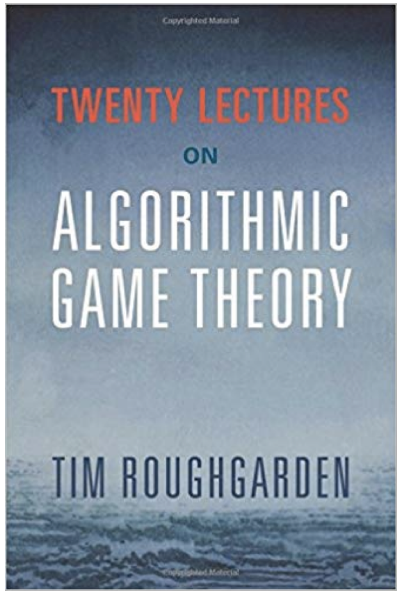
Ζητήματα Στρατηγικής στη Λήψη Αποφάσεων

Γιάννης Καραγιάννης

caragian@ceid.upatras.gr

Σήμερα ...

- Chapter 4: Algorithmic mechanism design
- Εφαρμογές του Λήμματος του Myerson
- Μηχανισμοί για το πρόβλημα του σακιδίου (Knapsack)
- Π.χ., δημοπρασίες για διαφημίσεις στην τηλεόραση



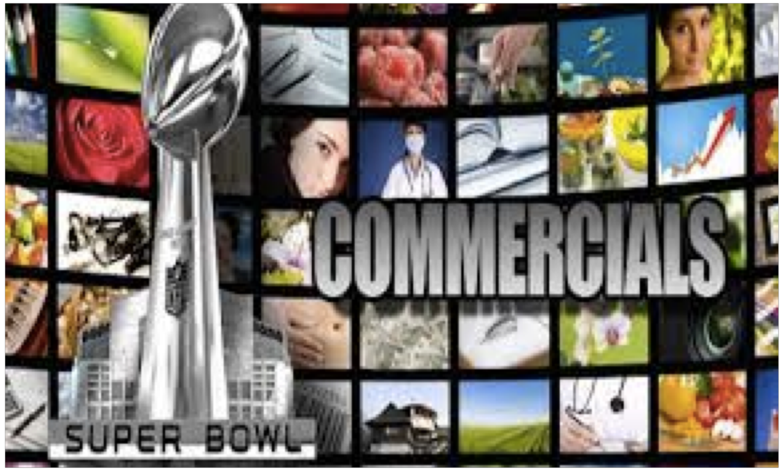
Σχεδιασμός μηχανισμών για περιβάλλοντα μιας παραμέτρου

Στόχοι:

- **DSIC** (**φιλαλήθεια** σε κυρίαρχες στρατηγικές, **εθελοντική συμμετοχή**)
- **Μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους**
- **Απλότητα**

- Λύση: το **Λήμμα του Myerson**
- Πιθανό πρόβλημα: **υπολογιστική δυσκολία** του προβλήματος μεγιστοποίησης του κοινωνικού οφέλους
- Οπότε, ο δεύτερος με τον τρίτο στόχο μπορεί να μην είναι συμβατοί

Superbowl halftime show/commercials



> 100M τηλεθεατές

Το πρόβλημα του σακιδίου (knapsack)

- Ένας **ληστής** μπαίνει σε ένα σπίτι για να κλέψει έχοντας ένα σάκο που αντέχει να σηκώσει αντικείμενα συνολικού βάρους W
- Ο ληστής βλέπει $\boldsymbol{n}$ **αντικείμενα** αξίας $v_1, v_2, \ldots, v_n$ και βάρους $w_1, w_2, \ldots, w_n$
- Τα αντικείμενα είναι πάρα πολλά
- Το πρόβλημα βελτιστοποίησης που έχει να λύσει είναι να επιλέξει **αντικείμενα συνολικού βάρους το πολύ $\boldsymbol{W}$ και μέγιστης συνολικής αξίας**

Δημοπρασίες τύπου Knapsack

Knapsack auctions

- Κάθε υποψήφιος αγοραστής i έχει ένα γνωστό σε όλους **μέγεθος $\boldsymbol{w_i}$** και μια **ιδιωτική αποτίμηση $\boldsymbol{v_i}$**
- Ο πωλητής έχει **χωρητικότητα $\boldsymbol{W}$**
- Το εφικτό σύνολο X ορίζεται ως τα δυαδικά διανύσματα $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ που ικανοποιούν την ανισότητα $\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq W}$
- Λέμε ότι ο υποψήφιος αγοραστής i κερδίζει αν $x_i = 1$
- Παράδειγμα: οι **δημοπρασίες k-αντιγράφων** είναι δημοπρασίες τύπου knapsack με $W = k$ και $w_i = 1$

Σχεδιασμός δημοπρασιών τύπου knapsack

Σε δύο βήματα:

- Υποθέτοντας ότι οι συμμετέχοντες θα δηλώσουν **αληθείς προτιμήσεις**, **μεγιστοποιούμε τον κοινωνικό πλούτο** επιλέγοντας

$$x(\mathbf{b}) = \underset{X}{\operatorname{argmax}} \sum_{i=1}^{n} b_i x_i$$

- Εφόσον ο κανόνας αναθέσεων είναι μονότονος, υπολογίζουμε **πληρωμές** που εξασφαλίζουν την ιδιότητα DSIC, χρησιμοποιώντας το Λήμμα του Myerson

