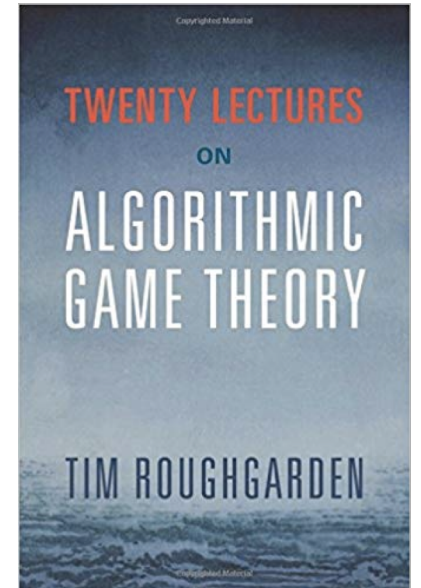


Ζητήματα Στρατηγικής στη Λήψη Αποφάσεων

Γιάννης Καραγιάννης
caragian@ceid.upatras.gr

Σήμερα ...

- Chapter 3: Myerson's lemma
- Περιβάλλοντα μιας παραμέτρου (single-parameter environments)
- Γενικεύσεις της δημοπρασίας ενός αντικειμένου
- Π.χ., δημοπρασίες για μηχανές αναζήτησης (sponsored search auctions), και πολλές άλλες



Δημοπρασίες



Understanding the eBay Auction Automatic Bidding System

eBay auctions accept bids only for a specific amount of time.



You must place a bid that is higher than the current bid.



You may pay less than your bid if you win.



If your bid wins, you must buy.



the balance



Spectrum auction ends

India's biggest sale of spectrum concluded on Thursday after five days, during which just 41% of the radio waves on offer was sold. The government raised just a fraction of the value of spectrum (at base price) it put on the block.

Total spectrum put on sale
2,354.55 MHz
in seven bands

Value of total spectrum put on sale
Rs5.63 trillion

Total spectrum sold
965 MHz

Actual value of spectrum sold
Rs65,789.12cr

- Total upfront payment to be received: **Rs32,000 crore**
- Unsold bands: **700 MHz and 900 MHz**
- Most in demand: **1,800 MHz, 2,100 MHz, 2,300 MHz, 2,500 MHz**

Who paid how much and for what:

Airtel: 173.8 MHz spectrum across 1,800/2,100/2,300 MHz bands for **Rs14,244 crore**

Idea: 349.20 MHz in 800/2,100/2,300/2,500 MHz bands for **Rs12,798 crore**

Jio: 269.9 MHz in 800/1,800/2,300 bands for **Rs13,672 crore**

Band activity

Bands	Quantity put-up for sale (in MHz)	Quantity sold (in MHz)
800	73.75	15
1,800	222	175
2,100	320	320
2,300	360	85
2,500	600	370

Source: Govt, companies



ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΠΛΕΙΣΤΗΡΙΑΣΜΟΙ

Έτοιμοι να πατήσουν το κουμπί

Οι τραπεζές ελπίζουν πως μέχρι το τέλος του έτους θα έχουν βγει στο σφυρί 500 ακίνητα από τα 5.000, με απώτερο στόχο να καλύψουν τα 30 δισεκατομμύρια από τα 48 των «κόκκινων» δανείων

Σχεδιασμός sponsored search auction

Στόχοι:

- Δημοπρασία τύπου **DSIC** (**φιλαλήθεια** σε κυρίαρχες στρατηγικές, **εθελοντική συμμετοχή**)
- **Μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους**: η συνολική αποτίμηση των διαφημιστών για τις αποτιμήσεις τους είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη
- **Απλότητα**, χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα: π.χ., όπως στη δημοπρασία δεύτερης τιμής

Σχεδιασμός μηχανισμών μιας παραμέτρου

Στόχοι:

