό τύπου direct revelation)
- Μεγάλη υπολογιστική πολυπλοκότητα (π.χ., knapsack auctions)
- Χαμηλά έσοδα
  - Αντικείμενα A και B, 2 υποψήφιοι αγοραστές με $v_1(\mathrm{AB}) = 1$, $v_2(\mathrm{A}) = 1$, έσοδα = 1
  - Τρίτος αγοραστής με $v_3(\mathrm{B}) = 1$, έσοδα=0
- Λανθασμένα κίνητρα στους συμμετέχοντες

Σύνοψη

- Σχεδιασμός μηχανισμών σε περιβάλλοντα πολλών παραμέτρων
- Ο μηχανισμός VCG
- Θεωρητική ανάλυση
- Πρακτικά ζητήματα