Ο κανόνας αναθέσεων είναι μονότονος

$$x(\mathbf{b}) = \underset{X}{\operatorname{argmax}} \sum_{i=1}^{n} b_i x_i$$

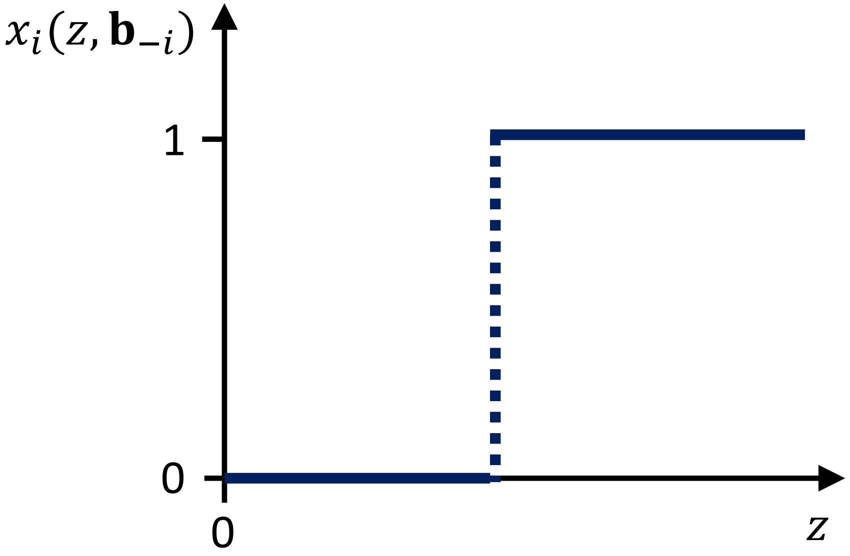
- Θεωρήστε ένα συμμετέχοντα i
- Αν η δηλωμένη προτίμησή του b_i είναι μικρή, τότε $x_i = 0$
- Αν η δηλωμένη προτίμησή του b_i είναι τεράστια, τότε $x_i = 1$
- Κρατώντας τις υπόλοιπες δηλώσεις σταθερές, αυξάνοντας τη δηλωμένη προτίμηση b_i του συμμετέχοντα i, κάποια στιγμή το x_i θα αλλάξει από 0 σε 1
- Μπορεί να συμβεί το αντίθετο; Δηλαδή, κάποια στιγμή το x_i να ξαναλλάξει από 1 σε 0;

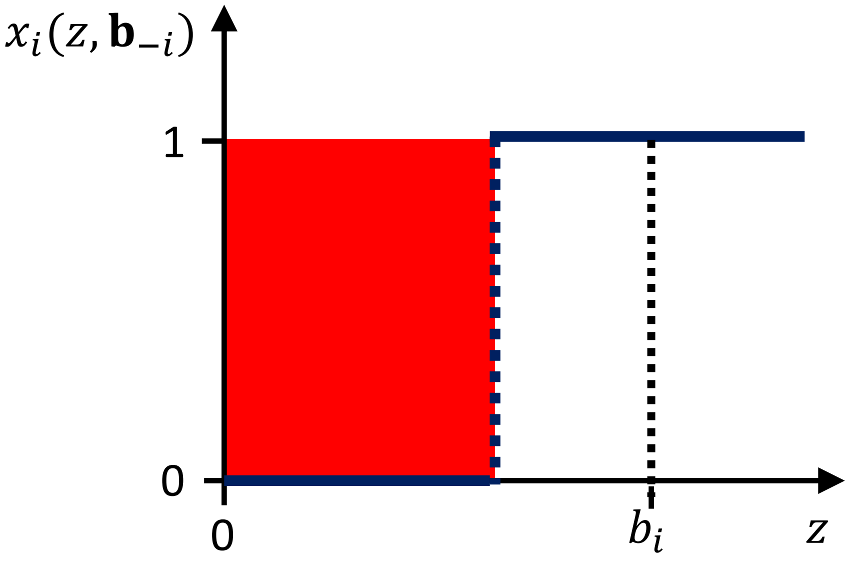
Ο κανόνας αναθέσεων είναι μονότονος

Υπολογισμός πληρωμών κατά Myerson

$$p_i(b_i, \mathbf{b}_{-i}) = \sum_{j=1}^{l} z_j \cdot [\text{jump in } x_i(\cdot, \mathbf{b}_{-i}) \text{ at } z_j]$$

ή, γενικότερα, $p_i(b_i, \mathbf{b}_{-i}) = \int_0^{b_i} z \cdot \frac{d x_i(z, \mathbf{b}_{-i})}{dz} dz$

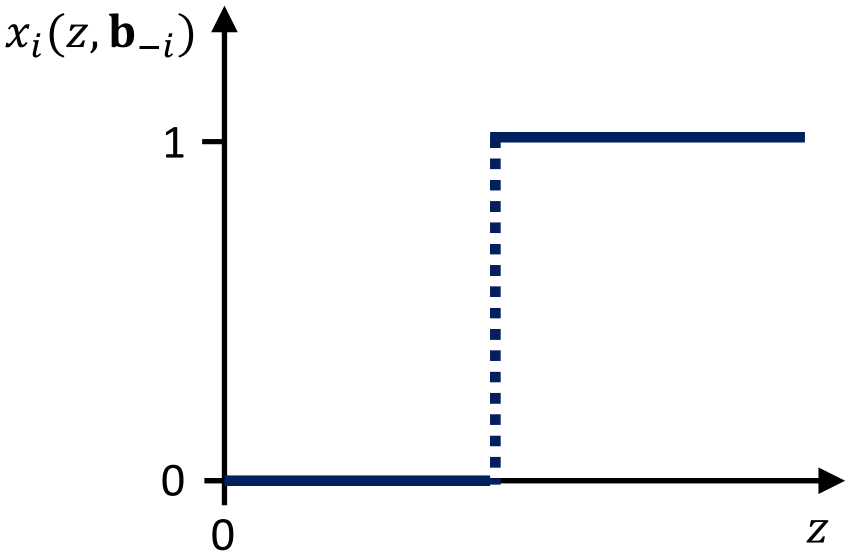


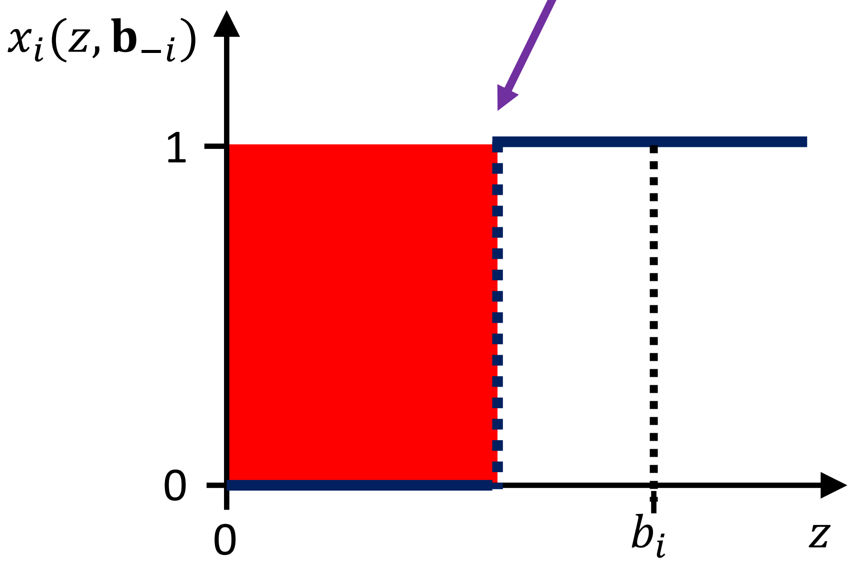


Ο κανόνας αναθέσεων είναι μονότονος

Υπολογισμός πληρωμών κατά Myerson:

- 0 αν η δηλωμένη προτίμηση είναι μικρότερη της **κρίσιμης προσφοράς**
- = κρίσιμη προσφορά αλλιώς





- Κρίσιμη προσφορά: η μικρότερη δηλωμένη προτίμηση με την οποία κερδίζει ο συμμετέχων i

Είναι ιδανική η δημοπρασία τύπου knapsack;

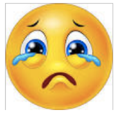
Δηλαδή, έχει τις παρακάτω ιδιότητες;

- **DSIC**
- **Μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους**
- **Απλότητα**

Είναι ιδανική η δημοπρασία τύπου knapsack;

Δηλαδή, έχει τις παρακάτω ιδιότητες;

- **DSIC** 
- **Μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους** 
- **Απλότητα** 

- Το πρόβλημα του σακιδίου είναι NP-hard 

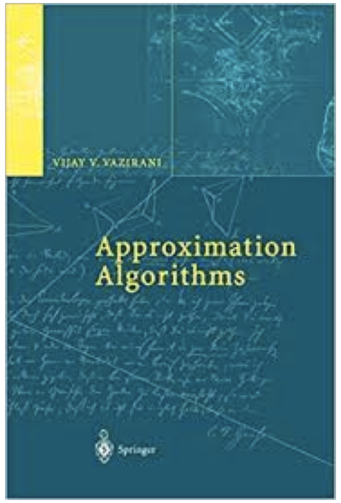
- Επόμενο βήμα: **Χαλαρώνουμε** κάποια από τις απαιτούμενες ιδιότητες
- Ποια; Την απλότητα τη θέλουμε και η DSIC δεν αποτελεί πρόβλημα

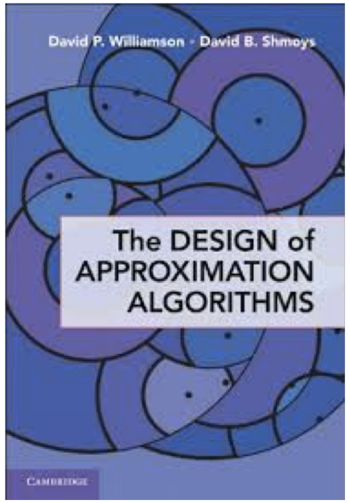
Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου knapsack

Νέος σχεδιαστικός στόχος:

- **DSIC**
- **Καλή προσέγγιση του μέγιστου κοινωνικού οφέλους**
- **Απλότητα**

- Χρήση τεχνικών από τη θεωρία των **προσεγγιστικών αλγορίθμων**
- Πλέον, μας ενδιαφέρουν προσεγγιστικοί αλγόριθμοι (ως κανόνες αναθέσεων) που είναι μονότονοι



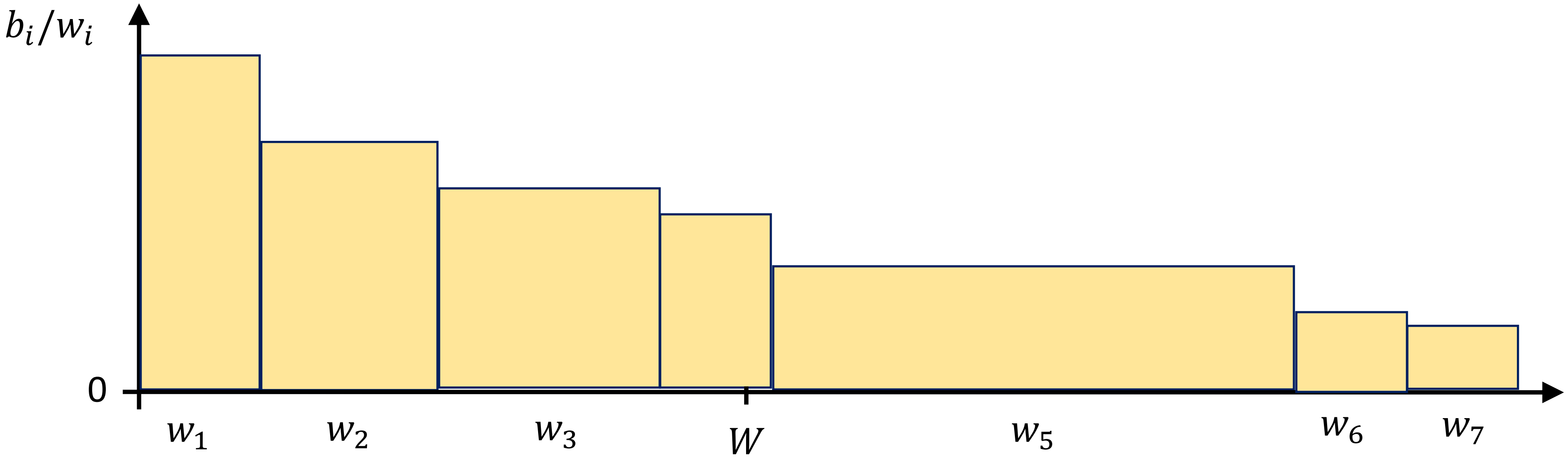


Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου knapsack

- Αγνόησε υποψήφιους αγοραστές με βάρος μεγαλύτερο του W
- Ονομάτισε τους υποψήφιους αγοραστές έτσι ώστε
$$\frac{b_1}{w_1} \geq \frac{b_2}{w_2} \geq \cdots \geq \frac{b_n}{w_n}$$
- Διάλεξε νικητές με αυτή τη σειρά ωσότου κάποιος να μη χωράει στο σακίδιο
- Επίστρεψε είτε αυτή την ανάθεση είτε την ανάθεση που περιέχει μόνο τον υποψήφιο αγοραστή με τη μεγαλύτερη δηλωμένη προτίμηση (όποια δίνει μεγαλύτερο κοινωνικό όφελος)