- Υποθέτοντας ότι οι συμμετέχοντες δηλώνουν **αληθείς προτιμήσεις**, **μεγιστοποίησε το κοινωνικό όφελος** (με **απλό τρόπο**, αν είναι δυνατόν)
- Δώσε **κίνητρα** στους συμμετέχοντες να δηλώσουν αληθείς προτιμήσεις με **κατάλληλες πληρωμές**
- **Λήμμα του Myerson**: Πότε είναι δυνατόν να ικανοποιηθούν οι παραπάνω στόχοι;

Περιβάλλοντα μιας παραμέτρου

- η **συμμετέχοντες**
- Ο συμμετέχων i έχει μια μη αρνητική ιδιωτική **αποτίμηση** v_i για κάθε μονάδα «υλικού που παίρνει»
- Υπάρχει ένα **εφικτό σύνολο** X που αποτελείται από μη αρνητικά n -διανύσματα (x_1, x_2, \dots, x_n) που περιγράφουν το υλικό που δίνεται σε όλους τους συμμετέχοντες

Παραδείγματα

- **Δημοπρασίες ενός αντικειμένου:** συμμετέχοντες = υποψήφιοι αγοραστές,
 $\sum_{i=1}^n x_i \leq 1$
- **Δημοπρασίες k -αντιγράφων:** $\sum_{i=1}^n x_i \leq k$
- **Δημόσια έργα:** π.χ., να αποφασιστεί αν θα κτιστεί μια γέφυρα ή όχι,
συμμετέχοντες = πολίτες, $X = \{(0,0, \dots, 0), (1, 1, \dots, 1)\}$
- **Δημοπρασίες για μηχανές αναζήτησης:** το σύνολο X αντιστοιχεί στην ανάθεση των συμμετεχόντων/διαφημιστών σε slots έτσι ώστε κάθε slot παίρνει το πολύ μια διαφήμιση και κάθε διαφήμιση ανατίθεται σε το πολύ ένα slot
 - $x_i = a_j$, όταν ο διαφημιστής i ανατίθεται στο slot j

Ορολογία

- Υποψήφιοι αγοραστές → **συμμετέχοντες** (buyers/bidders → agents)
- Προσφορές → **δηλώσεις προτίμησης** (bids → reports)
- Αποτίμηση → **αποτίμηση** (valuations)

Αναθέσεις και πληρωμές

Μηχανισμός τύπου **direct revelation**:

- Οι συμμετέχοντες **δηλώνουν** προτιμήσεις $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$. Το διάνυσμα \mathbf{b} είναι το προφίλ ή το διάνυσμα προτιμήσεων
- [**κανόνας ανάθεσης**] Διάλεξε μια εφικτή ανάθεση $x(\mathbf{b}) \in X \subseteq \mathbb{R}^n$, ανάλογα με το προφίλ προτιμήσεων
- [**κανόνας πληρωμών**] Διάλεξε πληρωμές $p(\mathbf{b}) \in \mathbb{R}^n$, ανάλογα με το προφίλ προτιμήσεων
- Οι συμμετέχοντες μόνο πληρώνουν και δεν δέχονται πληρωμές
- Οι πληρωμές ενθαρρύνουν την εθελοντική συμμετοχή
- $p(\mathbf{b}) \in [0, b_i \cdot x_i(\mathbf{b})]$

Μοντέλο συμπεριφοράς συμμετεχόντων

- **Όφελος** του συμμετέχοντα i από τη συμμετοχή του στο μηχανισμό με κανόνα ανάθεσης x και κανόνα πληρωμών p για προφίλ προτιμήσεων \mathbf{b}

