

# ΔΠΜΣ ΥΔΑ – Ακαδημαϊκό έτος 2018–19

## Ζητήματα Στρατηγικής στη Λήψη Αποφάσεων – DDCD104

### 2ο set ασκήσεων

**0.** Δείξτε ότι αν ένας κανόνας αναθέσεων δεν είναι μονότονος, τότε δεν είναι υλοποιήσιμος.

**1.** Θεωρήστε ένα επικοινωνιακό κανάλι και δύο χρήστες με ιδιωτικές αποτιμήσεις  $v_1$  και  $v_2$  για τη χρήση όλου του καναλιού. Για το διαμοιρασμό του εύρους ζώνης, θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε ένα μηχανισμό τύπου direct revelation που υλοποιεί την αναλογική συνάρτηση αναθέσεων  $x_i(\mathbf{b}) = \frac{b_i}{b_i + b_{3-i}}$  για  $i \in \{1, 2\}$  όταν οι χρήστες δηλώνουν αποτιμήσεις  $b_1$  και  $b_2$ .

α. Δείξτε ότι η αναλογική συνάρτηση αναθέσεων είναι μονότονη.

β. Χρησιμοποιώντας αυτή την ιδιότητα, υπολογίστε και περιγράψτε λεπτομερώς τη συνάρτηση πληρωμών για την υλοποίηση της αναλογική συνάρτησης αναθέσεων ως DSIC.

**2.** Θεωρήστε ένα επικοινωνιακό κανάλι και δύο χρήστες με ιδιωτικές αποτιμήσεις  $v_1$  και  $v_2$  για τη χρήση όλου του καναλιού. Για το διαμοιρασμό του εύρους ζώνης, θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε ένα μηχανισμό τύπου direct revelation που υλοποιεί την γραμμική συνάρτηση αναθέσεων  $x_i(\mathbf{b}) = \frac{b_i}{2b_{3-i}}$  αν  $b_i \leq b_{3-i}$  και  $x_i(\mathbf{b}) = 1 - x_{3-i}(\mathbf{b})$  αλλιώς, όταν οι χρήστες δηλώνουν αποτιμήσεις  $b_1$  και  $b_2$ .

α. Δείξτε ότι η γραμμική συνάρτηση αναθέσεων είναι μονότονη.

β. Χρησιμοποιώντας αυτή την ιδιότητα, υπολογίστε και περιγράψτε λεπτομερώς τη συνάρτηση πληρωμών για την υλοποίηση της αναλογική συνάρτησης αναθέσεων ως DSIC.

**3.** Ο δήμαρχος μιας πόλης σκοπεύει να αποφασίζει μικρά έργα που θα υλοποιεί ο δήμος χρησιμοποιώντας έναν DSIC μηχανισμό τύπου direct revelation που λειτουργεί ως εξής. Κάθε φορά, υπάρχει ένα σύνολο  $A$  από υποψήφια έργα, και κάθε πολίτης  $i$  υποστηρίζει το υποψήφιο έργο  $f_i$ , το οποίο είναι γνωστό σε όλους. Το ίδιο υποψήφιο έργο μπορεί να έχει υποστήριξη από περισσότερους από έναν πολίτη. Οι πολίτες έχουν ιδιωτικές αποτιμήσεις για το έργο που υποστηρίζουν και είναι αδιάφοροι για τα υπόλοιπα έργα. Ο δήμαρχος θέλει να υλοποιήσει τη συνάρτηση που επιλέγει εκείνο το έργο που θα μεγιστοποιήσει τη συνολική αποτίμηση των πολιτών. Σχεδιάστε τον μηχανισμό τύπου DSIC περιγράφοντας λεπτομερώς τη συνάρτηση επιλογής και τη συνάρτηση πληρωμών που πρέπει να χρησιμοποιήσει ο δήμαρχος.

4. Σχεδιάστε ιδανική δημοπρασία για το πρόβλημα του σακιδίου υποθέτοντας ότι τα αντικείμενα είναι διαιρέσιμα. Χρησιμοποιήστε τον αλγόριθμο που διατάσει τα αντικείμενα ως προς το λόγο της αξίας τους προς το βάρος και επιλέγει άπληστα τα αντικείμενα εκείνα που χωράνε στο σακίδιο και πιθανώς μέρος του τελευταίου αντικειμένου ώστε να γεμίσει ο σάκος. Θεωρήστε ότι η αξία αυτού του τελευταίου αντικειμένου είναι ανάλογη του μέρους που χώρεσε στο σακίδιο.

α. Επιχειρηματολογήστε ότι ο κανόνας ανάθεσης είναι βέλτιστος ως προς τον κοινωνικό πλούτο.

β. Δείξτε ότι ο ίδιος κανόνας είναι μονότονος.

γ. Περιγράψτε με λεπτομέρεια τη συνάρτηση πληρωμών που προκύπτει με βάση το Λήμμα του Myerson

5. Υπολογίστε την εικονική αποτίμηση για την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[a, b]$ . Δώστε συνθήκες για το  $a$  σε σχέση με το  $b$  ώστε η δημοπρασία της δεύτερης τιμής (χωρίς reserve price) να είναι βέλτιστη.

6. Υπολογίστε τις εικονικές αποτιμήσεις για τις κατανομές με  $F(v) = 1 - (v + 1)^{-c}$  για  $c > 0$ . Είναι πάντα ομαλή η κατανομή;

7. Στα αρχεία δεδομένων που συνοδεύουν το δεύτερο σετ ασκήσεων σας δίνονται τα αποτελέσματα από την εκτέλεση 1000 δημοπρασιών δεύτερης τιμής με το ίδιο reserve price  $r$ . Σε κάθε δημοπρασία συμμετέχουν δύο υποψήφιοι αγοραστής με την ίδια ομοιόμορφη κατανομή σε ένα διάστημα  $[a, b]$ . Ο αριθμός σε κάθε γραμμή του αρχείου δεδομένων αντιστοιχεί σε μια δημοπρασία και δηλώνει την πληρωμή του νικητή ή έχει την τιμή  $n/a$  αν δεν υπήρξε πώληση.

α. Υπολογίστε τα  $a$ ,  $b$ , και  $r$ .

β. Σχεδιάστε βέλτιστη δημοπρασία ως προς τα έσοδα.

γ. Ποιο είναι τα αναμενόμενα έσοδα της νέας δημοπρασίας;

8. Περιγράψτε τη βέλτιστη (ως προς τα έσοδα) δημοπρασία  $k$ -αντιγράφων όταν οι αποτιμήσεις των συμμετεχόντων επιλέγονται (ανεξάρτητα) από την ίδια ομαλή κατανομή  $F$ .

**Διευκρινίσεις.** Απαντήστε στις ασκήσεις 0, 7, και 8 και στις μονές ή στις ζυγές ασκήσεις μεταξύ των 1 έως 6 ανάλογα με το τελευταίο ψηφίο (μονό ή ζυγό) του ΑΜ σας. Στην άσκηση 7, χρησιμοποιήστε το αρχείο δεδομένων `ex18-19-2-data[i]`, όπου  $i$  υπόλοιπο της διαίρεσης του αριθμού μητρώου σας με το 4. Παραδώστε τις απαντήσεις σας με email στη διεύθυνση `caragian@ceid.upatras.gr`.

**Προθεσμία παράδοσης.** Τρίτη 16 Απριλίου, 2019, 5.14μμ.