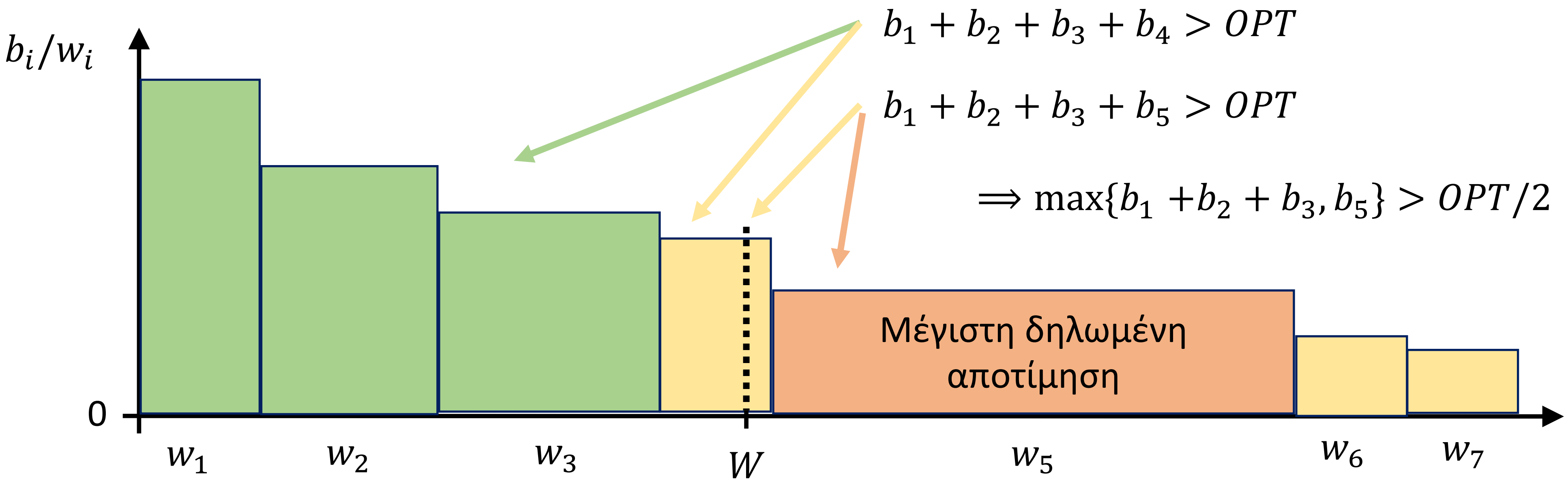
Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου knapsack

- Η προσεγγιστική δημοπρασία εκτελείται σε **πολυωνυμικό χρόνο** (προφανώς)
- Υπολογίζει μια ανάθεση που έχει **τουλάχιστον το 50% του βέλτιστου κοινωνικού πλούτου**



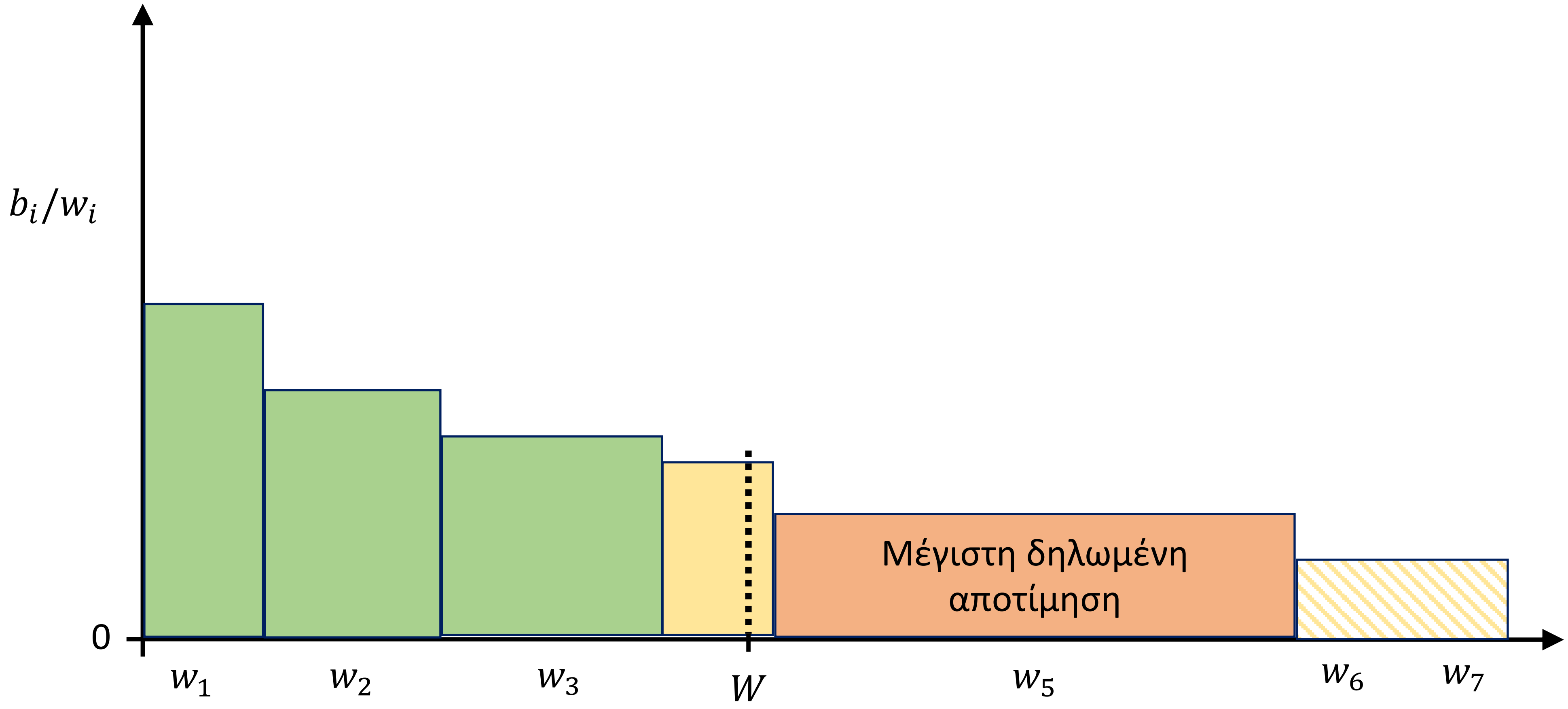
Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου knapsack

- Η προσεγγιστική δημοπρασία εκτελείται σε **πολυωνυμικό χρόνο** (προφανώς)
- Υπολογίζει μια ανάθεση που έχει **τουλάχιστον το 50% του βέλτιστου κοινωνικού πλούτου**