$$u_i(\mathbf{b}) = v_i \cdot x_i(\mathbf{b}) - p_i(\mathbf{b})$$

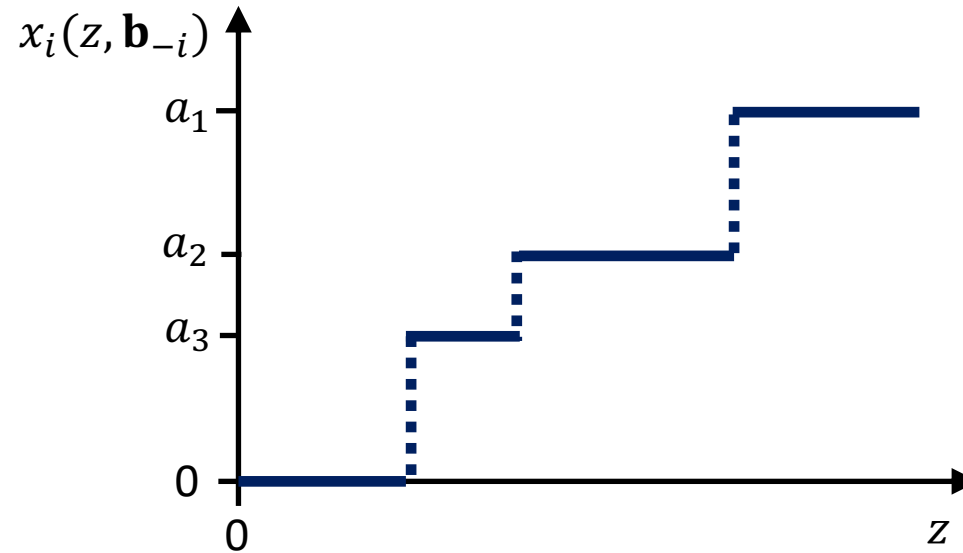
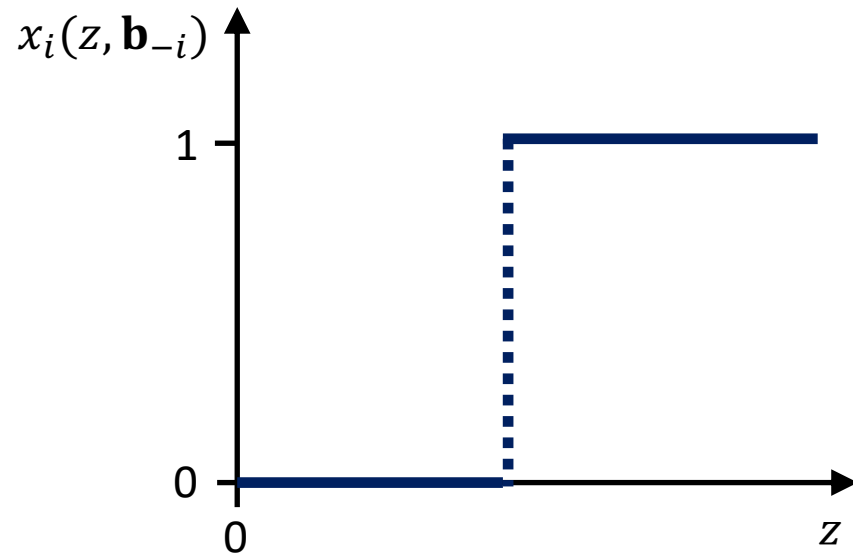
Υλοποιήσιμοι κανόνες αναθέσεων

- Ένας κανόνας αναθέσεων x για ένα περιβάλλον μιας παραμέτρου ονομάζεται **υλοποιήσιμος** αν υπάρχει κανόνας πληρωμών p έτσι ώστε ο μηχανισμός τύπου direct revelation (x, p) είναι DSIC
- Ερώτηση: είναι ο κανόνας αναθέσεων που δίνει το αντικείμενο στον υποψήφιο αγοραστή με τη **μεγαλύτερη προσφορά** υλοποιήσιμος;
- Ερώτηση: είναι ο κανόνας αναθέσεων που δίνει το αντικείμενο στον υποψήφιο αγοραστή με τη **δεύτερη μεγαλύτερη προσφορά** υλοποιήσιμος;