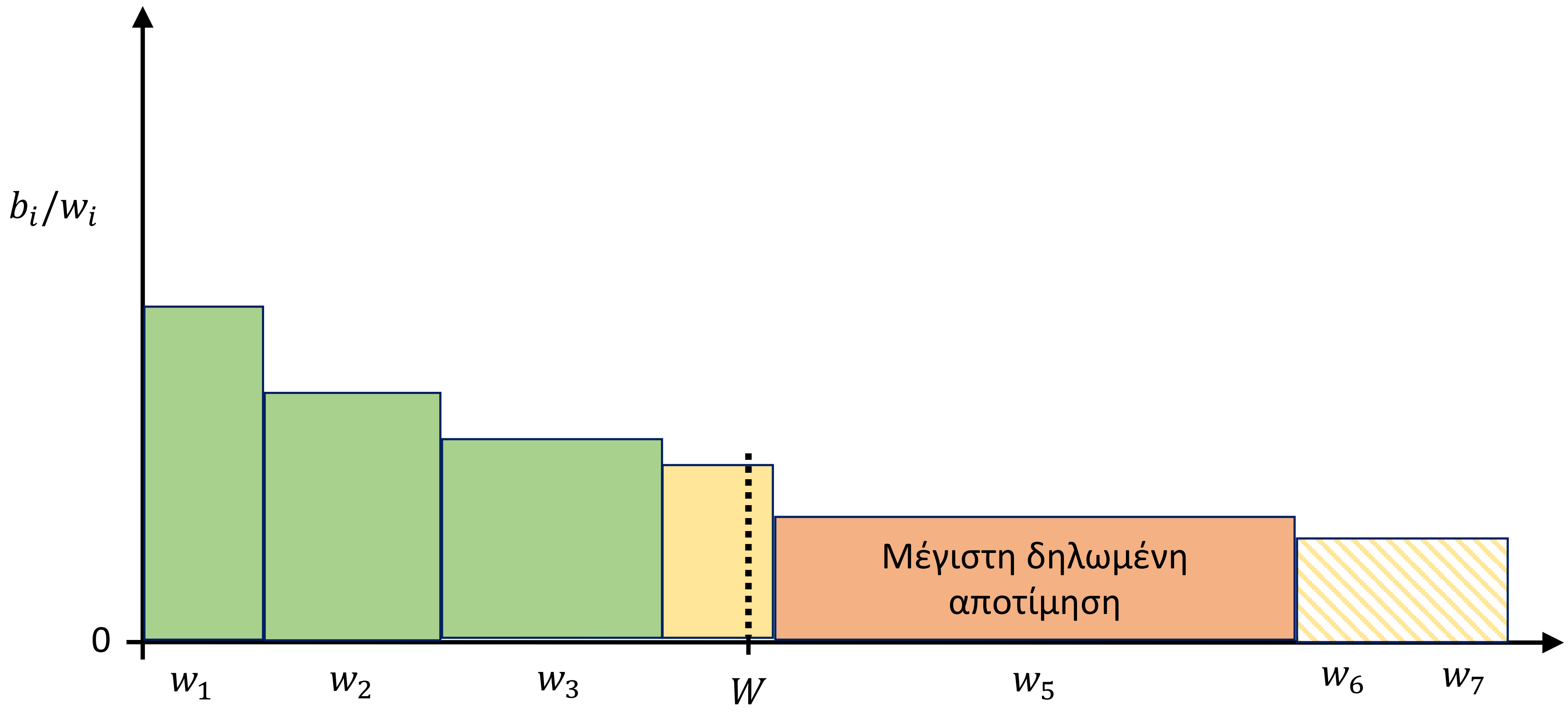
Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου knapsack

- Η προσεγγιστική δημοπρασία χρησιμοποιεί **μονότονο κανόνα αναθέσεων**



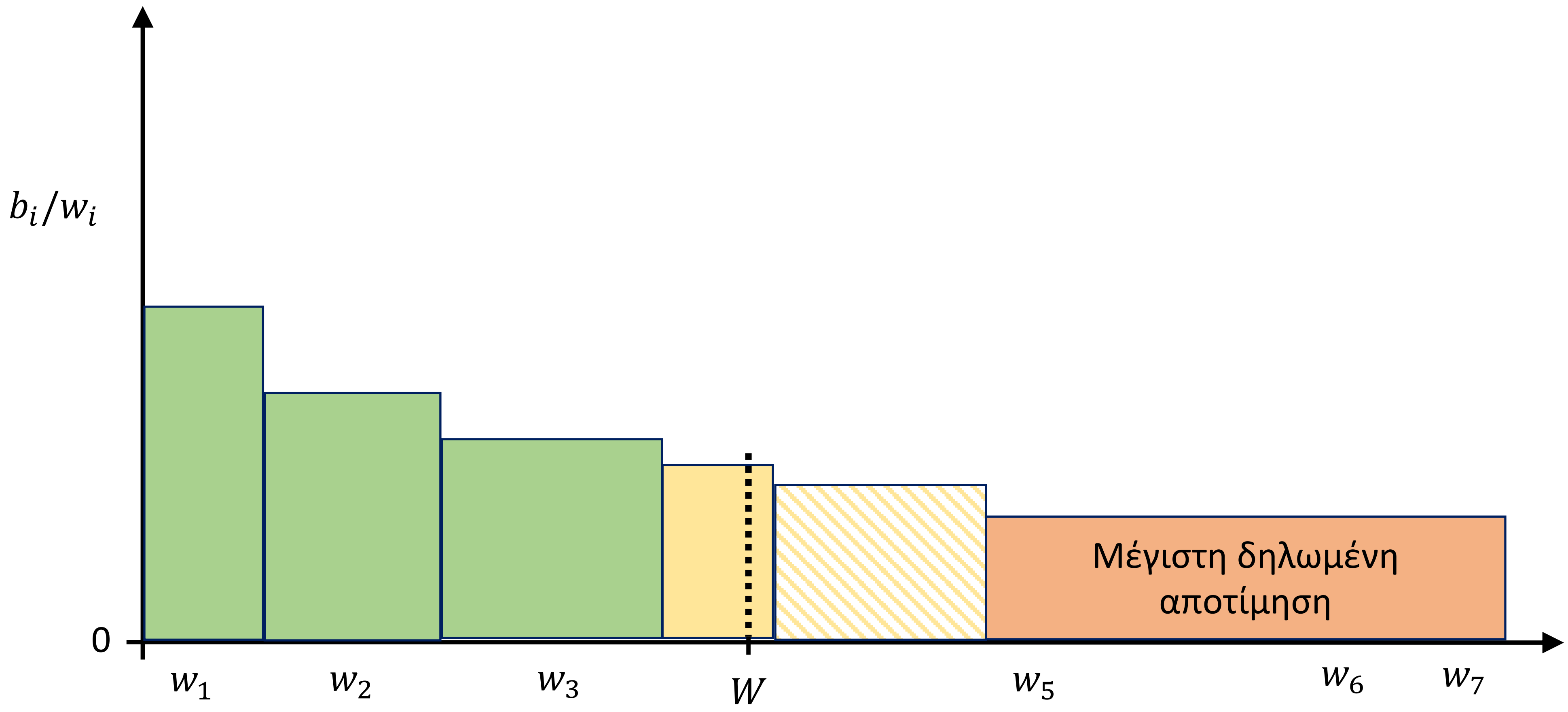
Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου knapsack

- Η προσεγγιστική δημοπρασία χρησιμοποιεί **μονότονο κανόνα αναθέσεων**



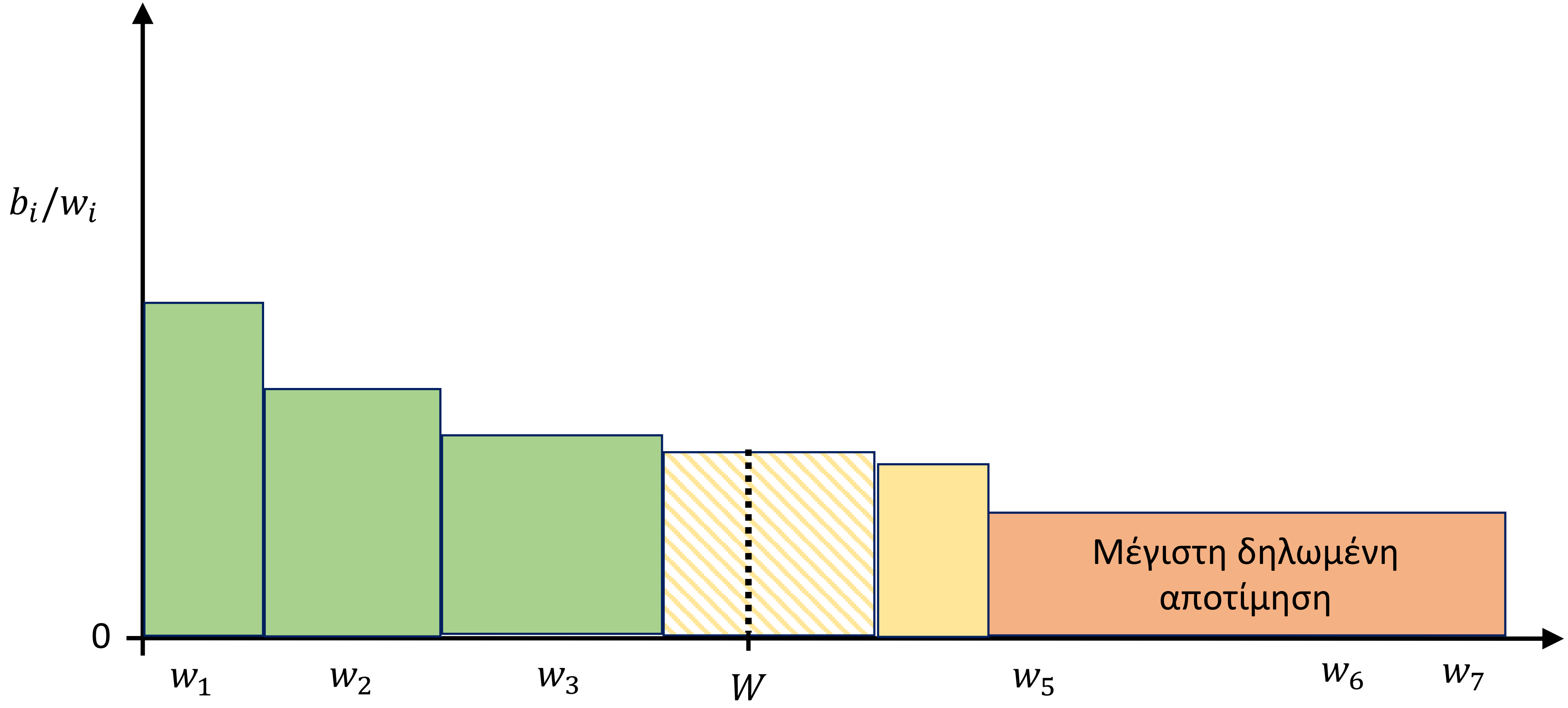
Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου knapsack

- Η προσεγγιστική δημοπρασία χρησιμοποιεί **μονότονο κανόνα αναθέσεων**



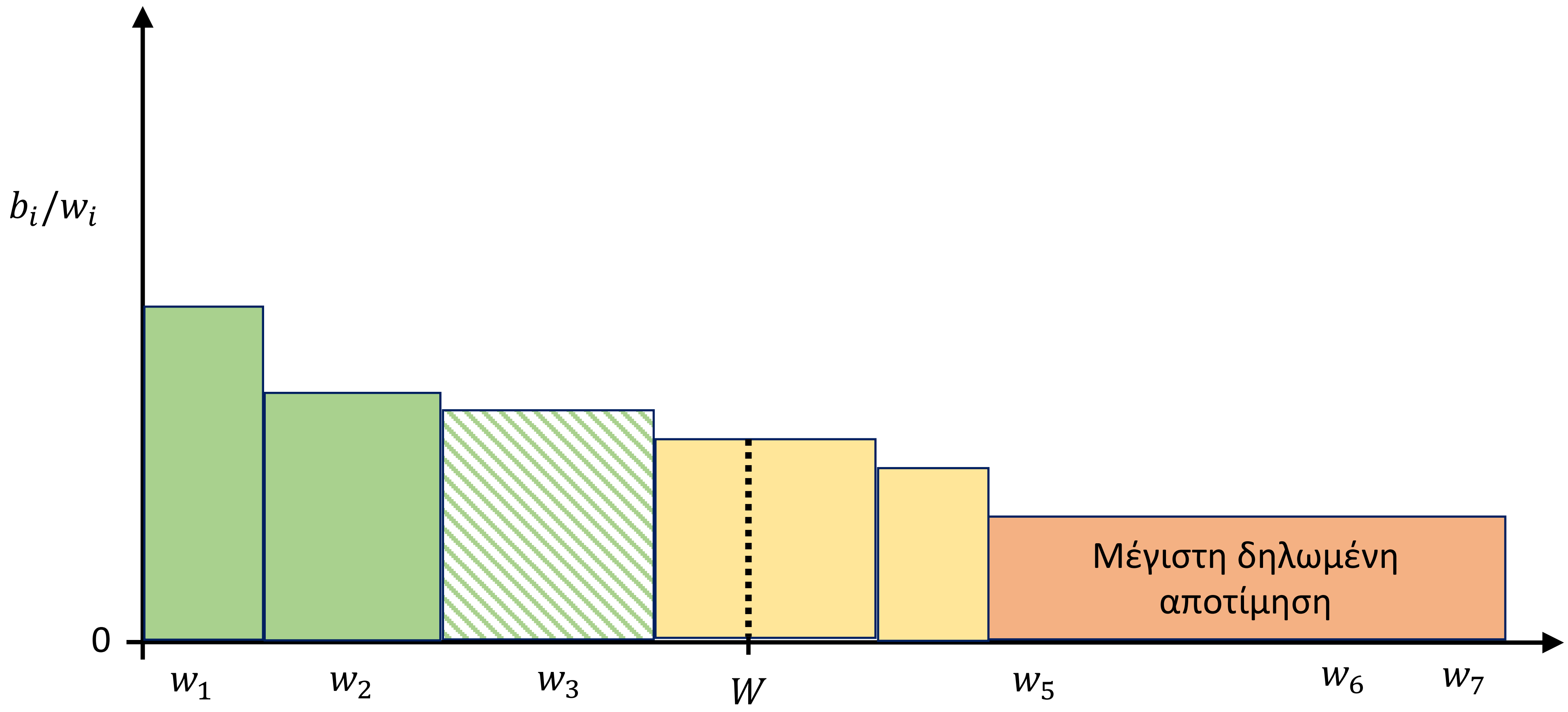
Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου knapsack