Μονότονοι κανόνες αναθέσεων

- Ένας κανόνας αναθέσεων για ένα περιβάλλον μιας παραμέτρου είναι μονότονος αν για κάθε συμμετέχοντα i και δηλώσεις προτιμήσεων \mathbf{b}_{-i} των υπόλοιπων συμμετεχόντων, η ανάθεση $x_i(z, \mathbf{b}_{-i})$ στον συμμετέχοντα i είναι αύξουσα ως προς z
- Π.χ., ο κανόνας αναθέσεων που δίνει το αντικείμενο στον υποψήφιο αγοραστή με τη **μεγαλύτερη προσφορά** είναι μονότονος
- ... όπως επίσης και ο κανόνας αναθέσεων που μεγιστοποιεί το κοινωνικό όφελος σε δημοπρασίες για μηχανές αναζήτησης
- ... ενώ, ο κανόνας αναθέσεων που δίνει το αντικείμενο στον υποψήφιο αγοραστή με τη **δεύτερη μεγαλύτερη προσφορά** δεν είναι μονότονος

Παραδείγματα κανόνων αναθέσεων



Λήμμα του Myerson

- Ένας κανόνας αναθέσεων x είναι **υλοποιήσιμος αν και μόνο αν είναι μονότονος**
- Αν ο κανόνας αναθέσεων x είναι μονότονος, τότε υπάρχει ένας **μοναδικός κανόνας πληρωμών** ώστε ο μηχανισμός τύπου direct revelation (x, p) είναι DSIC και $p_i(\mathbf{b}) = 0$ όταν $b_i = 0$
- Ο κανόνας πληρωμών p δίνεται από συγκεκριμένο τύπο

Απόδειξη

- Έστω μηχανισμός τύπου direct revelation που χρησιμοποιεί τον κανόνα αναθέσεων x και κανόνα πληρωμών p
- Έστω $0 \leq y \leq z$. Όταν ο συμμετέχων i έχει **ιδιωτική αποτίμηση z** και δηλώνει **ψευδή προτίμηση y** , λόγω της ιδιότητας DSIC θα πρέπει
$$z \cdot x_i(z, \mathbf{b}_{-i}) - p_i(z, \mathbf{b}_{-i}) \geq z \cdot x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - p_i(y, \mathbf{b}_{-i})$$
- Όταν ο συμμετέχων i έχει **ιδιωτική αποτίμηση y** και δηλώνει **ψευδή προτίμηση z** , λόγω της ιδιότητας DSIC θα πρέπει
$$y \cdot x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - p_i(y, \mathbf{b}_{-i}) \geq y \cdot x_i(z, \mathbf{b}_{-i}) - p_i(z, \mathbf{b}_{-i})$$
- Επομένως:
$$\begin{aligned} z \cdot [x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - x_i(z, \mathbf{b}_{-i})] &\leq p_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - p_i(z, \mathbf{b}_{-i}) \\ &\leq y \cdot [x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - x_i(z, \mathbf{b}_{-i})] \end{aligned}$$

Απόδειξη

- Απαραίτητες ανισότητες:

$$\begin{aligned} z \cdot [x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - x_i(z, \mathbf{b}_{-i})] &\leq p_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - p_i(z, \mathbf{b}_{-i}) \\ &\leq y \cdot [x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - x_i(z, \mathbf{b}_{-i})] \end{aligned}$$

- Για να ισχύουν **ταυτόχρονα** οι ανισότητες, θα πρέπει να ισχύει:

$$(y - z) \cdot [x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - x_i(z, \mathbf{b}_{-i})] \geq 0$$