- Η προσεγγιστική δημοπρασία χρησιμοποιεί **μονότονο κανόνα αναθέσεων**



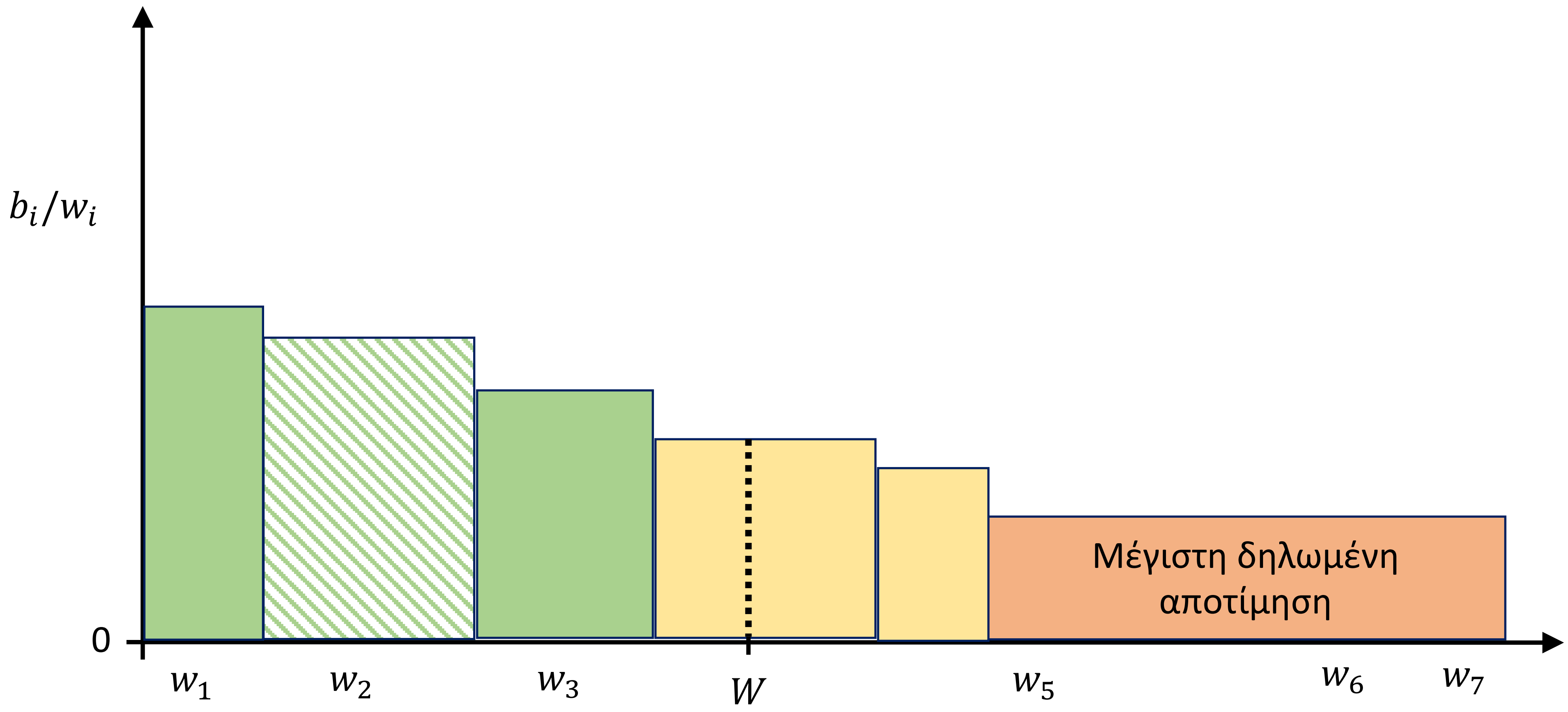
Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου knapsack

- Η προσεγγιστική δημοπρασία χρησιμοποιεί **μονότονο κανόνα αναθέσεων**



Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου knapsack

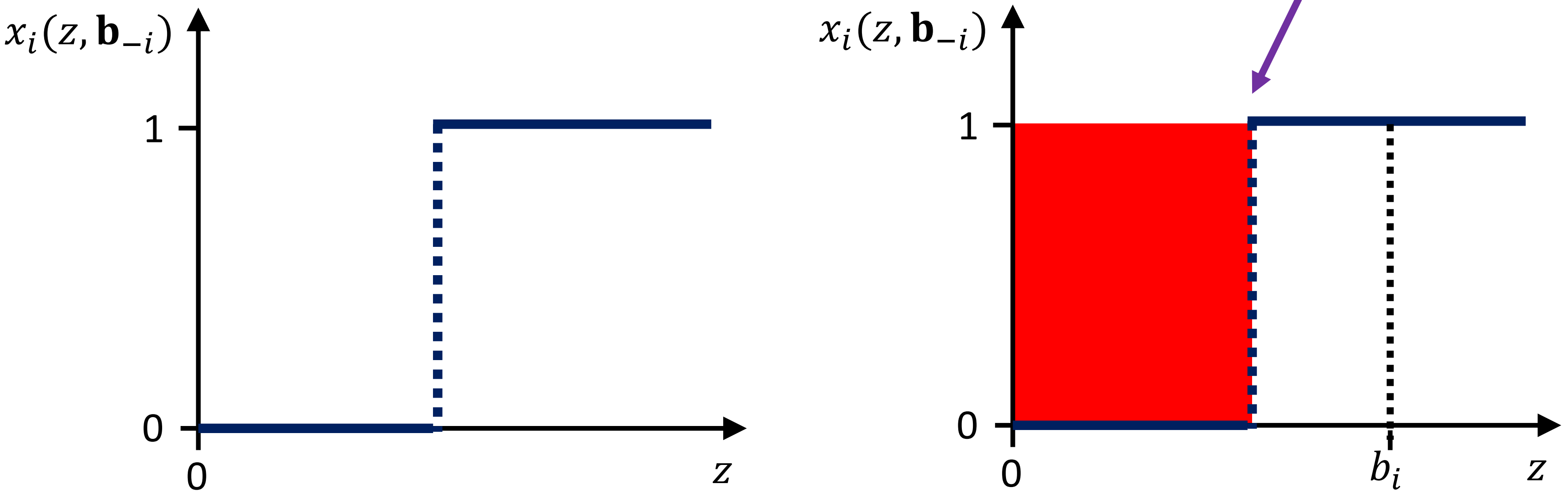
- Η προσεγγιστική δημοπρασία χρησιμοποιεί **μονότονο κανόνα αναθέσεων**