- Δηλαδή, ο κανόνας αναθέσεων x είναι **υλοποιήσιμος μόνο αν είναι μονότονος**

Απόδειξη

- Απαραίτητες ανισότητες:

$$\begin{aligned} z \cdot [x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - x_i(z, \mathbf{b}_{-i})] &\leq p_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - p_i(z, \mathbf{b}_{-i}) \\ &\leq y \cdot [x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - x_i(z, \mathbf{b}_{-i})] \end{aligned}$$

- Για piece-wise constant κανόνα αναθέσεων,

$$\text{Jump in } p_i(\cdot, \mathbf{b}_{-i}) \text{ at point } z = z \cdot [\text{jump in } x_i(\cdot, \mathbf{b}_{-i}) \text{ at } z]$$

- Δηλαδή, κανόνας πληρωμών, με l “jumps” από το 0 μέχρι το b_i :

$$p_i(b_i, \mathbf{b}_{-i}) = \sum_{j=1}^l z_j \cdot [\text{jump in } x_i(\cdot, \mathbf{b}_{-i}) \text{ at } z_j]$$

Απόδειξη

- Απαραίτητες ανισότητες:

$$\begin{aligned} z \cdot [x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - x_i(z, \mathbf{b}_{-i})] &\leq p_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - p_i(z, \mathbf{b}_{-i}) \\ &\leq y \cdot [x_i(y, \mathbf{b}_{-i}) - x_i(z, \mathbf{b}_{-i})] \end{aligned}$$

- Για γενικό μονότονο κανόνα αναθέσεων,

$$\frac{dp_i(z, \mathbf{b}_{-i})}{dz} = z \cdot \frac{dx_i(z, \mathbf{b}_{-i})}{dz}$$

- Δηλαδή, κανόνας πληρωμών υποθέτοντας $p_i(0, \mathbf{b}_{-i}) = 0$:

$$p_i(b_i, \mathbf{b}_{-i}) = \int_0^{b_i} z \cdot \frac{dx_i(z, \mathbf{b}_{-i})}{dz} dz$$

Λήμμα του Myerson

- Ένας κανόνας αναθέσεων x είναι **υλοποιήσιμος αν και μόνο αν είναι μονότονος**
- Αν ο κανόνας αναθέσεων x είναι μονότονος, τότε υπάρχει ένας **μοναδικός κανόνας πληρωμών** ώστε ο μηχανισμός τύπου direct revelation (x, p) είναι DSIC και $p_i(\mathbf{b}) = 0$ όταν $b_i = 0$
- Ο κανόνας πληρωμών p δίνεται από συγκεκριμένο τύπο
- Μέχρι στιγμής, έχουμε δείξει το «**μόνο αν**» της πρώτης πρότασης και έχουμε αφήσει **μόνο έναν υποψήφιο κανόνα πληρωμών** για τη δεύτερη και τρίτη

Απόδειξη (συνέχεια)

- Μένει να δείξουμε ότι αν ο κανόνας αναθέσεων x είναι μονότονος και ο κανόνας πληρωμών ορίζεται ως

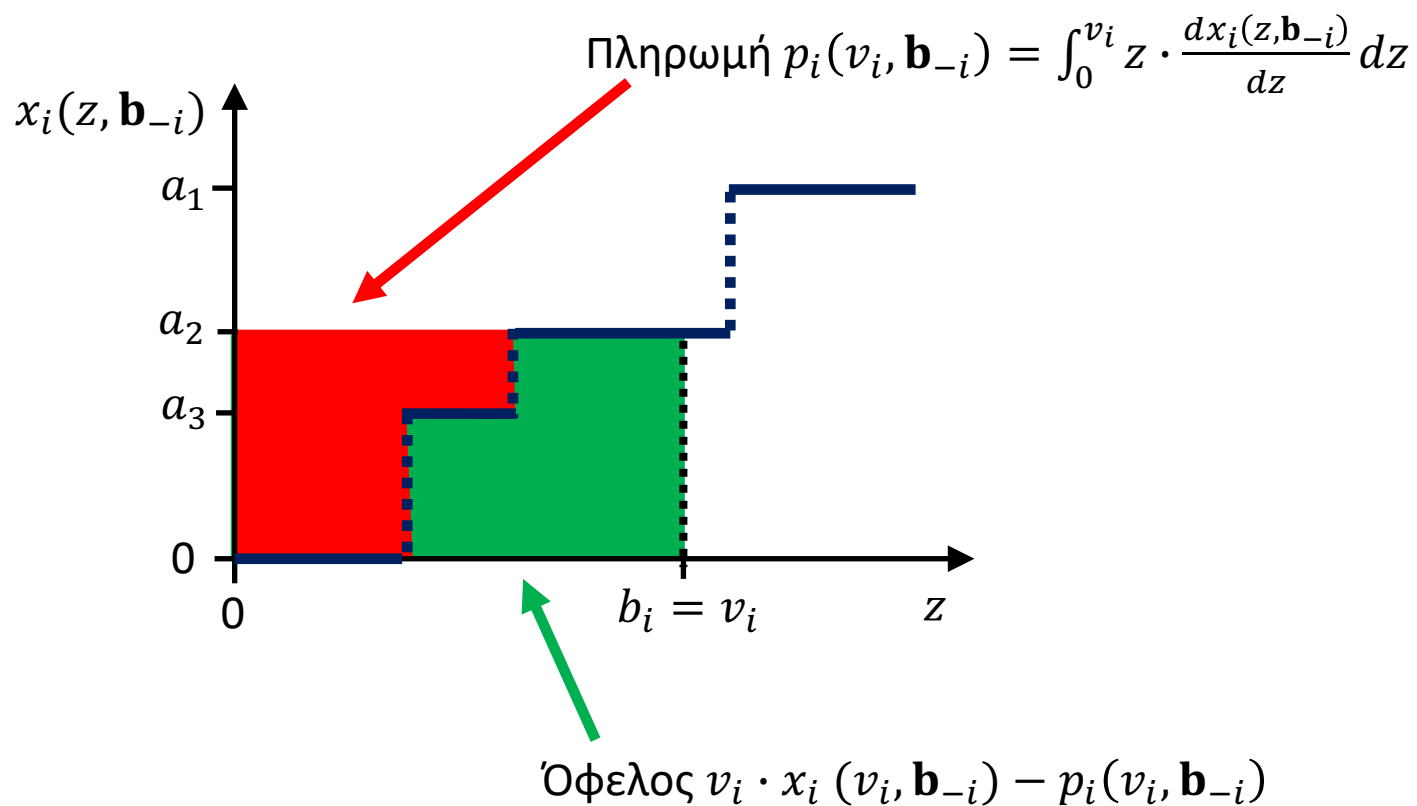
$$p_i(b_i, \mathbf{b}_{-i}) = \int_0^{b_i} z \cdot \frac{dx_i(z, \mathbf{b}_{-i})}{dz} dz$$

τότε, ο μηχανισμός (x, p) τύπου direct revelation είναι DSIC

- **Σχηματική απόδειξη** για piece-wise constant κανόνες αναθέσεων
- Σημειώστε ότι, για κάθε συμμετέχοντα: συνολική αποτίμηση = **όφελος** + **πληρωμή**