Προσεγγιστική δημοπρασία τύπου Knapsack

Υπολογισμός πληρωμών κατά Myerson:

- 0 αν η δηλωμένη προτίμηση είναι μικρότερη της **κρίσιμης προσφοράς**
- = κρίσιμη προσφορά αλλιώς



- Κρίσιμη προσφορά: η μικρότερη δηλωμένη προτίμηση με την οποία κερδίζει ο συμμετέχων i

Είναι όλοι οι λογικοί κανόνες αναθέσεων μονότονοι;

- **Όχι!**
- Π.χ., καλύτεροι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι για το πρόβλημα του σακιδίου δεν είναι απαραίτητα μονότονοι
- **Στρατηγική έρευνας**: Είναι οι γνωστοί προσεγγιστικοί αλγόριθμοι για κάποιο πρόβλημα ανάθεσης μονότονοι; Αν όχι, βρες μονότονο προσεγγιστικό αλγόριθμο (και κατ’ επέκταση, **σχεδόν ιδανικό μηχανισμό**)

Μη φιλαλήθεις μηχανισμοί

- Με την ιδιότητα DSIC, οι συμμετέχοντες ξέρουν ακριβώς τι πρέπει να κάνουν
- Ο σχεδιαστής μπορεί να προβλέψει το αποτέλεσμα του μηχανισμού, υποθέτοντας ότι οι συμμετέχοντες λένε την αλήθεια
- Παρόλα αυτά, μη φιλαλήθεις μηχανισμοί χρησιμοποιούνται ευρέως στην πράξη (π.χ., γενικευμένες δημοπρασίες δεύτερης τιμής)

- **Μπορούν μη φιλαλήθεις μηχανισμοί να έχουν επιθυμητές ιδιότητες που οι DSIC μηχανισμοί δεν έχουν;**

Ορισμός μηχανισμών τύπου DSIC

- Για κάθε προφίλ δηλώσεων προτιμήσεων, ο μηχανισμός έχει μια **ισορροπία κυρίαρχων στρατηγικών** (όπου κάθε συμμετέχων έχει μια κυρίαρχη στρατηγική)
- Σε αυτή την ισορροπία, κάθε συμμετέχων **δηλώνει την πραγματική του αποτίμηση**

- Υπάρχουν μηχανισμοί που έχουν την πρώτη ιδιότητα χωρίς να έχουν τη δεύτερη: π.χ., **δημοπρασία δεύτερης τιμής με τα διπλάσια των δηλώσεων**

Αρχή της αποκάλυψης

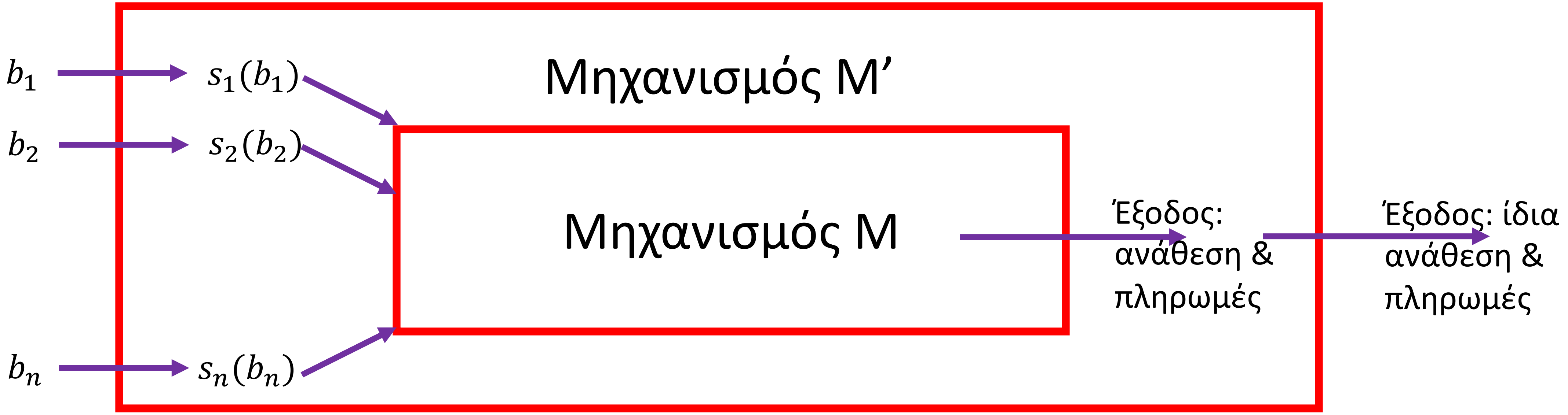
Revelation principle

- Για κάθε μηχανισμό όπου έχει πάντα μια ισορροπία κυρίαρχων στρατηγικών, υπάρχει **ισοδύναμος μηχανισμός τύπου direct revelation**
- Ισοδύναμος = ίδια ανάθεση, ίδιες πληρωμές

Αρχή της αποκάλυψης

Revelation principle

- Για κάθε μηχανισμό όπου έχει πάντα μια ισορροπία κυρίαρχων στρατηγικών, υπάρχει **ισοδύναμος μηχανισμός τύπου direct revelation**
- Ισοδύναμος = ίδια ανάθεση, ίδιες πληρωμές



Σύνοψη

- Δημοπρασίες τύπου Knapsack
- Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι και σχεδιασμός μηχανισμών
- Αρχή της αποκάλυψης