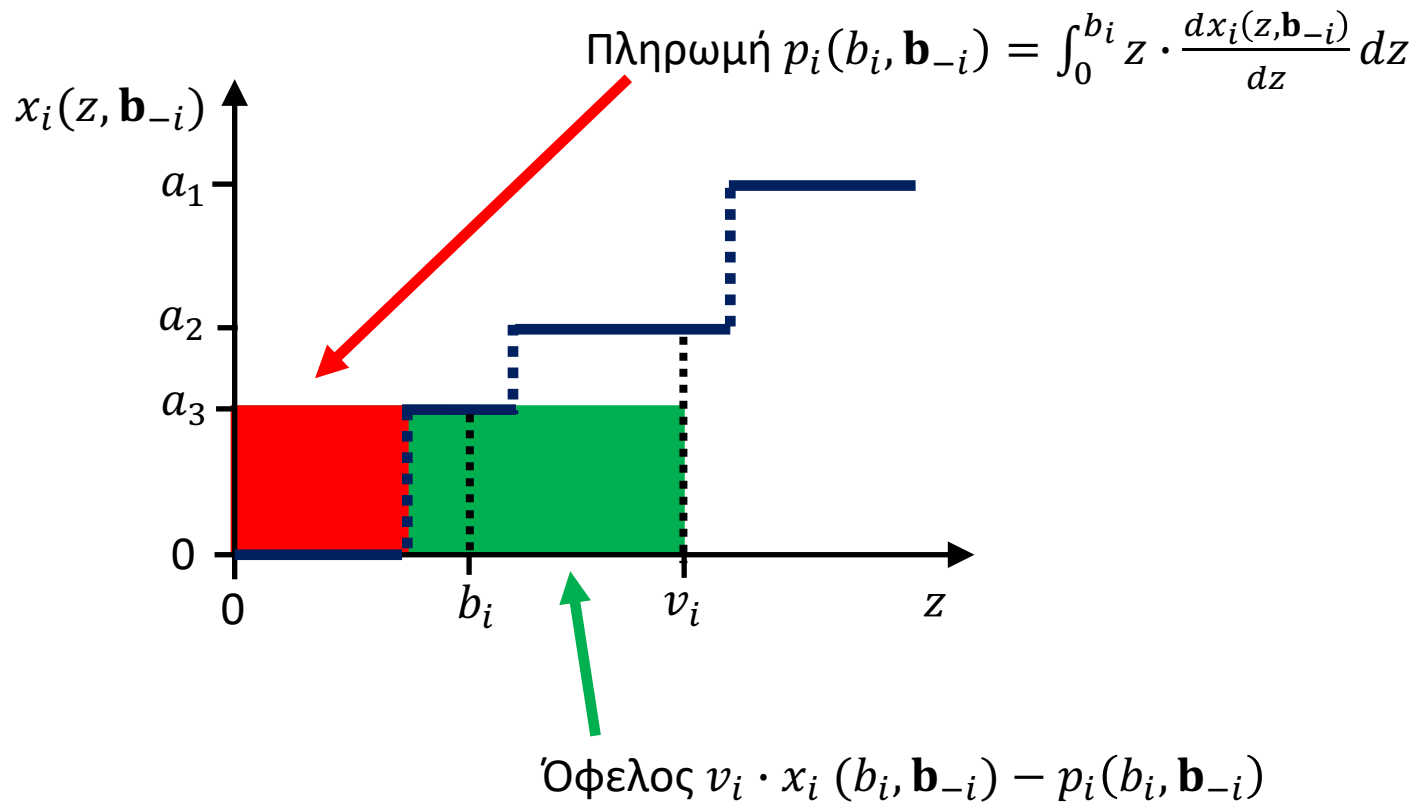
Απόδειξη (συνέχεια)

- Δηλώνοντας την αληθή αποτίμηση $b_i = v_i$



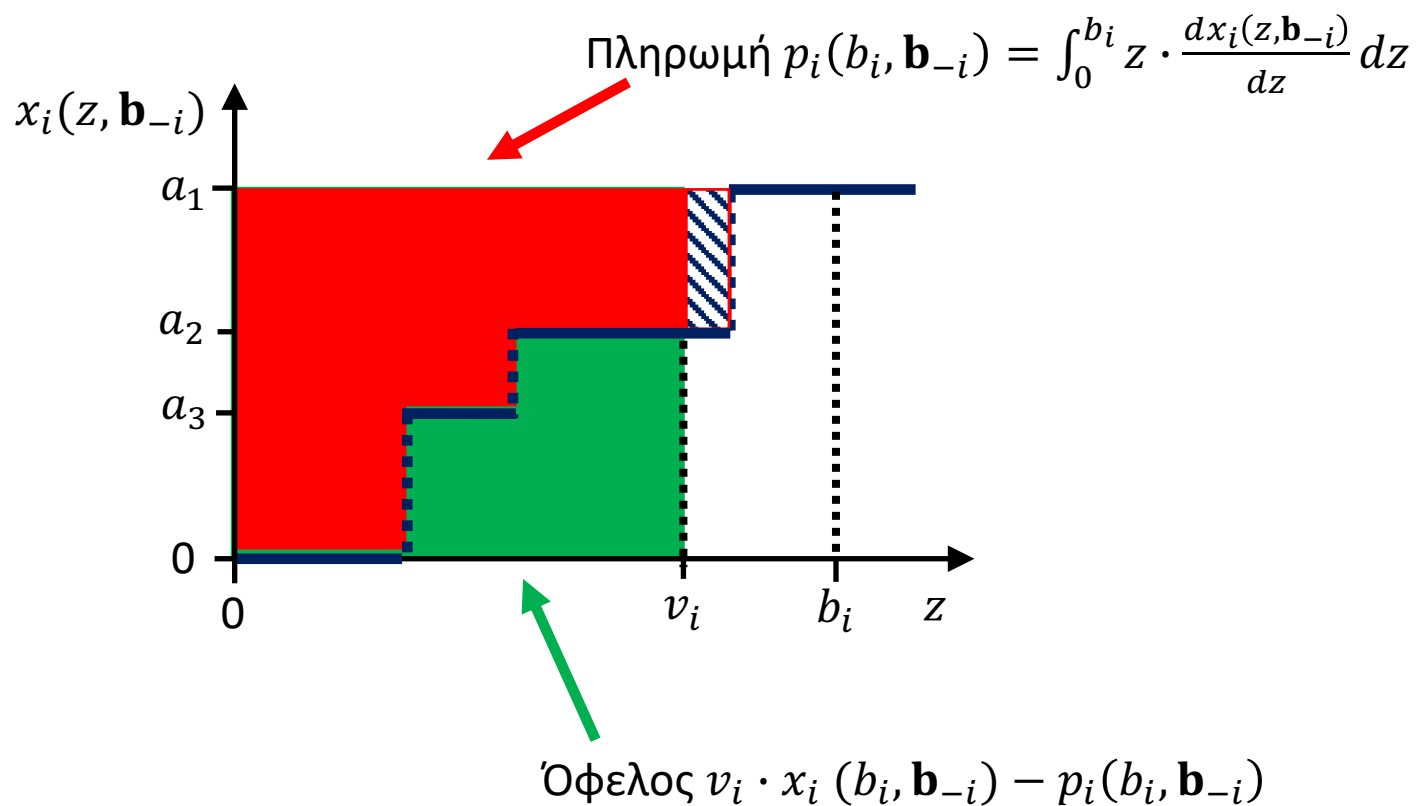
Απόδειξη (συνέχεια)

- Δηλώνοντας ψευδή αποτίμηση $b_i < v_i$



Απόδειξη (συνέχεια)

- Δηλώνοντας ψευδή αποτίμηση $b_i > v_i$



Λήμμα του Myerson - Ερωτήσεις

- Τι γίνεται αν ο κανόνας αναθέσεων δεν είναι piece-wise constant;
- Πως μοιάζει σχηματικά η δημοπρασία γενικευμένης δεύτερης τιμής;
- Πως μοιάζει σχηματική η δημοπρασία γενικευμένης πρώτης τιμής;

Σύνοψη

- Περιβάλλοντα μιας παραμέτρου
- Μηχανισμοί τύπου direct revelation
- Υλοποιησιμότητα και μονοτονία
- Λήμμα του Myerson